

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 97/98 (1931)
Heft: 21

Artikel: Schwingungsdämpfer
Autor: Föppl, O.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-44691>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Schwingungsdämpfer. — Reiseindrücke aus den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika. — Wohnhaus eines Arztes in Zürich-Wollishofen (mit Tafeln 8 bis 12). — „HYSPA“, I. Schweizerische Ausstellung für Gesundheitspflege und Sport, Bern 1931. — Korrespondenz. — Mitteilungen: Paternosterwerk für Automobil-Parkierung. Anwendung von Elektron-Leichtmetall in der Maschinenindustrie. Installationen des Tagbaubetriebs in der Eisenerzmine Houtte. Spitzendeckung in Dampfkraftwerken

mit Anzapfturbinen. Jubiläumstagung des Vereines deutscher Ingenieure in Köln. Die Gesellschaft selbständig praktizierender Architekten Berns. Schweizerische Elektrolokomotiven grosser Leistung in 25 Jahren der Entwicklung. — Wettbewerbe: Zweite Aarebrücke in Aarau. Protestantische Kirche und Pfarrhaus in Zürich-Wollishofen. Evang. Kirche mit Pfarrhaus in der äussern Petersgemeinde in Basel. — Literatur. — Schweizer. Verein für die Materialprüfungen der Technik. — Mitteilungen der Vereine.

Band 97

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 21

Schwingungsdämpfer.

Von Prof. Dr. Ing. O. FÖPPL, Braunschweig, Wöhler-Institut.

Man hat sich in den letzten Jahren bemüht, die Störungen, die an einem Maschinenteil durch Impulse im Rhythmus der Eigenschwingungszahl angefacht werden, durch zusätzliche Vorrichtungen zu dämpfen. Man kann auf diese Weise z. B. Biegungsschwingungen mildern, die durch eine umlaufende Maschine an einem Bauteil (z. B. einem Träger) auftreten, oder man kann Drehschwingungen in ihrem Ausschlag verringern, die etwa an einer Dieselmachine infolge der Drehimpulse im Rhythmus der Eigenschwingungszahl der Kurbelwelle auftreten. Die Aufgabe ist in beiden Fällen die gleiche.¹⁾ Sie kann mit ganz ähnlichen Mitteln gelöst werden. Wir können deshalb im nachfolgenden beide Fälle zu gleicher Zeit behandeln.

Das vorliegende Problem hat gerade für die Kurbelwellen von Dieselmassen oder Benzinmotoren besonders grosse Bedeutung. Viele Dieselmotorenwellen, Autokurbelwellen oder Flugzeugkurbelwellen erleiden im Betrieb plötzlich und ohne vorhergehende Anzeichen einen Dauerbruch infolge Drehschwingungen, der grosse Wiederherstellungs-kosten verursacht und unter Umständen auch Menschenleben gefährdet. Im Nachfolgenden werden einfache Mittel besprochen, mit denen man diese Gefahr ganz wesentlich vermindern kann.

Schwingungsdämpfer ohne Resonanz.

In Abb. 1 ist m_1 eine Masse, die an einer Feder c_1 befestigt ist und die zu gradlinigen Schwingungen mit der Eigenschwingungszahl $n = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$ angeregt wird. Um den Schwingungsausschlag zu dämpfen, kann man an die Masse m_1 ein Verlängerungsstück c_2 befestigen und darauf eine Masse m_2 führen, die durch Reibungskraft R an der Bewegung von m_1 teilnimmt. Die gleiche Anordnung kann man sich auch als Kurbelwelle vorstellen, bei der c_1 das Stück Kurbelwelle rechts vom Knotenpunkt p und m_1 das Trägheitsmoment der Schwungmasse ist. m_2 ist in diesem Falle das Trägheitsmoment einer Dämpfermasse, die durch Reibung von der Kurbelwelle aus beschleunigt und verzögert wird.

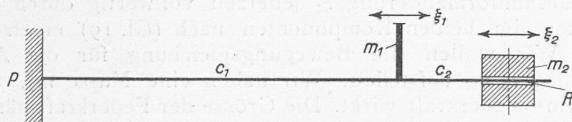


Abb. 1

Wir berechnen zunächst die dämpfende Wirkung der Anordnung nach Abb. 1. Wenn die Reibungskraft R gleich 0 ist, dann nimmt die Masse m_2 an der Bewegung der Masse m_1 in keiner Weise teil. Der Dämpfer hat keine Wirkung. Ebenso versagt der Dämpfer, wenn die Reibung genügend gross ist: Dann macht m_2 die gleichen Bewegungen wie m_1 ohne Phasenverschiebung mit, die Reibungskraft R legt keinen Weg relativ zur Stange c_2 zurück. Es wird also auch keine Arbeit von der Anordnung c_1 , m_2 in Wärme umgesetzt.

Wenn aber die Reibungskraft R einerseits nicht null und andererseits nicht kleiner ist als die grösste auftretende Beschleunigungskraft, dann findet eine Bewegung zwischen m_1 und m_2 statt, die mit Energieumsetzung verbunden ist. Wir suchen den Wert, den die Reibung annehmen muss, damit die Dämpfungswirkung den grössten Wert erhält.

¹⁾ O. Föppl: Grundzüge der technischen Schwingungslehre, 2. Auflage 1931.

Die Wege der Massen m_1 und m_2 gegen die Ruhelage nennen wir ξ_1 bzw. ξ_2 . Wir setzen ferner voraus, dass die Reibungskraft R verhältnisgleich mit der Relativgeschwindigkeit der beiden Massen anwächst und schreiben:

$$R = k \frac{d(\xi_2 - \xi_1)}{dt} \quad \dots \quad (1)$$

k ist der Reibungsfaktor.

Wir nehmen an, die Masse m_1 sei beliebig gross gegenüber der Dämpfermasse m_2 , sodass die Eigenschwingungszahl $n_1 = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$ der Anordnung c_1 , m_1 durch das Aufsetzen des Dämpfers nicht beeinflusst wird. Wir setzen ferner:

$$\xi_1 = \xi_{10} \cos \omega t \quad \dots \quad (2)$$

darin bedeuten ξ_{10} den Grössstausschlag der Masse m_1 und ω die Winkelgeschwindigkeit $\sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$ der Schwingung.

Die dynamische Grundgleichung für die Masse m_2 lautet:

$$m_2 \frac{d^2 \xi_2}{dt^2} = -k \frac{d(\xi_2 - \xi_1)}{dt} \quad \dots \quad (3)$$

Bei der Bewegung wird auf das relative Wegstück $\frac{d(\xi_2 - \xi_1)}{dt}$ die Arbeit dA umgesetzt, die gleich ist Kraft mal Wegänderung. Während einer vollen Schwingung wird also der Arbeitsbetrag A umgesetzt, den wir gleich setzen können:

$$A = \int_0^{2\pi} k \frac{d(\xi_2 - \xi_1)}{dt} \frac{d(\xi_2 - \xi_1)}{dt} dt \quad \dots \quad (4)$$

Das Integral ist zu erstrecken von der Zeit 0 bis zur Zeit $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Wir setzen $\xi_2 - \xi_1 = \eta$ und $\frac{d\eta}{dt} = w$. Aus Gl. (3) wird dann unter Berücksichtigung von Gl. (2):

$$m_2 \frac{dw}{dt} - m_2 \xi_{10} \omega^2 \cos \omega t + k w = 0 \quad \dots \quad (5)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet

$$w = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t \quad \dots \quad (6)$$

Die Integrationkonstanten C_1 und C_2 bestimmen wir durch Einsetzen von Gleichung (6) in Gleichung (5):

$$C_1 m_2 \omega \cos \omega t - C_2 m_2 \omega \sin \omega t + C_1 k \sin \omega t + C_2 k \cos \omega t - m_2 \xi_{10} \omega^2 \cos \omega t = 0 \quad \dots \quad (7)$$

Die Glieder, die $\sin \omega t$ enthalten, und diejenigen, die $\cos \omega t$ enthalten, müssen je für sich zur Befriedigung der Gleichung verschwinden. Daraus folgt

$$C_1 = + \frac{m_2 \omega}{k} C_2 \quad \dots \quad (8)$$

$$\text{und } C_2 \left(\frac{m_2^2 \omega^2}{k} + k \right) = m_2 \xi_{10} \omega^2; C_2 = - \frac{k m_2 \omega^2 \xi_{10}}{m_2^2 \omega^2 + k^2} \quad (9)$$

Wir setzen die Werte aus Gleichung (8) und (9) in Gleichung (6) ein und erhalten:

$$w = \frac{m_2 \omega^2 \xi_{10}}{m_2^2 \omega^2 + k^2} (k \cos \omega t + m_2 \omega \sin \omega t) \quad (10)$$

Nach Gleichung (4) wird

$$A = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\omega} w^2 d(\omega t) = \frac{k m_2^2 \omega^3 \xi_{10}^2}{(m_2^2 \omega^2 + k^2)^2} (k^2 \pi + m_2^2 \omega^2 \pi) \\ = \frac{\pi k m_2^2 \omega^3}{m_2^2 \omega^2 + k^2} \xi_{10}^2 \quad \dots \quad (11)$$

Um das Maximum an Dämpfungsarbeit, die auf eine Schwingung umgesetzt wird, zu erhalten, setzen wir $\frac{dA}{dk} = 0$. Der so ausgezeichnete Wert für den Reibungskoeffizienten k_0 ist

$$k_0 = m_2 \omega \quad \dots \quad (12)$$

Die zugehörige grösste umgesetzte Dämpfungsarbeit A_0 ist

$$A_0 = \frac{\pi m_2 \omega^2}{2} \xi_{20}^2 \dots \dots \quad (13)$$

Wir bezeichnen ferner die Phasenverschiebung zwischen den Bewegungen der Massen m_1 und m_2 mit α und setzen entsprechend Gleichung (2):

$$\xi_2 = \xi_{20} \cos(\omega t - \alpha) \dots \dots \quad (14)$$

Es ist also nach Gl. (2), (3), (12) und (14) für den Fall der günstigsten Reibung k_0 :

$$\xi_{20} \cos(\omega t - \alpha) + \xi_{20} \sin(\omega t - \alpha) = \xi_{10} \sin \omega t \quad (15)$$

Diese Gleichung ist nur für einen bestimmten Wert α gültig, der zum Wert k_0 gehört. Das Verhältnis der grössten Massenwege $\xi_{20} : \xi_{10}$ nennen wir z und schreiben

$$\begin{aligned} \xi_{20} : \xi_{10} &= z = \frac{\sin \omega t}{\cos(\omega t - \alpha) + \sin(\omega t - \alpha)} \\ &= \frac{\sin \omega t}{\cos \omega t (\cos \alpha - \sin \alpha) + \sin \omega t (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (16) \end{aligned}$$

Das Verhältnis der Grösstauschläge ist aber unabhängig von ωt . Die Gleichung (16) kann also nur dann bestehen, wenn α gleich 45° gesetzt wird. Dann ist $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und:

$$\xi_{20} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xi_{10} = \frac{\xi_{10}}{\sqrt{2}} \dots \dots \quad (17)$$

Wir kommen also zum Ergebnis, dass wir den Reibungsfaktor k , um möglichst günstige Wirkung zu erzielen, gleich setzen müssen $m_2 \omega$, mit dem Erfolge, dass wir in diesem Fall den aus Gleichung (13) ersichtlichen günstigsten Wert für die umgesetzte Reibungsarbeit erhalten.

Schwingungsdämpfer unter Benutzung der Resonanz.¹⁾

In Abb. 2 ist die gleiche schwingende Anordnung wie in Abb. 1 aufgezeichnet, nur ist die Masse m_2 des Dämpfers im Gegensatz zur Abb. 1 durch eine Feder c_2 mit der Masse m_2 verbunden. Die Feder c_2 muss so bemessen sein, dass die Anordnung $c_2 m_2$ etwa die gleiche Eigenschwingungszahl n_2 hat wie die Anordnung $c_1 m_1$. Zu diesem Zwecke muss $\frac{c_2}{m_2}$ gleichgemacht werden $\frac{c_1}{m_1}$. In der Praxis ist die Masse m_2 klein gegenüber m_1 . Sie mag $1/100$ oder noch weniger von jener Masse betragen. Infolgedessen ist auch c_2 entsprechend klein gegen c_1 . Wenn wir statt der Federkonstanten c die reduzierte Federlänge l_{red} einführen unter Verwendung einer Einheitsfeder c_0 nach der Gleichung

$$c_1 = \frac{c_0}{l_{\text{red}1}} \quad \text{bezw.} \quad c_2 = \frac{c_0}{l_{\text{red}2}} \dots \dots \quad (18)$$

so erhalten wir für die Feder 2 eine mindestens hundertmal so grosse reduzierte Länge wie für Feder 1.

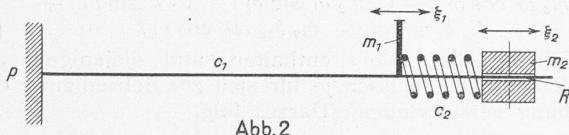


Abb. 2

Es lässt sich zeigen²⁾, dass die Eigenschwingungszahl n des zusammengesetzten Systems bei den oben gemachten Annahmen nur wenig von den Eigenschwingungszahlen $n_1 = n_2$ der Einzelsysteme verschieden ist. Die Eigenschwingungszahl 1. Ordnung des zusammengesetzten Systems ist ein wenig niedriger und die 2. Ordnung ein wenig höher als n_1 . Für beide Schwingungszahlen gelten ähnliche Überlegungen, sodass wir die nachfolgende Betrachtung auf die Schwingungszahl der 1. Ordnung beschränken können.

Wenn keine Reibung oder Baustoffdämpfung vorhanden ist, dann ist der Grösstauschlag ξ_{20} der Masse m_2 mindestens 10 oder 20 mal so gross wie der Grösstauschlag ξ_{10} der Masse m_1 . Beide Massen schwingen stets

¹⁾ Siehe auch O. Föppl: „Schwingungsdämpfer für Kurbelwellen“, Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, April 1931.

²⁾ O. Föppl: Grundzüge der technischen Schwingungslehre, 2. Auflage 1931. § 47 und 50.

nach der gleichen Richtung und kehren im gleichen Augenblick ihre Bewegung um. Wir nennen $s = \frac{\xi_{20}}{\xi_{10}}$ das Aufpendelungsverhältnis der ungedämpften Schwingung. Zu einem bestimmten Grösstauschlag ξ_{10} gehört also bei Resonanz und ungedämpfter Schwingung ein Ausschlag $\xi_{20} = s \cdot \xi_{10}$ der Masse m_2 . Die Bewegung der Masse m_2 relativ zur Masse m_1 ist nicht mit Reibung, infolgedessen auch nicht mit Energieumsetzung verbunden. Der Dämpfer wirkt nicht bei Fehlen der Reibung.

Der Dämpfer wirkt ebenfalls nicht, wenn die Reibung R zwischen der Masse m_2 und dem Führungsstück entsprechend gross ist: In diesem Falle wird m_2 von der Masse m_1 mitgenommen. Der Weg, den die Reibungskraft R relativ zur Masse m_2 zurückgelegt, ist Null.

Wir wollen berechnen, wie gross der Reibungskoeffizient k im günstigsten Fall sein muss, damit zu einem bestimmten Grösstauschlag ξ_{10} eine möglichst grosse Energievernichtung im Dämpfer $c_2 m_2$ zugehört. Bei Reibung findet eine Phasenverschiebung α zwischen den Bewegungen der Massen m_1 und m_2 statt. Wenn wir $\xi_2 = \xi_{20} \cos \omega t$ setzen, können wir die Bewegung $\xi_1 = \xi_{10} \cos(\omega t + \alpha)$ in zwei Glieder ξ_{11} und ξ_{12} zerlegen:

$$\xi_{11} = \xi_{10} \cos \alpha \cos \omega t \quad \text{und} \quad \xi_{12} = \xi_{10} \sin \alpha \sin \omega t \quad (19)$$

Das erste Glied ändert sich gleichphasig mit ξ_2 , während das zweite um 90° dagegen versetzt auftritt.

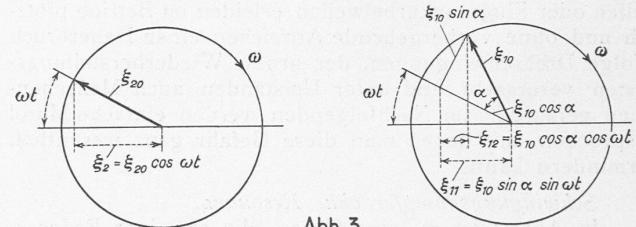


Abb. 3

In Abb. 3 ist ein mit der Umlaufgeschwindigkeit ω sich drehender Vektor ξ_{20} dargestellt, dessen horizontale Projektion $\xi_{20} \cos \omega t$ die augenblickliche Grösse ξ_2 angibt. Der daneben gezeichnete Vektor ξ_{10} läuft mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω um. Er eilt dem Vektor ξ_{20} um den Betrag α voraus. Wir haben die Projektion ξ_1 des Vektors ξ_{10} in die zwei Komponenten ξ_{11} und ξ_{12} aufgeteilt. Der augenblickliche Ausschlag ξ_1 kann entweder als horizontale Projektion des Vektors ξ_{10} oder als Summe der horizontalen Projektionen ξ_{11} und ξ_{12} dargestellt werden. Wir setzen voraus, dass die Formänderungen der Feder c_2 dem Hooke'schen Gesetz gehorchen. Wir können dann die Gesamtformänderung ξ_1 jederzeit vollwertig durch die Summe der beiden Komponenten nach (Gl. 19) ersetzen.

Wir wollen die Bewegungsgleichung für die Anordnung $c_2 m_2$ aufstellen. Wir haben eine Masse m_2 , auf die eine Federkraft wirkt. Die Grösse der Federkraft hängt von der augenblicklichen Länge der Feder ab. Die Längenänderungen, die durch die Bewegungen ξ_{12} des linken Endpunktes der Feder (Abb. 2) hervorgerufen werden, wollen wir von der Bewegung ξ_{11} trennen. Wir nehmen also an, der linke Endpunkt führe nur Bewegungen $\xi_{11} = \xi_{10} \cos \alpha \cos \omega t$ aus und ersetzen die Bewegungen ξ_{12} durch eine äussere Kraft $c \xi_{10} \sin \alpha \sin \omega t$, die dem Ausschlag $\xi_{20} \cos \omega t$ der Masse m_2 um 90° vorauselt. Durch diesen Ersatz wird der Bewegungsvorgang der Masse m_2 nicht geändert. Die Bewegungsgleichung für die Ersatzanordnung lautet

$$m_2 \frac{d^2 \xi_2}{dt^2} = -c(\xi_2 - \xi_{11}) - k \frac{d(\xi_2 - \xi_{11})}{dt} + (c \xi_{10} \sin \alpha) \sin \omega t \quad (20)$$

c ist die Konstante der Feder 2, die mit der Längenänderung multipliziert die Federkraft liefert. In dieser Gleichung ist $m_2 \frac{d^2 \xi_2}{dt^2}$ die Beschleunigungskraft und $c(\xi_2 - \xi_{11})$ die Federkraft, die bei der dämpfungsfreien Anordnung und bei gleichem Ausschlag $\xi_2 - \xi_{11}$ auftreten würden. Die Federkraft ist dem Unterschied in den Be-

wegungen der beiden Endpunkte verhältnisgleich. Bei der Schwingung zweiter Ordnung liegt der Schwingungsknoten auf der Feder: statt der Differenz muss dann die Summe der beiden Ausschläge eingesetzt werden. Das Reibungsglied $k \frac{d(\xi_2 - \xi_{11})}{dt}$ hängt ebenfalls von der Geschwindigkeitsdifferenz der Bewegungen der beiden Federenden ab. Nicht berücksichtigt ist in Gleichung 20 das Reibungsglied $k \frac{d\xi_{12}}{dt} = k \omega \xi_{10} \sin \alpha \cos \omega t$, das von der Bewegung $\xi_{12} = \xi_{10} \sin \alpha \sin \omega t$ herrührt und dieser Bewegung um 90° vorausseilt. Dies Glied ist also gleichphasig mit ξ_{11} . Es entspricht einer Kraft, die im gleichen Sinne wie die Federkraft wirkt und infolgedessen das Aufpendelungsverhältnis s beeinflusst. Wir nehmen an, dieses Reibungsglied sei vernachlässigbar klein gegenüber der Federkraft.

Das letzte Glied in der Gleichung (20) gibt die Kraft an, die mit 90° Phasenverschiebung gegen ξ_2 auf die Masse m_2 einwirkt und die im Beharrungszustand die Energie nachliefer, die durch Reibung in Wärme umgesetzt wird. Die Winkelgeschwindigkeit ω in diesem Glied ist gleich der Winkelgeschwindigkeit der ungedämpften Schwingung.

$\xi_2 : \xi_{11}$ oder $\xi_{20} : (\xi_{11})_{\text{max}}$ wäre das Aufpendelungsverhältnis s der Schwingung, wenn keine Reibung vorhanden wäre. Wir müssen deshalb ξ_{11} in ein Glied zerlegen, das durch die Federkraft, und eines, das durch die Reibung mit ξ_{20} in Beziehung steht. Nur der erste Anteil $n \xi_{11}$, wobei n kleiner ist als 1, kommt für das Aufpendelungsverhältnis in Frage. Es ist also $\xi_2 : n \xi_{11} = s$ oder $\xi_{11} = \frac{1}{ns} \xi_2$. Wir können s für einen bestimmten Fall berechnen, wenn die Größen der Massen und Federkonstanten gegeben sind.

$$m_2 \frac{d^2 \xi_2}{dt^2} = -c \frac{ns - 1}{ns} \xi_2 - k \frac{ns - 1}{ns} \frac{d\xi_2}{dt} + (c \xi_{10} \sin \alpha) \sin \left(\sqrt{\frac{(ns - 1)c}{ns m_2}} t \right) \quad (21)$$

Für ω haben wir die Wurzel aus der reduzierten Federkonstante $\frac{(ns - 1)c}{ns}$ geteilt durch die Masse m_2 eingesetzt, da die Schwingungsdauer bei Resonanz die gleiche ist wie die der ungedämpften Schwingung (ohne die beiden letzten Glieder in Gleichung (21)). Da in Gleichung (21) die erregende Kraft um 90° dem Ausschlag voraus eilt, können wir nach bekannten Gesetzen¹⁾ schreiben:

$$\xi_{20} = \frac{c \xi_{10} \sin \alpha}{k \frac{ns - 1}{ns}} \sqrt{\frac{s m_2}{(ns - 1)c}}; \quad k = \left(\frac{ns}{ns - 1} \right)^{3/2} \frac{\xi_{10} \sin \alpha}{\xi_{20}} \sqrt{cm_2} \\ = \left(\frac{ns}{ns - 1} \right)^{3/2} \frac{\xi_{12 \text{ max}}}{\xi_{20}} \sqrt{cm_2} \quad (22)$$

Die pro Schwingung umgesetzte Arbeit A ist bei 90° Phasenverschiebung gleich π mal Größtkraft mal Größtweg:

$$A = \pi c \xi_{10} \sin \alpha \xi_{20} = \pi c n s \xi_{10} \xi_{11 \text{ max}} \sin \alpha \\ = \pi c n s \xi_{10}^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\pi c n s \xi_{10}^2}{2} \sin 2\alpha \quad (23)$$

ξ_{20} haben wir durch $n s \xi_{11 \text{ max}}$ und $\xi_{11 \text{ max}}$ durch $\xi_{10} \cos \alpha$ ersetzt.

Den grössten Wert für die Formänderungsarbeit erhalten wir nach Gleichung (23), wenn α gleich 45° und $\xi_{11 \text{ max}}$ nach Gleichung (19) gleich $\frac{1}{\sqrt{2}} \xi_{10}$ wird. Es ist

$$A_{\text{max}} = \frac{\pi c n s \xi_{10}^2}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} c \xi_{10} \xi_{20} \quad . \quad (24)$$

Dieser Wert wird nach Gleichung (22) erreicht für eine Dämpfungszahl k_0 :

$$k_0 = \left(\frac{ns}{ns - 1} \right)^{3/2} \frac{\xi_{10} \sin 45^\circ}{\xi_{20}} \sqrt{cm_2} = \left(\frac{ns}{ns - 1} \right)^{3/2} \frac{\xi_{10} \cos 45^\circ}{\xi_{20}} \sqrt{cm_2} \\ = \left(\frac{ns}{ns - 1} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{cm_2}}{ns} = \sim \frac{1}{s} \sqrt{cm_2} \quad . \quad (25)$$

Da s in der Praxis gegen 1 gross ist (auf alle Fälle $s > 10$) haben wir angenähert $s - 1$ gleich s gesetzt. In diesem Falle ist auch n nur wenig kleiner als 1, sodass ns gleich s gesetzt werden konnte. Bei der Schwingung zweiter Ordnung wird $(ns - 1)$ in Gl. (25) durch $(ns + 1)$ ersetzt. Der günstigste Wert für k_0 , der beiden Schwingungsordnungen gerecht wird, liegt also nahe dem Annäherungswert.

Aus Gleichung (24) ersehen wir, dass die günstigste Dämpfung pro Schwingung vom Produkt $\xi_{10} \xi_{20}$ abhängt. Wir vergleichen das Ergebnis für den Schwingungsdämpfer mit Resonanz, Gleichung (24), mit der Gleichung (13), die für einen Dämpfer ohne Resonanz erhalten wurde, und finden, dass im ersten Falle ein s -fach so grosser Wert erhalten wird. Wenn also z. B. im praktischen Falle eine Aufpendelung $s = 20$ ohne Reibung auftritt, dann können wir durch Anwendung der Resonanz die Wirkung auf das 20 -fache gegenüber dem nicht bei Resonanz betriebenen Schwingungsdämpfer von gleicher Schwungmasse steigern.

Schlussbetrachtung.

Die vorausgehende Betrachtung zeigt, dass Schwingungsdämpfer, die nach dem Resonanzprinzip arbeiten, denen ohne Resonanz um ein Vielfaches überlegen sind. Man kann die Resonanzschwingungsdämpfer natürlich nur dann anwenden, wenn ganz bestimmte Eigenschwingungszahlen des zu dämpfenden Bauteils vorhanden sind. Das trifft aber z. B. stets bei Kurbelwellen zu.

Wir haben in der vorausgehenden Betrachtung angenommen, der Größtausschlag des schwingenden und zu dämpfenden Bauteiles sei konstant, und wir haben die Frage behandelt, in welcher Weise man bei gegebener Dämpfermasse in diesem Falle die grösste Dämpferwirkung erzielt. In der Praxis liegt der Fall natürlich so, dass der Schwingungsausschlag des schwingenden Bauteils um so kleiner ist, je stärker der Dämpfer wirkt. Je geringer der Schwingungsausschlag wird, desto geringer wird auch die Arbeit, die von den erregenden Kräften zur Anfachung der Schwingung abgegeben wird. Es ist deshalb recht umständlich, für eine bestimmte Anordnung anzugeben, um wieviel der Schwingungsausschlag durch das Aufsetzen eines bestimmten Dämpfers erniedrigt wird. Die im vorausgehenden gewählte Betrachtungsweise bezieht sich also nur auf den Fall, dass verschiedenartige Dämpfer von gleicher Wirkung auf die Welle gesetzt werden. Man kommt zum Ergebnis, dass man bei Anwendung des Resonanzprinzips nur etwa $1/10$ bis $1/20$ der Masse nötig hat, die ohne Anwendung des Resonanzprinzips aufgesetzt werden muss. Wenn man den Fall in dieser Weise betrachtet, dann sind die vorliegenden Ausführungen streng gültig.

Bisher sind die Schwingungsdämpfer für Autokurbelwellen usw. nicht nach Resonanzprinzip gebaut worden, da man den grossen Nutzen nicht erkannt hat, den man in diesem Falle durch die Anwendung der Resonanz erzielen kann. Der Bau von Schwingungsdämpfern für Verbrennungskraftmaschinen wird deshalb in den nächsten Jahren eine wesentliche Umgestaltung im Sinne der vorausgehenden Ausführungen erfahren müssen.

Reiseindrücke aus den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika.

Von Dipl. Ing. A. J. BÜHLER, Sekt.-Chef für Brückenbau der S. B. B., Bern
(Fortsetzung von Seite 255)

Zu den Signalen übergehend, ist hervorzuheben, dass die amerikanischen Bahnen auch im Signalwesen eine überragende Stellung einnehmen. Zunächst ist darauf hinzuweisen, dass die automatische Blocksicherung sich immer mehr verbreitet und dass anstatt der eigentlich sehr primitiven Semaphore, an die des Nachtbetriebes wegen Lichtsignale angefügt werden mussten, reine Lichtsignalssysteme, die als sehr sicher und wirtschaftlich angesehen werden, mehr und mehr Eingang finden (zur Zeit auf etwa 21 000 km Strecken). Die Signale sind meistens so einge-

¹⁾ z. B. O. Föppl, Grundzüge der technischen Schwingungslehre, 2. Auflage, Seite 131.