

Zeitschrift:	Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber:	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band:	97/98 (1931)
Heft:	16
Artikel:	Analogien zwischen Schützkraftminimum Energieminimum in der Hydraulik
Autor:	Jaeger, Charles
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-44678

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Analogien zwischen Stützkraftminimum und Energieminimum in der Hydraulik. — Reiseeindrücke aus den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika. — Wettbewerb für ein Kinderspital auf dem Hungerbühl-Areal in Schaffhausen. — † Prof. Ing. Hugo Studer. — Mitteilungen: Der Belastungsausgleich in elektrowirtschaftlicher Hinsicht. Schweizer. Gesellschaft für Photogrammetrie. Zwei Tunnel unter

die Schelde in Antwerpen. Schweizerische Zentrale für Handelsförderung. Ersatz der Seebrücke in Luzern. Schweizerische Mustermesse. — Nekrolog: Gustave Kernen, Robert Kunz-Müller, Romualdo Nisoli, Adrian Rikli. — Wettbewerb: Erweiterungsbauten der Kantonale Krankenanstalt Luzern. Gemeindeverwaltungs-Gebäude Netstal. Zweite Aarebrücke in Aarau. — Mitteilungen der Vereine.

Analogien zwischen Stützkraftminimum und Energieminimum in der Hydraulik.

Von CHARLES JAEGER, dipl. Ing. E. T. H., Zürich.

Der Begriff der Energielinie ist den Hydraulikern seit Jahren allgemein bekannt und hat zur Entwicklung einer generellen Berechnungsmethode geführt. Es hat sich in jüngster Zeit gezeigt, dass die Bewegungs-Gleichung (vom Prinzip von d'Alembert abgeleitet) zur Lösung der verschiedensten Probleme mit Erfolg angewendet werden kann. Insbesondere ist diese Gleichung für „nicht permanente“ Bewegungen noch anwendbar, wo bekanntlich die Berechnungsmethode mittels der Energielinie versagt. Ein Vergleich beider Methoden scheint deshalb am Platze.

Beide Methoden erlauben, eine allgemeine Definition der „Kritischen Tiefe“ zu geben. Es soll hier bewiesen werden, dass diese Definitionen, unter gewissen Annahmen, identisch sind. Dabei wird auch der Gültigkeitsbereich dieser Definitionen strenger umgrenzt.

1. Die Energielinienhöhe H eines Wasserfadens ist gegeben durch

$$H = h + \frac{v^2}{2g} \quad \dots \quad (1)$$

wo h die Wassertiefe und v die Wassergeschwindigkeit am entsprechenden Ort bezeichnen.

Wir erweitern diesen Begriff auf ein beliebiges Profil mit mittlerer Geschwindigkeit $v_m = \frac{Q}{F}$, wo Q die Durchflussmenge und F den benetzten Querschnitt bezeichnen, sodass irgend eine Geschwindigkeit im Profil

$$v = v_m \pm \eta \quad \dots \quad (2)$$

wird.

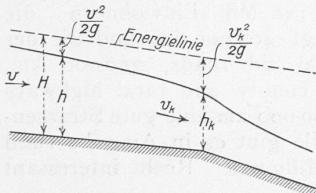


Abb. 1.

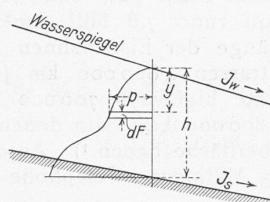


Abb. 2.

In diesem Falle ist bekanntlich die Energielinienhöhe H dargestellt durch:

$$H = h + a_1 \frac{v_m^2}{2g} \quad \dots \quad (3)$$

(siehe Abb. 1), in welcher Gleichung (da es sich um die Erhaltung von Energie handelt):

$$a_1 = \int \frac{(v_m + \eta)^2}{v_m^2} dF \quad \dots$$

$$\text{oder} \quad a_1 = 1 + 3 \int \frac{\eta^2}{v_m^2} dF + \int \frac{\eta^3}{v_m^3} dF$$

wobei das Glied: $\int \frac{\eta}{v_m} dF = 0$ ist.

Wo an einem bestimmten Ort (Gefällsbruch usw.) die kritische Tiefe h_k einsetzt, wird H ein Minimum, dies heisst:

$$\frac{dH}{dh} = \frac{d \left(a_1 \frac{v_m^2}{2g} + h \right)}{dh} = 0 \quad \dots \quad (4)$$

$$\text{oder} \quad \frac{dH}{dh} = \frac{d}{dh} \left(a_1 \frac{Q^2}{2F^2 g} + h \right) = -a_1 \frac{Q^2}{g F^3} \frac{dF}{dh} + 1 = 0$$

$$\text{oder} \quad a_1 \frac{Q^2}{g F^3} \frac{dF}{dh} = 1 \quad \dots \quad (5)$$

wenn zur Lösung dieses Differenzials angenommen wird, a_1 sei eine Konstante. Gleichung (5) enthält implicite den gesuchten Wert für h_k .

Für rechtwinkligen Querschnitt $F = b h$, wo b die Breite des Gerinnes bezeichnet, und für $a = 1$, wird

$$\frac{dF}{dh} = b$$

und Gleichung (5) lässt sich schreiben

$$1 = \frac{Q^2 b}{g h^2 b^3}$$

$$\text{oder} \quad h_k = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} \quad \dots \quad (6)$$

welcher Wert schon längst bekannt ist.

2. Die Bewegungsgleichung leitet über zur Einführung der sogenannten „Stützkraft“ P , die die Summe der Drucke auf Fläche F und der Bewegungsgrösse im Profil darstellt (Abb. 2). Also:

$$P = \int p dF + \gamma a_2 F \frac{v_m^2}{g} \quad \dots \quad (7)$$

In dieser Gleichung ist, da es sich nicht mehr um konstante Energie, sondern um eine konstante Bewegungsgrösse handelt:

$$a_2 = \int \frac{(v_m + \eta)^2}{v_m^2} dF = 1 + \int \frac{\eta^2}{v_m^2} dF$$

wobei wiederum das Glied: $\int \frac{\eta}{v_m} dF = 0$ ist.

Wir definieren nun die kritische Tiefe als jene, für die die Funktion P ein Minimum wird. Indem wir a_2 als konstant und weiter eine lineare Verteilung der Drucke voraussetzen, also

$$\int p dF = \gamma \int F dF \quad \dots \quad (8)$$

$$\text{und} \quad \gamma a_2 F \frac{v_m^2}{g} = \gamma a_2 \frac{F Q^2}{F^2 g} = \gamma a_2 \frac{Q^2}{F g},$$

können wir das Minimum von P berechnen:

$$\frac{dP}{dh} = \frac{d}{dh} \left(\gamma \int y dF + \gamma a_2 \frac{Q^2}{F g} \right) = 0$$

$$\text{Da} \quad \frac{d}{dh} \left(\gamma \int y dF \right) = \gamma F \text{ ist,}$$

$$\text{und} \quad \frac{d}{dh} \left(\gamma a_2 \frac{Q^2}{F g} \right) = -\gamma a_2 \frac{Q^2}{F^2 g} \frac{dF}{dh},$$

erhalten wir, nach Elimination von γ

$$F - a_2 \frac{Q^2}{g F^2} \frac{dF}{dh} = 0$$

$$\text{oder} \quad a_2 \frac{Q^2}{g F^3} \frac{dF}{dh} = 1 \quad \dots \quad (9)$$

Diese letzte Gleichung wäre mit Gleichung (5) identisch, wenn $a_1 = a_2$ wäre; eine Annahme, die für die praktischen Fälle, wo $a_1 = a_2 = 1$ genommen wird, wohl zulässig ist. Theoretisch wäre dies nur der Fall, wenn $\eta \equiv 0$, also für $v \equiv v_m$, was nie zutrifft.

3. Schlussfolgerungen. Die Identität der Gleichungen (5) und (9) war für ein rechteckiges Profil schon bekannt. Es lässt sich demnach für ein beliebiges Profil ableiten; dass die kritische Tiefe zugleich dem Minimum der Energielinienhöhe und der Stützkraft entspricht.

Wichtiger als die Ableitung selbst sind die der Beweisführung zugrundeliegenden Annahmen der linearen

Verteilung der Drucke, und der Ansatz $\alpha_1 = \alpha_2$. Somit ist der Gültigkeitsbereich des mathematischen Wertes der kritischen Tiefe begrenzt. In manchen Fällen, so zum Beispiel beim Ueberfall mit scharfer Kante wird es prinzipiell versagen.

Diese Bemerkung erlaubt uns, an den wohlbekannten Meinungsausdruck zwischen Dr. Ing. F. Bundschu, Dr. Ing. Th. Musterle und Prof. Dr. A. Schoklitsch¹⁾ einige Erläuterungen anzuknüpfen.

Die Identität der kritischen Tiefen, vom Energiesatz und Stützkraftsatz abgeleitet, auf der Dr. Ing. Musterle im Falle des Ueberfalles mit breiter Kante hinweist, ist also nur bedingt gültig. Die von ihm abgeleiteten Schlüsse, die die Ueberlegenheit des Stützkraftsatzes gegenüber dem Energiesatz beweisen sollen, müssten von ihm, unter Berücksichtigung der Werte α_1 und α_2 , kontrolliert und unter Umständen ergänzt werden. Für den hier erwähnten Fall wäre es möglich, bei Nachprüfung der linearen Verteilung der Drucke — eine Annahme, die wohl zutreffen wird — die Werte α_1 und α_2 zu ermitteln und darnach die entsprechenden Werte der kritischen Tiefen zu berechnen und zu vergleichen.

Im Falle des Ueberfalles mit scharfer Kante, der von Prof. Dr. Schoklitsch und Dr. Bundschu behandelt wird, ist der Einfluss der Werte α_1 und α_2 noch bedeutend grösser. Die Druckverteilung verläuft nicht linear, sondern annähernd parabolisch. Die in beiden Artikeln getroffene Annahme, die kritische Tiefe wäre in diesem Falle auch gleich $\frac{2H}{3}$, ist für eine theoretische Untersuchung nicht genügend exakt. Ob es in diesem Falle noch möglich ist, eine kritische Tiefe, im Sinne der hier gegebenen allgemeinen Definition, zu berechnen, kann nur an Hand von zahlreichen Druck- und Geschwindigkeitsdiagrammen bestimmt werden.

Nähere Untersuchungen auf diesem umstrittenen Gebiete scheinen daher am Platze zu sein.

Reiseindrücke aus den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika.

Von Dipl. Ing. A. J. BÜHLER, Sekt.-Chef für Brückenbau der S. B. B., Bern.

Zahlreich sind jene, die eine Reise nach den Vereinigten Staaten machten und nachher durch Berichte über das Gehörte und Gesehene oder durch Vorträge versuchen, den Daheimgebliebenen die neue Welt näher zu rücken. Dabei fällt das Bild sehr verschieden aus. Je nach dem Empfang und den Erfahrungen in der neuen Welt werden allgemeine Wert- oder Vernichtungsurteile ausgesprochen, ohne dass die Betreffenden wirklich die erforderlichen Kenntnisse dazu besässen. Falsche Urteile kommen oft vor. Ist aber bei diesen Schilderungen jemandem jenes Land der sogen. unbegrenzten Möglichkeiten wirklich nähergetreten? Zumeist wird es mit einer gewissen Ehrfurcht bestaunt, man hört von den ausserordentlichen Leistungen in technischer Hinsicht und fürchtet sich vor der finanziellen Kraft und der Macht des Dollars. Gelegentlich wird allerdings das Eine und Andere übernommen, so z. B. die Rationalisierung, die in Amerika zwar keine aufdringliche Rolle spielt, da sie als selbstverständlich gilt, bei uns aber so wenig begriffen wird, und so zum Schlagwort geworden ist, dass sie sich ganz gut geschäftlich ausbeuten lässt. Viel Wichtigeres lehnt man aber ab, mit dem stets bequemen, indessen selten wahren Ausspruch „es passt nicht für unsere Verhältnisse“! Es dürfte daher gerade mit Bezug auf

¹⁾ Siehe: Dr. Ing. Bundschu: „Bauingenieur“ 1930, Heft 22, „Wasser- und Wasserkraft“ 1931, Heft 2; Prof. Dr. A. Schoklitsch „Wasser- und Wasserkraft“ 1930, Heft 8 und 1931, Heft 2. Dr. Ing. Th. Musterle: „Die Wasserwirtschaft“ 1930, Nr. 21.

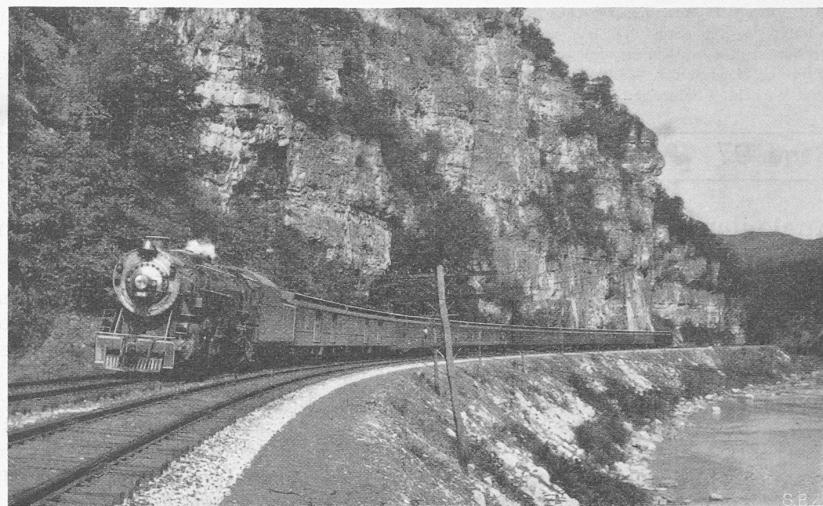


Abb. 4. Transkontinentaler „Extra-fare“-Schnellzug der Norfolk & Western Railway.

die Schweiz keine sehr grosse Bedeutung haben, die Verhältnisse in den Vereinigten Staaten schildern zu wollen, um etwa Nutzanwendungen zu empfehlen. Vielmehr können solche Berichte leider nur zeigen, welch' grosse Kontraste zwischen der Schweiz und den Vereinigten Staaten bestehen. Auch möchte ich betonen, dass meine Schilderungen nur Streiflichter sind, indem es unmöglich ist, während einer zweimonatigen Reise alle ethnographischen, wirtschaftlichen und technischen Kenntnisse von einem so ausgedehnten und betriebsamen Land zu erwerben, die nötig wären, um ein vollständiges Bild von dem dortigen ungeheuren Geschehen zu geben. Wenn dabei in der Hauptsache nur Schönes und Gutes erwähnt wird, so ist das eigentlich selbstverständlich.

Schon rein äusserlich ist der Unterschied zwischen den Vereinigten Staaten und der Schweiz ein gewaltiger. Jener Staat hat, ohne Alaska und Kolonien, ein Gebiet von rund 7,8 Mill. km² mit 120 Mill. Einwohnern; die Länge der Eisenbahnen beträgt 400 000 km und die der Strassen 4 800 000 km (federal aid roads, 300 000 km, state highways 700 000 km, county and rural highways 3 800 000 km), von denen 1 760 000 km eine gute Strassenoberfläche haben.¹⁾ Automobile gibt es in Amerika rund 25 Millionen, Telephone 18 Millionen. Recht interessant

¹⁾ Diese und die später aufgeföhrten Zahlen sind alle abgerundet. Alle Masse sind metrisch. Bei finanziellen Angaben ist 1 Dollar = 5 Franken angesetzt. Statistische Angaben beziehen sich auf das Jahr 1928, sofern nichts anderes angegeben ist.



Abb. 1. Inneres eines Aussichtswagen mit drehbaren Sitzen der Chicago North Shore & Milwaukee Railroad Company.