Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 97/98 (1931)

Heft: 11

Artikel: Gefällersparnis an Masswehren und Energieberechnung von Wasserwalzen

Autor: Finaly, Stefan v.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-44664

INHALT: Gefällsersparnis an Messwehren und Energieberechnung von Wasserwalzen. — Internationaler Wettbewerb für die Dreirosenbrücke über den Rhein in Basel. — Vom Fachwerkbau zum fabrizierten Fachwerk „FAFA", System Prof. P. Schmitthenner, Stuttgart. — Untersuchungen über die mechanischen Eigenschaften von Freileitungsdrähten aus Elektrolytkupfer, Bronze, Aluminium und Aldrey. — † Prof. Eugen Meyer, Berlin. — Mitteilungen: Die Elektrifikation der italienischen Eisenbahnen. XIII. Internationaler Wohnungs- und Städtebaukongress. Aufzüge mit zwei Kabinen im gleichen Schacht. Basler Rheinhafenverkehr. — Wettbewerbe: Bebauung eines Areals an der Effingerstrasse in Bern. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 97

Nr. 11

Gefällersparnis an Messwehren und Energieberechnung von Wasserwalzen.

Von Dr. Ing. STEFAN v. FINALY, Budapest.

Für die genaue Registrierung der Durchflussmengen in offenen Kanälen dienen Messwehre. Sie haben, nach dem bisherigen Gebrauch, den Nachteil eines ziemlich grossen Gefällverlustes. Bei längeren Kanälen, bei denen an mehreren Stellen Registrierung vorgenommen werden muss, ist dieser Nachteil sehr unangenehm, so beispielsweise bei Berieselungskanälen (Verteilungskanälen) in flachem Gelände, wo ohnehin wenig Gefälle zur Verfügung steht. Eben diesbezüglich erfuhr ich, dass in britischen Kolonien eine Art Messwehr konstruiert wurde, bei dem mit Hilfe des sogenannten Wassersprunges („standing wawes") das verlorene Gefälle beim Wehr bedeutend herabgemindert werden kann. Angeregt durch diese Mitteilung habe ich versucht, diese Frage theoretisch zu behandeln, und da die Ergebnisse interessant scheinen, seien sie im Folgenden mitgeteilt.

Es ist bekannt, dass bei Messwehren, wegen des sogenannten vollkommenen Ueberfalles, gefordert wird, dass der Unterwasserspiegel unterhalb der Wehrkronenhöhe liegen muss. Dass diese Auffassung nicht richtig ist, hat bereits im Jahre 1845 *Bélanger* bewiesen. In der neuesten Zeit veröffentlichte *Bundschu*[1]) sehr interessante Versuche über diese Frage, und auch der *Verfasser*[2]) hat darauf hingewiesen dass, laut *Bernoullis* Satz, die Begriffe des „vollkommenen" und des „unvollkommenen" Ueberfalls ganz überflüssig sind.

Es ist nämlich einfach zu beweisen dass, wenn mit H die theoretische Druckhöhe über der Wehrkrone bezeichnet wird und laut Bernoulli

$$H = t + v^2/2g\,^{3)} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

besteht, wo t die Tiefe des Rinnsals und v die mittlere Geschwindigkeit (Abb. 1), die Durchflussmenge dann ein Maximum wird, wenn

$$t_0 = 2/3\,H. \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Ist daher der Unterwasserspiegel mit $H/3$ Höhe tieferliegend als der Oberwasserspiegel, so ist das Durchflussmaximum bereits erreicht und eine weitere Senkung des Unterwasserspiegels kann die Durchflusswassermenge nicht mehr vergrössern: sie bleibt konstant. Darnach scheint also der unbedingt notwendige, also minimale Druckverlust beim Ueberfallwehr gleich $1/3\,H$. Man hat daher bereits eine Ersparnis an Gefälle gegenüber der alten Auffassung von $2/3\,H$.

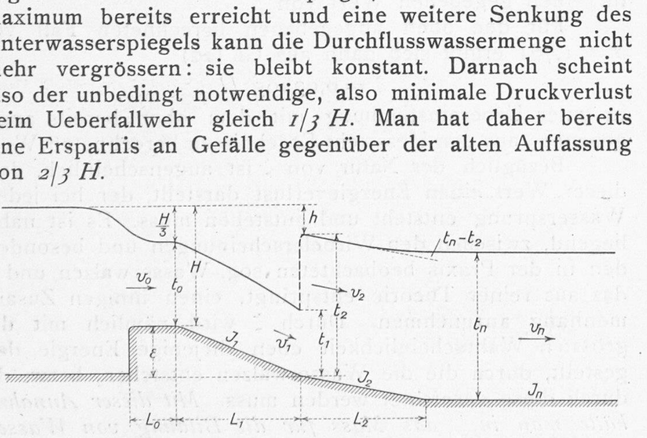

Abb. 1.

Setzt man, im Falle eines Kanales, Gl. (2) in Gl. (1), so erhält man

$$v_0 = \sqrt{g t_0} = v_g \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

eine Grenzgeschwindigkeit. Ist die Geschwindigkeit kleiner als v_g, dann hat man fliessendes Wasser im Kanal, ist sie grösser oder gleich v_g, so ist die Bewegung des Wassers schiessend; in diesem letzten Falle kann unter Umständen ein Wassersprung entstehen. Hat der Kanal das entsprechende Sohlengefälle, dass sich das Wasser in ihm schiessend bewegt, und verkleinert man plötzlich dieses Gefälle soweit, dass bei diesem nur eine fliessende Bewegung möglich ist, so entsteht dicht vor dem Uebergang der Wassersprung. Der Wasserspiegel hebt sich plötzlich, entsprechend der langsameren Bewegung. Für die Berechnung der Höhe des Wassersprungs findet man auf Grund des Impulssatzes

$$t_2^2 + t_2\,t_1 - 4\,t_1\,v_1^2/2g = 0 \quad \ldots \quad (4)$$

wo t_2 die Tiefe der fliessenden Bewegung, t_1 die Tiefe der schiessenden Bewegung, also die Tiefen nach und vor dem Wassersprung sind, und v_1 die mittlere Geschwindigkeit der schiessenden Bewegung ist. Setzt man

$$t_2 = \beta\,t_1 \quad \ldots \ldots \quad (4a)$$

so folgt aus Gl. (4)

$$v_1^2/2g = t_1\,\frac{\beta^2 + \beta}{4} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

woraus die Durchflussmenge

$$t_1\,v_1 = t_1^{3/2}\sqrt{\frac{g\,(\beta^2 + \beta)}{2}} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

als Funktion von t_1 zu berechnen ist.

Es besteht die Kontinuitätsgleichung, auch im Falle eines Wehres (vergl. Abb. 1),

$$t_1\,v_1 = t_0\,v_0 \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Andererseits lautet Gl. (3).

$$t_0\,v_0 = t_0^{3/2}\sqrt{g} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

daher, aus Gl. (6).

$$t_0 = t_1\sqrt[3]{\frac{\beta^2 + \beta}{2}}. \quad (9)$$

Zur Bildung der Geschwindigkeit v_1 aus der bereits an der Wehrkrone vorhandenen Geschwindigkeit v_0 benötigt man eine Geschwindigkeitshöhe von

$$v_1^2/2g - v_0^2/2g,$$

womit der Wasserspiegel bei der Tiefe t_1 niedriger liegen muss als bei der Tiefe t_0. Aus der Kontinuitätsgleichung, Gl. (1) und (4) folgt, dass die gesamte Druckhöhe bei t_1 grösser sein muss (vergl. Abb. 2) als H, die Druckhöhe bei t_0, und zwar muss sie die Grösse $H + \varepsilon$ haben. Dieser Höhenunterschied lässt sich berechnen, indem

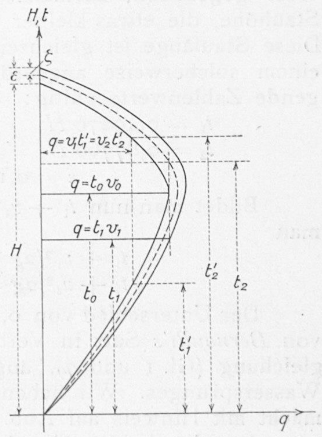

Abb. 2.

$$\varepsilon = t_1 + v_1^2/2g - (t_0 + v_0^2/2g) \quad \ldots \quad (10)$$

Setzt man in Gl. (10) Gl. (5) ein und bedenkt, dass $t_0 + v_0^2/2g = H = t_0 + t_0/2 = 3/2\,t_0$ ist, daher laut Gl. (9)

$$H = \frac{3}{2}\,t_1\left(\frac{\beta^2 + \beta}{2}\right)^{1/3} \quad \ldots \quad (10a)$$

so folgt

$$\varepsilon = t_1\left[\frac{\beta^2 + \beta + 4}{4} - \frac{3}{2}\left(\frac{\beta^2 + \beta}{2}\right)^{1/3}\right] \quad \ldots \quad (11)$$

[1]) Dr. Ing. Felix Bundschu, „Ueberströmen usw." in „Der Bauingenieur", 1928.

[2]) Dr. Ing. Stefan v. Finály. „A viz kifolyása etc." in „Technika", 1929.

[3]) Genauer: $H = t + \alpha\,v^2/2g$, weil v mittlere Geschwindigkeit ist; $\alpha > 1$.

Will man, dass der Wasserspiegel, nachdem der Wassersprung stattgefunden hat, also nachdem sich die Tiefe t_2 eingestellt hat, die möglichst höchste Stelle erreicht, so muss man die Funktion

$$h = H + \varepsilon - t_2$$

zu einem Minimum machen. Mit Rücksicht auf Gl. (4a), (10a) und (11), ist

$$h = \frac{\sqrt[3]{16}\,(\beta^2 - 3\beta + 4)}{12\,(\beta^2 + \beta)^{1/3}}\,H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Aus Gl. (12) ergibt sich, dass h tatsächlich ein Minimum wird, wenn

$$\beta = \text{etwa } 1{,}781 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Mit diesem Wert von β ergibt sich als Minimum

$$h = 0{,}22525\,H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Der Unterwasserspiegel liegt also darnach in einer Höhe über Wehrkrone von 0,77 H gegenüber einer Höhe von 0,66 H als Bedingung für die Möglichkeit des Maximaldurchflusses. Die Ersparnis ist daher rund 0,1 H.

Um dieses Ergebnis zu erreichen, müsste das Wehr etwa folgendermassen ausgebildet sein (vergl. Abb. 1). Die Wehrkrone soll flach und horizontal sein. Die Horizontallänge (L_0), mit Rücksicht auf *Darcy's* Versuche bezüglich Formbildung des durchfallenden Wasserstrahles, soll nicht grösser sein als etwa *0,33 H* bis *0,66 H*. An die Wehrkrone schliesst sich die hintere Sohle an, deren Gefälle (Relativgefälle) mit den Werten t_1 und v_1 zu berechnen ist, beispielsweise mit *de Chézy's* Formel

$$I_1 = \frac{v_1^2}{c^2\,t_1}$$

woraus mit Rücksicht auf Gl. (5), und $c \sim 49{,}5$

$$I_1 = \frac{2{,}47\,g}{c^2} = \text{etwa } 0{,}00981 \quad . \quad (15)$$

resultiert. Die Länge dieser Rinne mit Sohlengefälle I_1 ergibt sich aus dem Zusammenhang

$$L_1\,I_1 = \varepsilon = 0{,}10290\,H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16$$

Anschliessend folgt eine Strecke mit dem Gefälle von I_2 das, mit Rücksicht auf die entsprechenden Zusammenhänge, aus Formel

$$I_2 = \frac{2{,}781\,g}{6{,}344\,c^2} = \text{etwa } 0{,}00174 \quad . \quad . \quad (17)$$

zu berechnen ist.

Die Strecke mit I_2 muss eine Länge L_2 haben. Diese Länge ist dadurch zu ermitteln, dass man die Staulänge einer gegebenen, normalen Tiefe t_n berechnet mit einer Stauhöhe, die etwas kleiner ist als der Unterschied $t_n - t_2$. Diese Staulänge ist gleichzeitig die Streckenlänge L_2. Bei einem solcherweise angeordneten Wehre sind dann folgende Zahlenwerte gültig:

$$t_1 = 0{,}49276\,H \qquad v_1^2/2g = 0{,}61014\,H$$
$$t_2 = 0{,}87760\,H \qquad v_2^2/2g = 0{,}19236\,H$$
$$\varepsilon = 0{,}10290\,H$$

Bildet man nun $t_1 + v_1^2/2g$ und $t_2 + v_2^2/2g$, so findet man

$$t_1 + v_1^2/2g = 1{,}10290\,H$$
$$t_2 + v_2^2/2g = 1{,}06996\,H$$

Der Unterschied von $0{,}03294\,H$ ist eine direkte Folge von *Bernoulli's* Satz in Verbindung mit der Kontinuitätsgleichung (Gl. 1 und 7), angewendet für den Fall eines Wassersprunges. Wir haben hiervon schon Gebrauch gemacht mit Hinweis auf Abb. 2.

Aus den beiden Gleichungen (1) und (7) folgt nämlich allgemein

$$\sqrt{2g\,(H'\,t_1^2 - t_1^3)} = \sqrt{2g\,(H'\,t_2^2 - t_2^3)} \quad . \quad . \quad (18)$$

oder

$$t_1^2\,(H' - t_1) = t_2^2\,(H' - t_2)$$

wobei jetzt H' eine beliebige Gesamtdruckhöhe (statische Höhe) ist.

Gleichung (18) kann erfüllt werden, wenn

1. $t_2 = t_1$ oder $\beta = 1$ ist (kein Wassersprung),
2. t_1 und t_2 zwei konjugierte Wurzeln der allgemeinen Gleichung

$$q = \sqrt{2g\,(H'\,t^2 - t^3)} \text{ sind,}$$

wo q die sekundliche Durchflussmenge ist. Sie sollen mit t_1' und t_2' bezeichnet werden.

3. H' linksseitig $\neq$ mit H' rechtsseitig ist.

Es lässt sich nun beweisen, dass wenn t_1' und t_2' konjugierte Wurzeln sind, ihr Verhältnis niemals gleich sein kann mit dem Verhältnis, das im Falle eines Wassersprunges erfordert wird.

Für diesen letzten Fall haben wir laut Gl. (4a) die Verhältniszahl β; setzen wir zum Unterschied von dieser die Verhältniszahl β_1 für die konjugierten Wurzeln, also

$$t_2' = \beta_1\,t_1' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4\text{b})$$

Es folgt dann aus Gl. (18) zunächst

$$\beta_1^2\,t_1'^2\,(H' - \beta_1\,t_1') = t_1'^2\,(H' - t_1')$$

woraus sich ergibt

$$H' = t_1'\,\frac{\beta_1^3 - 1}{\beta_1^2 - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Da andererseits $\quad H' = t_1' + v_1^2/2g$

ist, wodurch im Falle eines Wassersprunges laut Gl. (5) auch

$$H' = t_1'\,\frac{\beta^2 + \beta + 4}{4}$$

gilt, so folgt

$$\beta^2 + \beta + 4 = \frac{4\,(\beta_1^3 - 1)}{\beta_1^2 - 1}$$

woraus schliesslich

$$\beta = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 4\,\frac{\beta_1^3 - \beta_1^2}{\beta_1^2 - 1}} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

resultiert, als Beweis für die Ungleichheit von β und β_1. Somit ist aber auch bewiesen, dass im Falle eines Wassersprunges t_1 und t_2 keine konjugierte Wurzeln sein können.

Hiernach muss der dritte Fall Gültigkeit haben, nämlich, dass die statische Druckhöhe H' vor dem Wassersprung grösser sein muss als nach dem Wassersprung. Setzt man für die erste H' für die zweite H'', so lässt sich zu allen beliebigen β der zugehörige Wert $\zeta = H' - H''$ berechnen. Es ist nämlich

$$\zeta = t_1 + v_1^2/2g - (t_2 + v_2^2/2g) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Durch die Kontinuitätsgleichung und Gl. (4 a), (5), (10 a) folgt

$$\zeta = t_1\,\frac{4\,\beta^2 + \beta^4 + \beta^3 - 4\,\beta^3 - \beta^2 - \beta}{4\,\beta^2}$$

und schliesslich ergibt sich in

$$\zeta = \frac{\sqrt[3]{16}\,(\beta - 1)^3}{12\,\beta\,(\beta^2 + \beta)^{1/3}}\,H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

eine Gleichung für die zahlenmässige Berechnung von ζ für einen gegebenen Wert von β.

Für den oben angegebenen berechneten Fall von $\beta = 1{,}781$ ergibt sich dann aus Gl. (22)

$$\zeta = 0{,}03295\,H$$

in guter Uebereinstimmung mit dem oben bereits angegebenen, aus den Messwehr-Ergebnissen berechneten Wert.

Bezüglich der Natur von ζ ist augenscheinlich, dass dieser Wert einen Energieverlust darstellt, der bei jedem Wassersprung entsteht und entstehen muss. Es ist naheliegend, zwischen den Wirbelerscheinungen und besonders den in der Praxis beobachteten sog. Wasserwalzen und ζ, das aus reiner Theorie entspringt, einen innigen Zusammenhang anzunehmen. Durch ζ wird nämlich mit der grössten Wahrscheinlichkeit eben diejenige Energie dargestellt, durch die die Wasserwalzen entstehen, bezw. die durch diese vernichtet werden muss. *Mit dieser Annahme hätte man in ζ das Mass für die Bildung von Wasserwalzen (Wirbel).*

Eine weitere theoretische Verfolgung dieses sehr interessanten Zusammenhanges ist für mich insofern nicht möglich, da hier die Reibung die Hauptrolle spielt. Ohne genaue Kenntnis der Reibungszahlen bei Wasserwalzen und ohne Möglichkeit von entsprechenden Versuchen, muss ich die weitere Verfolgung dieses Gedankenganges denen überlassen, die in der glücklichen Lage sind, über Versuchslaboratorien zu verfügen.