

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 95/96 (1930)
Heft: 24

Artikel: Wärmeübergang hochoverhitzter Luft in Rohren
Autor: Ten Bosch, M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-44112>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Wärmeübergang hochoerhitzter Luft in Rohren. — Der schwedische Wohnungsbau auf der Ausstellung in Stockholm 1930. — Baubudget 1931 der Schweizerischen Bundesbahnen. — Nekrologe: Max Weiss. Walter Graenacher. Hermann Oechstin. — Mitteilungen: Versuche mit Förderbändern. Netzkupplungen durch kom-

poundierte Asynchronmaschinen. Basler Rheinhafenverkehr. Klinikbauten in Lausanne. Zur Erweiterung des Flugplatzes Basel. Für den Ausbau des Gaswerkes in Genf. — Mitteilungen der Vereine: Schweizer Ingenieur- und Architekten-Verein. — Sitzungs- und Vortragskalender.

Band 96

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 24

Wärmeübergang hochoerhitzter Luft in Rohren.

Von Prof. M. TEN BOSCH, E. T. H., Zürich.

In den letzten Jahren sind namentlich durch die Wärmestelle des Vereins deutscher Eisenhüttenleute verschiedene Versuche über den Wärmeübergang hochoerhitzter Luft in Rohren veröffentlicht worden¹⁾, die scheinbar sehr stark von den bekannten Gesetzen des Wärmeüberganges abweichen. Sie veranlassten Dr. A. Schack zu einer gründlichen Kritik des Aehnlichkeitsprinzipes²⁾, bei der er zu der Schlussfolgerung kam, dass eine ausreichende Genauigkeit der Aehnlichkeitsformeln für den Wärmeübergang nicht zu erwarten ist, sodass diese besser durch empirische Gleichungen zu ersetzen sind. Er bezeichnet³⁾ die empirische Formel von E. Schulze⁴⁾

$$\alpha = 2,9 \frac{w_0^{0,8}}{d^{1/3}} \quad (\text{kcal/m}^2, \text{h}, ^\circ\text{C}) \quad (1)$$

als die zur Zeit genaueste.

Es ist sicher, dass eine Theorie, deren Schlussfolgerungen nicht durch die Erfahrung bestätigt werden, für den Ingenieur wenig Interesse hat. Andererseits ist es eine altbekannte Tatsache, dass durch den Versuch allein keine wesentlichen Fortschritte in der Erkenntnis erreicht werden können. Man braucht nur an die frühern Veruche zur Bestimmung des Druckverlustes in Rohren oder zur Be-

- 1) Mitteilungen der Wärmestelle VDE Nr. 91.
- 2) Mitteilungen der Wärmestelle VDE Nr. 98.
- 3) Der industrielle Wärmeübergang, Düsseldorf 1929.
- 4) Mitteilungen der Wärmestelle VDE Nr. 117.

stimmung der Reibungszahlen in Lagern zu erinnern, um die Aussichtslosigkeit dieses Weges zu erkennen. Die Rückkehr zur reinen Empirie wird auch beim Wärmeübergang zu einem Chaos von Erfahrungsformeln führen, d. h. zu dem Zustand vor der grundlegenden Arbeit von W. Nusselt (1910).

Andererseits hat Prof. Nusselt kürzlich nachgewiesen⁵⁾, dass die Versuchsergebnisse von Schulze nicht in Uebereinstimmung mit der Impulstheorie stehen, da z. B. nach der theoretischen Untersuchung von Prof. Dr. A. Stodola⁶⁾ eine grössere Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Temperatur nachweisbar sein sollte. Nusselt leitet dann (ebenfalls mit Hilfe des Impulssatzes) für die Wärmeübergangszahl eine neue Beziehung ab, deren Schlussfolgerungen aber auch nicht durch die Versuche von Schulze bestätigt werden. Er meint, dass die Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung durch Mess- Ungenauigkeiten zu erklären sind, während nach meiner Ansicht das Versagen der Impulstheorie darauf zurückzuführen ist, dass der Impulssatz bis zur Rohrwandung angewandt und das Vorhandensein einer laminaren Grenzschicht übersehen wird. Diese Vernachlässigung ist durchaus zulässig, solange nur die Strömungswiderstände zu berechnen sind. Für den Wärmeübergang dagegen ist die Wärmeleitung durch die laminare Grenzschicht von so grosser Bedeutung, dass sie nicht vernachlässigt werden darf.

Für den praktisch tätigen Ingenieur ist es heute jedenfalls nicht leicht geworden, aus der grossen Anzahl von Theorien und Erfahrungsgleichungen, die in der Literatur vorkommen, die richtige Wahl zu treffen. Die Ergebnisse der Versuche von E. Schulze, die einen grossen Messbereich umfassen, sind erfreulicherweise vollständig veröffentlicht worden. In Abb. 1 sind die gemessenen Wärmeübergangszahlen mit der Formel (1) verglichen. Dabei sind alle Versuchswerte mit künstlich erzeugter Wirbelung weggelassen, desgleichen die in der Nähe der kritischen Geschwindigkeit liegenden.

- 5) Z. f. techn. Mech. u. Thermodynamik 1930, Heft 8
- 6) Schweiz. Bauzeitung Bd. 87 (1927), S. 261.

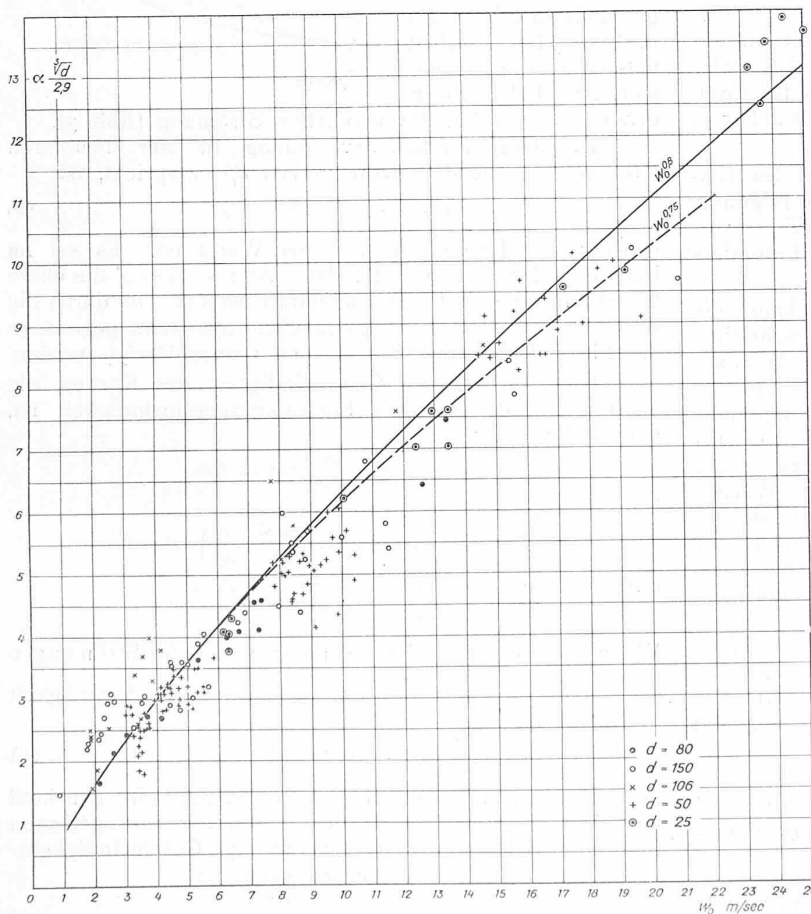


Abb. 1. Vergleich der Versuchswerte von E. Schulze mit der Formel (1).

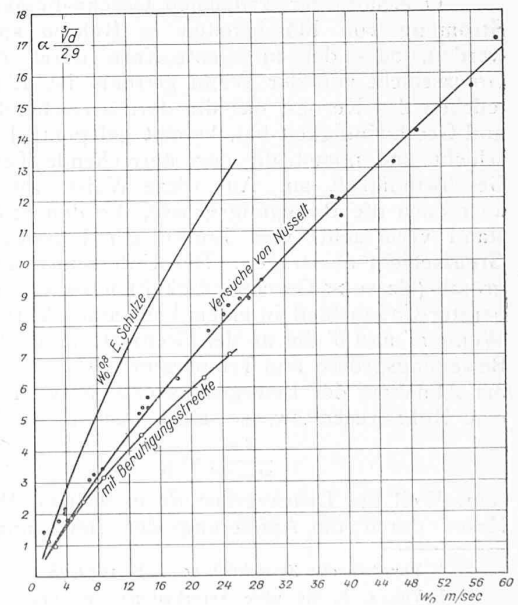


Abb. 2. Vergleich der Gl. (1) mit den Werten von Nusselt.

Da die Gleichung (1) allgemeine Geltung für Luft beansprucht, sollte sie z. B. die frühern Versuche von Nusselt auch annähernd umfassen. Aus Abb. 2 ist aber zu sehen, dass dies keinesfalls zutrifft. Die Abweichungen zwischen der Formel von Schulze und den Versuchsergebnissen von Nusselt werden umso grösser, je grösser w_0 , d. h. je höher der Druck ist. Sie sind dadurch zu erklären, dass sowohl die Potenzen von w_0 und d als auch der Zahlenfaktor nicht richtig sind. Diese eine Gegenüberstellung möge genügen, um nachzuweisen, dass die Gleichung (1) niemals Anspruch auf allgemeine Gültigkeit für Luft erheben kann, und dass ihr keine grössere Bedeutung beizumessen ist, als einer der vielen andern empirischen Gleichungen, die nur innerhalb den Versuchsgrenzen brauchbar sind.

Es soll nun untersucht werden, ob die Theorie tatsächlich so versagt, dass sie (nach Schack) in keiner Weise den verhältnismässig geringen Ansprüchen genügt, die der Ingenieur an die Genauigkeit seiner Formeln stellen muss.

Es ist viel zu wenig bekannt, dass, kurz nach der grundlegenden Arbeit von W. Nusselt, Prof. L. Prandtl¹⁾ aus der Aehnlichkeit der Differentialgleichungen für die Wärmeleitung und für die Flüssigkeitströmung eine viel allgemeinere Gleichung für den Wärmeübergang abgeleitet hat, nämlich:

$$\alpha \frac{d}{\lambda} = \frac{F(Re)}{\epsilon - \frac{w'}{w}(\epsilon - 1)} \quad (2)$$

worin $F(Re)$ aus dem Druckverlust durch Oberflächenreibung zu bestimmen ist. Für glatte Rohre ist (nach den Versuchen von Blasius), mit $Re = \frac{w d}{\nu}$ und $\nu = \eta g / \gamma$:

$$F(Re) = 0,0395 Re^{0,75} \quad (3)$$

Aus den Versuchen von Brabbée mit den in der Praxis gebräuchlichen nahtlos gezogenen Rohren und mit Gasrohren folgt, dass diese Rohre praktisch als glatte zu betrachten sind.²⁾

Weiter ist in Gl. (2) w' die Geschwindigkeit an der Grenze der laminaren Schicht, w die mittlere Geschwindigkeit des Kerns und $\epsilon = \lambda / c_p \eta g$ eine Zahl, die für tropfbare Flüssigkeiten sehr stark von der Temperatur abhängt, für Gase dagegen davon unabhängig ist.

Zur Klärung der viel umstrittenen Frage des Einflusses der Wand- und Flüssigkeitstemperatur sind folgende, auch ohne weitgehende mathematische Kenntnisse verständliche Ueberlegungen für den Ingenieur besonders anschaulich.

Oberhalb der kritischen Geschwindigkeit kann die Strömung von Flüssigkeiten in Rohren so beschrieben werden, dass der turbulente Kern durch eine laminare Grenzschicht von der Wand getrennt ist. Ein Flüssigkeitsteilchen des Kernes, das die dort herrschende Temperatur und Geschwindigkeit hat, kommt gelegentlich in die Grenzschicht und nimmt die dort herrschende Temperatur und Geschwindigkeit an. Auf diese Weise wird die Wärme, aber auch die Bewegungsgrösse, die den Strömungswiderstand verursacht, vom Innern der Flüssigkeit nach der Grenzschicht übertragen. Der Unterschied an Bewegungsgrösse (Masse \times Geschwindigkeit) muss deshalb zum Temperatur-Unterschied in einem konstanten Verhältnis stehen. Wenn m' und ϑ' die an der Grenzschicht noch vorhandene Bewegungsgrösse und Temperatur sind, und Δm bzw. $\Delta \vartheta$ die Abnahme der Bewegungsgrösse bzw. Temperatur für eine Rohrstrecke Δx , so muss nach dieser Ueberlegung:

$$\frac{\Delta m}{m - m'} = \frac{\Delta \vartheta}{\vartheta - \vartheta'} \quad (4)$$

sein. Weil der Druckverlust $d\vartheta$ in weitaus überwiegender Masse durch die Aenderung der Bewegungsgrösse ver-

ursacht wird, ist Δm proportional mit $\pi/4 d^2 d\vartheta$. Die Abnahme der Bewegungsgrösse $m - m'$ ist proportional mit $\frac{\pi}{4} d^2 \frac{\gamma}{g} w (w - w')$. Durch Einsetzen dieser Werte in Gl. (4) erhält man:

$$\frac{\Delta \vartheta}{\vartheta - \vartheta'} = \frac{d\vartheta}{\gamma/g w (w - w')} \quad (5)$$

Die auf die Strecke Δx an der Grenzschicht in der Zeiteinheit abgegebene Wärme Q ist:

$$Q = \pi/4 d^2 w g \Delta \vartheta c_{pk}$$

oder mit Gl. (5):

$$Q = \pi/4 d^2 g c_{pk} d\vartheta \frac{\vartheta - \vartheta'}{w - w'}$$

und die Wärmeübergangszahl an der Grenzschicht α_g , d. h. die Wärmemenge, die pro Zeit- und Flächeneinheit bei $t^0 C$ Temperaturunterschied übergeht:

$$\alpha_g = \frac{Q}{\pi d dx (\vartheta - \vartheta')} = \frac{g d c_{pk}}{4 (w - w')} \frac{d\vartheta}{dx} \quad (6)$$

Um an die Wand zu gelangen, muss die Wärme noch durch Leitung durch die laminare Grenzschicht hindurch. Wenn e die Dicke und λ die mittlere Wärmeleitfähigkeit der Grenzschicht ist, so folgt aus der Kontinuität der Wärmeströmung:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_g} + \frac{e}{\lambda g}$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{4 (w - w')}{g d c_{pk}} \frac{dx}{d\vartheta} + \frac{e}{\lambda g} \quad (7)$$

oder

Für die Grenzschichtdicke e kann durch folgende Ueberlegung eine obere Grenze gefunden werden. Man kann die wirklich vorhandene Strömung mit einer „idealisierten“ vergleichen, bei der sämtliche Flüssigkeitsteilchen im Kern die gleiche Geschwindigkeit w haben. Sowohl die mittlere Strömungsgeschwindigkeit als auch der Druckverlust müssen aber im „idealisierten“ Fall gleich gross sein, wie bei der wirklichen Strömung (Abb. 3).

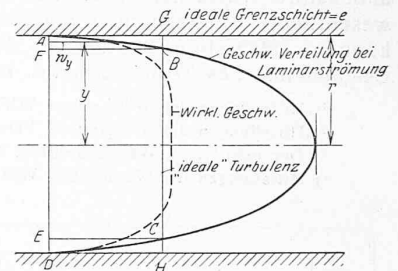


Abb. 3.

Die Geschwindigkeitsverteilung in der laminaren Grenzschicht, die dem Druckverlust $d\vartheta$ entspricht, ist

$$w_y = \frac{d\vartheta}{4 \eta dx} (r^2 - y^2) \quad (8)$$

worin y die Entfernung von der Wand ist. Es sei im Punkte B der Wert $y = B$; dann ist $r - B = e'$ die obere Grenze für die Dicke der laminaren Schicht. Die durch die Grenzschicht strömende Flüssigkeitsmenge kann gegenüber der Flüssigkeitsmenge des Kernes vernachlässigt werden.

Die gleichmässige Geschwindigkeit des Kernes, die dann gleich der mittlern Flüssigkeitgeschwindigkeit ist, wird mit $y = B$:

$$w_B = w = \frac{d\vartheta}{4 \eta dx} (r^2 - B^2)$$

Daraus folgt

$$B^2 = r^2 \left(1 - \frac{4 \eta w}{r^2} \frac{dx}{d\vartheta} \right)$$

und

$$\frac{e'}{r} = 1 - \frac{B}{r} = 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \eta w}{r^2} \frac{dx}{d\vartheta}}$$

Wenn $\frac{4 \eta w}{r^2} \frac{dx}{d\vartheta}$ klein ist gegenüber 1, d. h. für Strömungen die nicht zu nahe bei der kritischen Geschwindigkeit liegen, so ist

$$\frac{e'}{r} = 1 - 1 + \frac{2 \eta w}{r^2} \frac{dx}{d\vartheta} \quad (9)$$

Die wirkliche Grenzschichtdicke e ist nur ein Bruchteil von e' , z. B. $e = \varphi e'$, und weil wegen der sehr geringen Stärke der Schicht darin eine geradlinige Geschwindigkeitsverteilung angenommen werden kann, ist:

$$\frac{e}{e'} = \varphi = \frac{w'}{w} \quad (10)$$

¹⁾ Physikalische Zeitschrift 1910, S. 1072/78.

²⁾ Vgl. z. B. die neue Verarbeitung der Brabbée'schen Versuche durch Dr. F. Bradtke, „Gesundheitsing.“, Sonderheft vom 4. Juni 1930, S. 1.

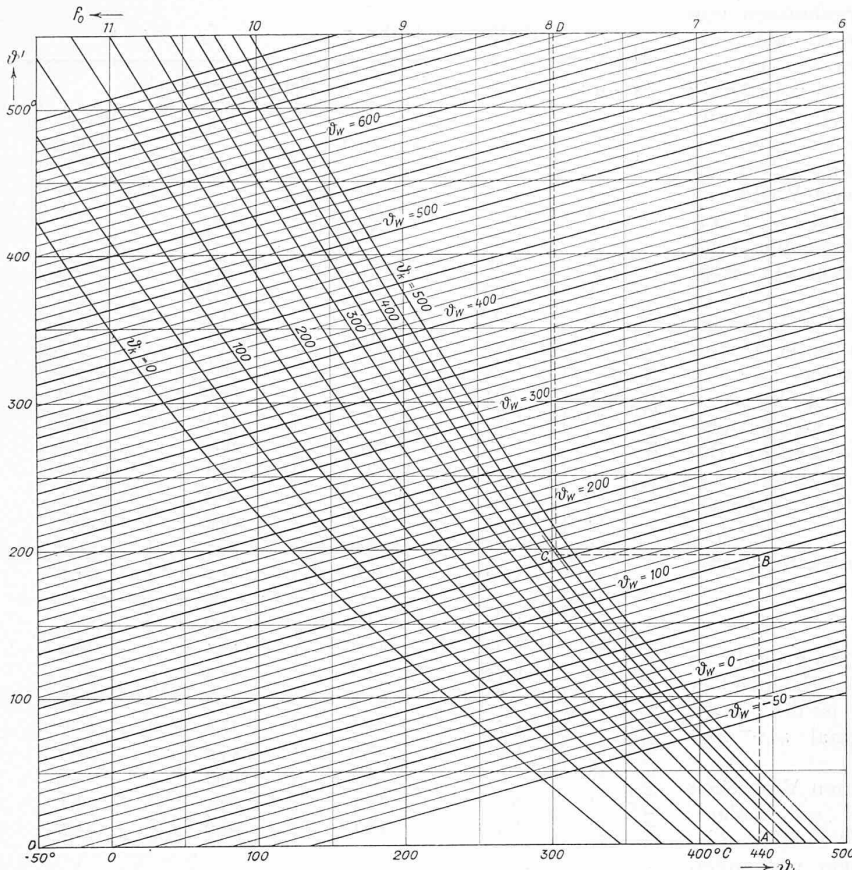


Abb. 4. Werte von f_0 zur Berechnung der Wärmeübergangszahl für Luft aus Gl. (16).
Beispiel: Für $\vartheta_k = 440^\circ\text{C}$ (Punkte A und C) und $\vartheta_w = 100^\circ\text{C}$ (Punkt B) ist $f_0 = 7,96$ (Punkt B).

und mit Gl. (9):

$$e' = \varphi \frac{dx}{dp} \frac{2\eta_g w}{r^2} \dots \dots \dots (11)$$

Setzen wir diesen Wert in Gl. (7) ein, so wird:

$$\frac{r}{\alpha} \frac{dp}{dx} = \frac{2w(1-\varphi)}{g c_{pk}} + \frac{2\eta_g w \varphi}{\lambda_g}$$

oder

$$\alpha = \frac{r dp/dx}{\frac{2w(1-\varphi)}{g c_{pk}} + \frac{2\eta_g w \varphi}{\lambda_g}} \dots \dots \dots (12)$$

Vernachlässigt man die Veränderlichkeit der Stoffwerte mit der Temperatur, wie Prandtl das bei der Ableitung seiner Gleichung getan hat, so wird mit

$$\frac{dp}{dx} = \zeta \frac{1}{d} \frac{w^2}{2g} \gamma$$

$$\alpha \frac{d}{\lambda} = \frac{\zeta}{8/\lambda} \frac{w d c_p \gamma}{1 - \varphi + \varphi/E}$$

und da $\frac{w d c_p \gamma}{\lambda} = Pe' = \frac{Re}{\varepsilon}$, ist:

$$\alpha \frac{d}{\lambda} = \frac{\xi/8 Re}{\varepsilon(1-\varphi) + \varphi} \dots \dots \dots (12a)$$

d. i. die zuerst von Prandtl gegebene Gleichung (2).

Berücksichtigt man die Veränderlichkeit der Stoffwerte, so folgt aus Gl. (12) mit dem Blasius'schen Wert für

$$\zeta = 0,3164 Re^{-0,25} \dots \dots \dots (13)$$

$$\alpha = \frac{0,3164 Re^{-0,25} w \gamma/g}{\frac{w(1-\varphi)}{g c_{pk}} + \frac{\eta_g w \varphi}{\lambda_g}}$$

und da $\lambda = \varepsilon \eta c_p g$ ist, und wenn $c_{pk} = c_{pg}$ gesetzt wird:

$$\alpha \left(1 - \varphi + \frac{\varphi}{\varepsilon}\right) = \frac{0,0395}{\sqrt{Re_g}} c_{pk} w g \dots \dots \dots (14)$$

Für tropfbare Flüssigkeiten ist $\gamma_k = \gamma_g$, sodass mit $Re = \varepsilon Pe$

$$\alpha \frac{d}{\lambda_g} \left[\varphi + \varepsilon_g(1 - \varphi)\right] = 0,0395 Re_g^{0,75} \dots \dots \dots (15)$$

Aus den Versuchen von Stender mit Wasser bestimmte ich 1926¹⁾ den Wert $\varphi = 0,35$. Wie gut die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Versuch ist, habe ich kürzlich an anderer Stelle gezeigt²⁾. Die praktische Anwendung dieser Gleichung auf andere Flüssigkeiten, z. B. auf Transformatoren-Oel oder auf Sole, hat immer eine vollständige Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch ergeben. Die Gleichung (14) darf deshalb wohl als zur Zeit genaueste allgemeine Gleichung für den Wärmeübergang von in Rohren strömenden Flüssigkeiten bezeichnet werden.

Eine Unsicherheit der Gleichung, die allerdings bei der bisher erreichten Versuchsgenauigkeit noch nicht zum Vorschein gekommen ist, liegt darin, dass der Druckverlust bis jetzt nur bei gleicher Wand- und Flüssigkeitstemperatur gemessen wurde, während beim Wärmeübergang immer verschiedene Wand- und Flüssigkeitstemperaturen vorhanden sind. Bis solche vorliegen, kann in Gl. (13) die Reynolds'sche Zahl für die mittlere Temperatur der Grenzschicht eingesetzt werden, obschon es — beim Ueberwiegen des Energieverlustes im turbulenten Kern — vielleicht genauer wäre, die Temperatur ϑ' am Rande der laminaren Schicht dafür einzusetzen.

Für elastische Flüssigkeiten ist die Vereinfachung $\gamma_k = \gamma_g$ nicht zulässig. Setzt man für Luft $\varepsilon = 1,42$ und nimmt man in Gl. (14) die Reynolds'sche Zahl für die Temperatur ϑ' an der Grenze der laminaren Schicht, so wird mit $\varphi = 0,35$

$$0,907 \alpha = \frac{0,0395 c_{pk} \gamma' \nu'^{0,25}}{w^{0,25} d^{0,25}} w$$

$$\text{oder } \alpha = \frac{0,0395}{0,907} \frac{c_{pk}^{0,75}}{d^{0,25}} (c_p' \nu' \gamma')^{0,25} \left(\frac{\gamma_k}{\gamma'}\right)^{0,25} (w \gamma)^{0,75}$$

Bezieht man die Geschwindigkeit auf das „Normalvolumen“ des Gases (bei 0°C und 760 mm Hg), so ist mit $w \gamma = w_0 \gamma_0$ und für $d = 0,022\text{ m}$:

$$\alpha_n = f_0 w_0^{0,75} \text{ kcal/m}^2, \text{ h, } ^\circ\text{C}$$

Für andere Rohrdurchmesser muss α_n noch mit einem Faktor f_d multipliziert werden, sodass für durch Rohre strömende Luft allgemein:

$$\alpha = f_0 f_d w_0^{0,75} \text{ kcal/m}^2, \text{ h, } ^\circ\text{C} \dots \dots (16)$$

ist. Zur Berechnung von f_0 muss die Temperatur ϑ' an der Grenze der laminaren Schicht bekannt sein, die sofort aus der Kontinuität der Wärmeströmung folgt:

$$(\vartheta_k - \vartheta_w) \alpha = \frac{\lambda}{\varphi \varepsilon} (\vartheta' - \vartheta_w)$$

und mit den Werten von α und e aus den Gleichungen (12a) und (11):

$$(\vartheta_k - \vartheta_w) \frac{\zeta}{8} \frac{\lambda}{d} \frac{Re}{\varepsilon - \varphi(\varepsilon - 1)} = \frac{\lambda}{\varphi} \frac{\zeta}{8} \frac{\gamma w}{\eta g} (\vartheta' - \vartheta_w)$$

oder

$$\vartheta' - \vartheta_w = \frac{\varphi}{\varepsilon + \varphi(1 - \varepsilon)} (\vartheta_k - \vartheta_w)$$

Mit $\varepsilon = 1,42$ und $\varphi = 0,35$ wird für Luft:

$$\vartheta' = 0,274 \vartheta_k + 0,726 \vartheta_w \dots \dots \dots (17)$$

Die Werte von f_0 sind in Abb. 4 eingetragen, mit deren Hilfe die Wärmeübergangszahl für in Rohren strömender Luft für alle Temperaturverhältnisse mühelos bestimmt werden kann.

¹⁾ Z. d. V. d. I. 1926. S. 911.

²⁾ Z. d. V. d. I., 13. Dezember 1930.

Bevor die Theorie mit den Versuchsergebnissen von E. Schulze verglichen wird, sei noch hervorgehoben, dass die Gleichung für den Druckverlust in Rohren nur oberhalb der kritischen Geschwindigkeit und nur bei vollständig beruhigter Strömung gilt. Die daraus abgeleitete Gleichung für den Wärmeübergang gilt natürlich unter den gleichen Voraussetzungen. Es ist nun allgemein bekannt, dass der Druckverlust und damit der Wärmeübergang durch Wirbelung erhöht wird. Bei den Versuchen von W. Nusselt z. B. erhöhten sich die Wärmeübergangszahlen schon um etwa 15%, wenn die vorgeschaltete Beruhigungstrecke weggelassen wurde.

Wie aus Abb. 1 zu erkennen ist, wird die Potenz von w_0 bei der empirischen Formel von Schulze im wesentlichen durch die in der rechten Ecke oben (bei $w_0 = 23$ bis 25 m/s) liegenden Versuchspunkte bestimmt. Das sind die Versuchsnummern 1 bis 6 der Tabelle 7 von Schulze mit einem Rohr von 25 mm \varnothing , ohne Anlaufstrecke. Die Luft strömte dabei aus einem Behälter durch scharfe Ablenkung in das Versuchsrohr (Abb. 5), sodass unbedingt mit einer Erhöhung der Wärmeübergangszahl durch Wirbelung gerechnet werden muss, und zwar schätzungsweise um mindestens 15 bis



Abb. 4.

20%. Lassen wir diese Versuchspunkte weg, so gruppieren sich alle übrigen Versuche mit mindestens der gleichen Genauigkeit um die 0,75-Potenz von w_0 . Damit ist die theoretische Bedingung erfüllt, dass a proportional $w_0^{0,75}/d^{0,25}$ sein muss.

Es ist zu bedauern, dass Schulze bei seinen Versuchen nicht mit jedem Rohr eine Versuchsreihe „mit Anlaufstrecke“ durchgeführt hat. Dadurch hätte der Wirbelfaktor X , der beim Fehlen der Beruhigungstrecke immer vorhanden ist, einwandfrei bestimmt werden können. Aus der grossen Anzahl seiner Versuche mit Luft wähle ich zunächst die Tabelle 11. Bei dieser Versuchsreihe mit einem Rohr von 50 mm \varnothing liegt die Wandtemperatur zwischen 75 und 100°C, während die Lufttemperatur 200 bis 450°C beträgt. Die Versuche wurden ohne Anlaufstrecke durchgeführt und die Temperatur der Luft zum Teil mit „Röhrenkörper“ und zum Teil mit Durchflusspyrometer gemessen. Der Röhrenkörper besteht aus einer grossen Anzahl (beim 50 mm Rohr aus 83) Steatitrohrchen, die den gesamten Querschnitt des Rohres ausfüllen und sehr sorgfältig genau in der Längsrichtung des Rohres eingesetzt sind. Sie dienen also (neben der Messung der Lufttemperatur) als Geradrichter der Strömung. Beim Austritt aus dem Röhrenkörper entsteht natürlich eine Durchwirbelung, die allerdings wesentlich kleiner sein wird, als bei freier Einströmung der Luft in das Rohr. Ich nehme an, dass — im Vergleich mit der freien Einströmung — die Messungen mit Röhrenkörper fast als Versuche mit Anlaufstrecke zu betrachten sind. Der Vergleich ist in Tabelle 1 durchgeführt; die Versuche 17 bis 23 sind dabei weggelassen, weil sie nahe an der kritischen Geschwindigkeit liegen, die Versuche 33 bis 52 waren mit Wirbeleinbauten. In Tabelle 2 sind weiter die Versuche mit einem 106 mm Rohr und mit Anlaufstrecke verglichen (Tabelle 13 von Schulze).

Der Vergleich zeigt, dass die allgemeine Formel für den Wärmeübergang (abgesehen von den vier ersten Werten in Tabelle 1) besser in Uebereinstimmung mit den Versuchsergebnissen von Schulze steht, als seine daraus abgeleitete empirische Formel.

Die Abweichungen können zum Teil durch die von Nusselt erwähnte Ungenauigkeit der Temperaturmessung bei grossen Temperaturunterschieden herrühren, zum Teil auch dadurch erklärt werden, dass bei sehr grossen Geschwindigkeiten der Röhrenkörper doch nicht vollständig beruhigte Strömung ergibt. In Tabelle 2 kann die kleine Abweichung zwischen Theorie und Versuch auch durch eine nicht vollkommene Beruhigung durch die Anlaufstrecke verursacht sein. Aus den Werten von f_0 in den Tabellen 1 und 2 folgt weiter, dass — in Uebereinstimmung mit

Tabelle 1. Rohr 50 mm \varnothing $f_d = 0,815$.

Versuch Nr.	f_0	Wärmeübergangszahlen		
		Formel Prandtl-t. B.	Versuch	Formel 11 Schulze
1	7,08	53,5	67,0	74,5
2	7,0	56,5	71,4	78,8
3	6,92	58,4	78,7	82,0
4	6,85	61,0	71,7	85,2
5	7,08	33,8	38,2	42,5
6	7,0	35,0	41,6	47,7
7	6,9	36,3	42,1	47,1
8	6,82	37,5	38,8	51,2
9	7,02	20,8	22,6	27,0
10	6,96	22,8	23,1	28,7
11	6,90	22,0	22,4	29,9
12	6,76	22,5	22,4	30,8
13	6,75	15,9	16,9	21,3
14	6,85	15,8	16,8	20,9
15	6,82	16,0	14,5	20,9
16	6,72	16,4	14,1	21,6
Mit Röhrenkörper				
24	6,84	42,3	44,9	55,5
25	6,92	41,0	44,4	48,4
26	6,75	42,8	41,9	51,2
27	6,8	25,3	27,4	29,8
28	6,7	25,3	27,7	30,0
29	6,6	26,0	25,2	30,8
30	6,68	18,8	19,5	21,8
31	6,66	19,1	20,0	22,2
32	6,60	19,5	20,0	22,7
Mit Durchflusspyrometer Wirbelfaktor $X = 1,15$				

Tabelle 2. Rohr 106 mm \varnothing $f_d = 0,68$.

Versuch Nr.	f_0	Wärmeübergangszahlen		
		Formel 8a Prandtl-t. B.	Versuch	Formel 9 Schulze
1	6,0	14,5	15,8	16,3
2	5,95	14,7	16,5	16,7
3	6,05	14,9	15,6	16,4
4	5,9	9,9	11,5	10,8
5	5,75	9,1	9,9	10,2
6	5,8	8,9	9,0	10,0
7	5,8	9,1	9,5	10,2
Mit Anlaufstrecke				

den Versuchen von Schulze — die Temperaturen nur wenig Einfluss auf die Wärmeübergangszahl haben.

Nusselt erwähnt in seiner oben genannten Arbeit Versuche von Jordan, Gröber und Babcock & Wilcox, die eine grössere Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Temperatur aufweisen sollen. Die Versuche von Babcock & Wilcox mit *Verbrennungsgasen* müssen beim Vergleich ausscheiden, da die Gasstrahlung das Ergebnis zum mindesten stark beeinflusst. Jordan hat bei seinen Versuchen die Lufttemperatur mit ungeschützten Thermometern gemessen, sodass dabei die Messgenauigkeit sicher wesentlich kleiner war als bei den Versuchen von Schulze. Die Versuche von Gröber zeigen keine wesentliche Abhängigkeit von der Temperatur.

Zusammenfassung. Es wird nachgewiesen, dass die empirische Gleichung von Schulze nur innerhalb seiner Versuchsgrenzen gültig ist, und ausserhalb dieser Grenzen, z. B. für die Versuche von Nusselt, Fehler bis zu 100% ergibt. Die theoretische Gleichung von Prandtl mit dem Erfahrungswert 0,35 gibt — wenn die Stoffwerte bei den richtigen Temperaturen eingesetzt werden — für alle Flüssigkeiten mit der Erfahrung genügend genau übereinstimmende Werte. Mit Hilfe einer Kurvenschar können die Wärmeübergangszahlen für alle Temperaturen mühelos bestimmt werden.