Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 95/96 (1930)

Heft: 13

Inhaltsverzeichnis

Band 96 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 13

Eine Aufgabe aus der Hydraulik.

Von Dipl. Masch.-Ing. W. SOLOMON.

Vorwort. Bei sich selbst regulierenden Stauschützen kommt es manchmal vor, dass, aus äusserlich nicht erklärlichen Gründen, periodische Schwingungen auftreten, die ein richtiges Funktionieren der Schütze unmöglich machen. Man hat festgestellt, dass bei grundsätzlich gleicher Konstruktion der Schütze und ihrer Bedienungsapparate die Schütze an einem Orte richtig funktionierte, aber an einem andern mit etwas veränderten Verhältnissen ganz versagte. Die rechnerische Verfolgung der beim Funktionieren einer solchen automatischen Schütze auftretenden Bewegungsvorgänge führt auf ein System von simultanen Differential-Gleichungen, wobei sich zeigt, dass deren Auflösung nur vermittels Annäherungsmethoden in sehr mühsamer und zeitraubender Weise möglich erscheint. Da jedoch, besonders in der Praxis, die Zeit für solche langwierigen Rechnungen meistens fehlt, unterlässt man eben den Versuch, zu einer theoretischen Lösung dieses Problems zu gelangen und behilft sich lieber mit systematischer Empirie, wobei ein gewisses Misstrauen gegen rein theoretische Ueberlegungen auch noch eine gewisse Rolle spielt. Es ist dies übrigens ein Vorgang, den wir heute in der technischen Praxis noch oft feststellen können. Da jedoch solche Versuche, und besonders im vorliegenden Falle, nicht nur zeitraubend, sondern auch kostspielig sind, hätte es doch einen grossen *praktischen* Wert, wenn es gelänge, eine theoretische Lösung des Problems in geschlossener Form zu finden, die dann wenigstens qualitativ wegleitend sein könnte. Dies bewog mich, einen mathematisch besonders gut veranlagten Absolventen unserer E. T. H. hinter das Problem zu „hetzen", und es gelang ihm tatsächlich, eine Lösung zu finden, wie die nachstehenden Ausführungen zeigen. Prof. R. Dubs.

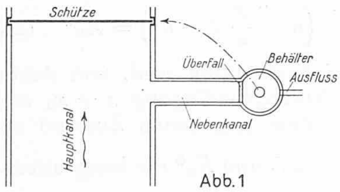

Abb. 1

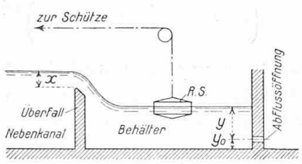

Abb. 2

Durch eine gerade Rinne oder einen Kanal fliesse eine vorläufig konstante Wassermenge Q m³/sec. Die Wasserspiegelhöhe im Kanal soll durch eine am Ende des Kanals eingebaute Schütze (vergl. Abb. 1) automatisch auf möglichst konstanter Höhe gehalten werden. Vor der Regulierschütze ist in einem Nebenkanal ein Ueberfall mit oder ohne Seitenkontraktion eingebaut, über den das Wasser aus dem Kanal in einen Behälter mit konstantem Horizontalquerschnitt F fliesst. In diesem Behälter befindet sich ein Schwimmer, der als Steuerorgan für die Regulierschütze dient. Der Behälter giesst durch eine Rohrleitung, deren Mittellinie y_0 über der Kammersohle liegt, in das Unterwasser aus.

Nach einer gewissen Zeit wird das zufliessende Wasser die obere Kante des Ueberfalles erreichen und von nun an in den Behälter fliessen. Die Ueberfallhöhe x wächst von Null bis zu der dem Durchfluss Q und den Ueberfalldimensionen für Beharrung entsprechende Ueberfallhöhe x_{stat} an. Die Grösse x ist Funktion der Zeit t und aus den praktischen Verhältnissen zu ermitteln:

$$x = \varphi(t) \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Im Behälter wird zur Zeit $t = t_0$ und für $x = x_0$ [1]) das Wasser auf der Höhe der Abflussöffnung sein und entsprechend die sekundliche Abflussmenge

$$Q_y = \mu_i f \sqrt{2g\,y} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

aus dem Behälter weiter fliessen, wenn $\mu_i =$ Abflusskoeffizient, $f =$ Oeffnungsfläche und $y =$ Wasserhöhe über die Oeffnung (nach oben positiv gerechnet). Für Beharrungszustand ist y leicht aus:

$$^2/_3\,\mu\,b\,x_{\text{stat}}\sqrt{2g\,x_{\text{stat}}} = \mu_i f \sqrt{2g\,y_{\text{stat}}} \quad \ldots \quad (3)$$

oder:

$$^2/_3\,\mu\,b\sqrt{2g}\left[\left(x_{\text{stat}} + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] = \mu_i f \sqrt{2g\,y_{\text{stat}}} \quad (3^*)$$

zu bestimmen, je nachdem die Zuflussgeschwindigkeit c_0 vernachlässigbar ist oder nicht.

Unsere Aufgabe ist, bei gegebenem x-Verlauf in Funktion von der Zeit, den y-Verlauf zu bestimmen, sodass wir für bestimmte Verhältnisse des Gerinnes im Stande sind, die zeitlich veränderliche Niveau-Erhebung im Behälter zu bestimmen. Der Schwimmer macht die Bewegung des Wasserniveau mit. Man ersieht hieraus, dass die Kenntnis der Bewegung des Wassers im Behälter für die Regulierung der Anlage sehr wichtig ist.

Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$F\,dy = \left\{{}^2/_3\,\mu\,b\sqrt{2g}\left[\left(x\,t\frac{c_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] - \mu_i f \sqrt{2g}\,y^{1/2}\right\} dt \quad (4)$$

worin μ und b die Konstanten des Ueberfalles bedeuten. Im Falle wo $c_0 \approx 0$ (vernachlässigbar) geht die Gleichung über in:

$$F\,dy = \left({}^2/_3\,\mu\,b\sqrt{2g}\,x^{3/2} - \mu_i f \sqrt{2g}\,y^{1/2}\right) dt \quad . \quad (4^*)$$

Zur Gl. (4) gehört noch die oben angeschriebene Gl. (1). Die Gl. (4) ist gültig für $t \geqq t_0$ und $x \geqq x_0$. Für t im Intervall 0 bis t_0 gilt:

$$F\,dy = {}^2/_3\,\mu\,b\sqrt{2g}\left[\left(x + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] dt \quad . \quad (5)$$

oder mit (1) indem man integriert:

$$F \cdot Y = {}^2/_3\,\mu\,b\sqrt{2g}\int_{t=0}^{t=t}\left[\left(\varphi(t) + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{c_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] dt \quad . \quad (6)$$

wo $Y = Y_0 - y$; also für $t = t_0$, $Y = Y_0$.

Wie man sieht, ist bis $t = t_0$, theoretisch wenigstens, die Aufgabe einfach, d. h. so weit die Integration durchführbar ist. Nach (6) kann man für $Y = Y_0$ $t = t_0$ bekommen.

Die Gl. (4) ist aber bedeutend komplizierter. Man setze:

$$^2/_3\,\mu\,\frac{b\sqrt{2g}}{F} = -2A\,; \quad {}^2/_3\,\mu\,\frac{b\sqrt{2g}}{F}\frac{c_0^2}{2g} = 2C$$

und

$$\mu_i\frac{f\sqrt{2g}}{F} = 2B$$

wo: $A < 0$, $B > 0$, $C > 0$, sind, und wenn man noch statt x

$$\left(x + \frac{c_0^2}{2g}\right)^{1/2} = z \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

als Variable annimmt und

$$z = \psi(t) \quad \ldots \ldots \quad (7^*)$$

setzt, so folgt aus Gl. (4)

$$\frac{dy}{dt} + 2A\left(\psi(t)\right)^3 + 2B\,y^{1/2} + 2C = 0 \quad . \quad . \quad (8)$$

Diese Gleichung ist nun zu integrieren.

Durch die Substitution:

$$y = u^2 \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

geht Gl. (8) über in:

$$u\,du + [A\,[\psi(t)]^3 + C + B\,u]\,dt = 0 \quad . \quad . \quad (10)$$

[1]) $x_0 \approx 0$ und $t = t_0 = 0$, wenn im Behälter Wasser bis zur Abflussöffnung schon vorhanden ist.