

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 95/96 (1930)
Heft: 26

Artikel: Die Anstellungsfrage
Autor: Sandel, G.D.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-44017>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Die Anstrengungsfrage. — Die Schweizerische Textilmaschinen-Industrie auf der Internationalen Ausstellung in Barcelona 1929. — Bilder aus Stadt und Kanton Freiburg (mit Tafeln 22 und 23). — Vom Tierhaften zur Architektur. — Mitteilungen: Neue Motorwagen der Sihltalbahn. Akustisch hochwertige Parabelsäle. Ueber den Erfolg der Rationalisierungsmassnahmen bei der Eidgen. Telephonverwal-

tung. Eidgenössische Technische Hochschule. Tag für Denkmalpflege und Heimatschutz, Köln 1930. Internationaler Kongress für Geodäsie und Geophysik in Stockholm. — Nekrolog: Fritz Mousson. — Wettbewerbe: Spital in Aigle. Beseitigung der Niveaübergänge der Durchgangstrassen in Baden. Neues Aufnahmehäusle für den Bahnhof Neuenburg. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine.

Band 95

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 26

Die Anstrengungsfrage.

Von Dr. Ing. G. D. SANDEL, Chemnitz.

Auch neuere wertvolle Beiträge zur Lösung des Anstrengungsproblems¹⁾ zeigen noch offene Fragen, die nachstehend aufgewiesen und zu klären versucht werden.

I. DAS ANSTRENGUNGSPROBLEM.

Das Anstrengungsproblem stellt zweierlei Aufgaben: Die erste besteht darin, alle jene Grenzhauptspannungen anzugeben, bei denen die gleiche Fliess- oder Bruchgefahr besteht, die zweite darin, alle jene Hauptspannungen vorauszusagen, bei denen die gleiche Sicherheit gegen die Fliess- oder Bruchgefahr vorhanden ist.

Die Gesamtheit der Grenzhauptspannungen in Hauptspannungskoordinaten aufgetragen bildet die *Grenzfläche* $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, die sich mit den Poissonschen Gleichungen auch umformen lässt in eine Hauptdehnungsgrenzfläche $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$. Die „Grenzfläche n facher Sicherheit“ ist nur dann eine n fache Verkleinerung der genannten Grenzflächen, wenn sich der Festigkeits- bzw. Anstrengungszustand bis zum Vergleichsspannungszustand an der Grenze mit zunehmenden Spannungen linear und nicht unstetig ändert, d. h. wenn z. B. den Vergleichsspannungen an der Fliessgefahrengrenze gerade noch die selben Materialeigenschaften entsprechen, wie an der Sicherheitsgrenze. Bei der Elastizitätsgrenze und allenfalls der oberen Streckgrenze treffen diese Voraussetzungen noch zu, an der unteren Streckgrenze aber nicht mehr. Denn für die Grenzfläche des schon eingetretenen Fliessens ist die Poissonsche Zahl $m = 2$, für die Sicherheitsgrenzfläche aber $m = \sim 10/3$. Der Fall $m = 2$ tritt für gesundes Material nicht ein. Bis zur oberen Streckgrenze, an der sich das Material plötzlich verändert — durch Eintreten von Zementitbrüchen nach G. Sachs — ist $m > 2 = \sim 10/3$. Es kann also der Fall $m = 2$ für die Beurteilung der Anstrengung nicht in Frage kommen, wohl aber für die Voraussage des Eintretens der unteren Streckengrenze und allenfalls des Eintretens des Schiebungsbrechens bei spröden Materialien, für die $\nu = K_d/K_z > 1$ ist.

II. SPANNUNGZUSTAND, FORMÄNDERUNGZUSTAND.

Ein Spannungszustand ist durch die drei Hauptspannungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, bzw. durch Grösse und Richtung des Spannungshauptvektors, d. i. die geometrische Summe der drei Hauptspannungen, vollständig bestimmt.

Ein Formänderungszustand ist durch die drei Hauptdehnungen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, bzw. durch Grösse und Richtung des Dehnungshauptvektors, d. h. die geometrische Summe der drei Hauptdehnungen vollständig bestimmt. Der „Betrag“ des Dehnungshauptvektors ist die relative Verlagerung eines Punktes gegenüber seiner ungespannten Lage.

Die Grössen, mit denen die Elastizitätslehre und speziell die Festigkeitstheorien rechnen, sind als Komponenten des Spannungs- oder des Dehnungshauptvektors anzusehen. Solche Komponenten sind:

a) Der Vektor der grössten Hauptspannung σ_1 , den die Spannungstheorie (die Grundlage der Dampfkessel-Berechnungen) als Mass der Anstrengung ansieht.

¹⁾ a) F. Schleicher, „Der Spannungszustand an der Fliessgrenze“ Z. A. M. 1926, S. 199 — b) Roß und Eichinger, Versuche zur Klärung der Frage der Bruchgefahr. Diskussionsbericht „E. M. P. A.“ Zürich 1926. — c) Lode, Der Einfluss der mittleren Hauptspannung. „F. H.“ 803. 1928. — d) F. Schleicher, Ueber die Sicherheit gegen Ueberschreiten der Fliessgrenze. „Bauingenieur“ 1928, S. 295. — e) v. Burzinsky, Ueber Anstrengungshypothesen. „S.B.Z.“ Bd. 94, Nr. 21.

b) Der Vektor der grössten Dehnung ε_1 , den die Dehnungstheorie (Mariotte, Navier, Poncelet, Grashof) und nach ihnen heutzutage noch die meisten Lehrbücher der Festigkeitslehre als Mass der Anstrengung bezeichnen.

c) Der Kompressionsvektor $\varrho_p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3}}$, der

dem „hydraulischen Druck“ $p = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ proportional ist. Der Druck im Innern eines Werkstoffes ist die Summe aus dem Kohäsionsdruck σ_{zzz} und dem „hydraulischen“ Druck p .

d) Der Dichte-, Lockerungs- oder Volumdehnungsvektor $\varrho_v = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\sqrt{3}}$, der der Volumdehnung $\epsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ proportional ist.

e) Der Vektor der grössten Schubspannung $\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, den die Schubtheorie als Mass der Anstrengung bezeichnet.

f) Der Vektor der grössten Verschiebung $\gamma_{13} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$, der auf Grund der Poissonschen Gleichungen mit $m = \text{const.}$ dem Vektor τ_{13} proportional ist und darum auch als Mass der Anstrengung nach der Schubtheorie gelten kann.

g) Der Schubspannungshauptvektor

$\varrho_\tau = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2}$, der sich als Mass der Anstrengung nach der Gestaltänderungstheorie ergibt.

h) Der Verschiebungshauptvektor

$\varrho_\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\gamma_{12}^2 + \gamma_{23}^2 + \gamma_{31}^2}$, d. h. die relative Verschiebung eines Punktes gegenüber seiner ungespannten Lage, die auf Grund der Poissonschen Gleichungen mit $m = \text{const.}$ dem Vektor ϱ_τ proportional ist und darum ebenfalls als Mass der Anstrengung nach der Gestaltänderungstheorie angesprochen werden kann.

Ein Spannungszustand (Formänderungszustand) kann in rechtwinkligen Koordinaten durch die drei Hauptspannungen (Hauptdehnungen) oder in Zylinderkoordinaten durch den axialen Vektor ϱ_p (ϱ_v) und den radialen Vektor ϱ_r (ϱ_γ) dargestellt werden. Die Axe fällt in die Richtung $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$).

Es ist $\varrho_\sigma = \sqrt{\varrho_p^2 + \varrho_r^2}$

und $\varrho_\epsilon = \sqrt{\varrho_v^2 + \varrho_\gamma^2}$

Andere Darstellungen der Grenzfläche als diese sind nicht einwandfrei, da sie, wie z. B. die Mohrsche, auf einer nicht bestätigten Hypothese fußen. Die verschiedenen Anstrengungshypothesen sehen also in verschiedenen Komponenten des Spannungs- oder Dehnungshauptvektors das Mass der Anstrengung.

Ausser den erwähnten Anstrengungshypothesen sind noch zu nennen:

1. Die Mohrsche, die hier in der Form: $\tau_{13} = f(\sigma_1 + \sigma_3)$ wiedergegeben wird.

2. Die Schleidersche: $\varrho_r = \text{const.}$ für $p = \text{const.}$ und allgemein $\varrho_r = f(p)$.

3. Die Formänderungsenergiehypothese. Beltrami, Girtler u. a. bezeichneten den auf die Volumeneinheit entfallenden Grenzwert der Formänderungsarbeit als Mass der Anstrengung.

Diese letzte durch ihre begriffliche Einfachheit beeindruckende Hypothese hat viel für sich, wird aber durch die Versuche wider Erwarten nicht bestätigt. In Ansehung der Versuche stellten Huber, Henkey u. a. wenigstens für die bildsamen Werkstoffe ($\nu = 1$) nur den Anteil der Gestaltänderungsarbeit an der ganzen Formänderungsarbeit

als Mass der Anstrengung auf. Die Gestaltsänderungsenergiebedingung erhält man, wenn man in dem Ausdruck für die Formänderungsarbeit:

$$\frac{2 A_F}{\alpha} = \frac{m-2}{m} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + \frac{m+1}{3m} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

das erste Glied der rechten Seite weglässt, das den Anteil der Volumänderungsarbeit an der Formänderungsarbeit darstellt. Es verschwindet nur mit $m=2$. Die Gestaltsänderungsenergiebedingung als Anstrengungshypothese aus der Formänderungsenergiebedingung abgeleitet ist ein Kompromiss, da sie keine reine Energiebedingung mehr ist und als solche für Materialzustände gilt, die gesundem, volumelastischem Material nicht mehr eigen sind. Auch treffen ihre Voraussagen als Anstrengungshypothese offenbar nicht zu, denn bei grösserer Volumdehnung werden ebenfalls Zementitbrüche eintreten, die den Bestand des Werkstoffes gefährden, auch wenn hierbei der Grenzwert der Gestaltsänderungsarbeit noch nicht geleistet ist.

Eine Anstrengungshypothese ist dann richtig und annehmbar, wenn sie nicht zu Widersprüchen führt und wenn sie vor allem mit den Versuchsergebnissen im Einklang steht. Die für die Beurteilung der Anstrengungshypothesen grundlegenden Versuchsergebnisse der letzten Jahrzehnte finden ihren Ausdruck in der Hauptspannungsgrenzfläche, die folgendermassen gekennzeichnet werden kann:

Die Grenzfläche ist ein Rotationskörper mit der Axe $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Der Meridian des Rotationskörpers verläuft stetig und zeigt eine leichte Höhlung gegen die Drehaxe. Die Wölbung des Meridians ist geringer, als die der Grenzlinie für den ebenen Spannungszustand.

Da die Punkte $K_2, o, o, o, -K_d$ und $K_s, o, -K_s$ auf der Grenzfläche liegen, hat man schon einen Anhalt für den Verlauf der Grenzfläche. Unstetigkeiten im Verlauf der Grenzfläche sind auf Streuungen zurückzuführen oder auf den Umstand, dass die Spannungszustände, die in Bezug auf die Anstrengung des Materials gleichwertig sind, nicht richtig erkannt werden konnten.

In Bezug auf die Anstrengung des Materials müssen alle Spannungszustände als gleichwertig angesehen werden, die die gleiche Änderung der Verformung mit zunehmender Spannung mit sich bringen, für die also $\frac{\Delta \varrho_e}{\Delta \varrho_n}$ gleich ist.

Wenn die Feststellung, bezüglich der ich mit Schleicher, Lode, Ros und Eichinger u. a. m. einig gehe, richtig ist, dass die Grenzfläche ein Rotationskörper ist, so folgt daraus, dass die Mohrsche Theorie dadurch, dass sie den Einfluss der mittleren Hauptspannung verneint, in ihren Voraussagen für die dreiaxigen Spannungszustände ($\sigma_1 = \sigma_2, \sigma_3$) die Bruchgefahr, wie leicht zu beweisen ist, um $100 \frac{z-1}{z+2} \%$ unterschätzt; das macht bei $z = \frac{K_d}{K_z} = 4$ (\sim Gusseisen) schon 50 % und bei $z = 10$ (\sim Beton) gar 75 % aus!

Die Grenzbedingung $\tau_{13} = f(p)$ in der Form $\sigma_1 + \frac{z-1}{z+2} \sigma_2 - \frac{\sigma_3}{z} = K_z$ (Sandel 1919) dagegen überschätzt im Grenzfall, d. i. für die Spannungszustände $z \sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_3$ die Bruchgefahr um höchstens 15 %. Diese Grenzbedingung kann in den Fällen, wo eine einfache Rechnung in der Festigkeitslehre erwünscht ist, als beste lineare Annäherung an die Grenzfläche verwendet werden, denn sie setzt an die Stelle des Rotationskörpers eine reguläre, sechsseitige Pyramide und nimmt für nicht zu grosse Intervalle von p die Grenzfläche als eben an.

III. DIE NEUE ANSTRENGUNGSHYPOTHESE.

Alle erwähnten Anstrengungshypothesen mit Ausnahme der Formänderungsenergiehypothese stellen, wie dargetan, nur eine Komponente des Spannungs- oder des Formänderungshauptvektors als Mass der Anstrengung auf. Es wird wohl nach vorstehenden Ausführungen keinem Einwand begegnen, wenn der „Betrag“ der Formänderung als

Mass der Anstrengung hingestellt wird. Diese Ueberlegung liegt an dem Wege, den die Väter der Dehnungstheorie eingeschlagen haben. Verwunderlicher Weise sind sie aber daran vorbei gegangen.

In einer gedachten Dehnungsgrenzfläche $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ ist das Vergleichsmass für die Sicherheit die vektorielle Summe der Hauptdehnungen

$$|\varrho_e| = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2}$$

worin $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ die Hauptdehnungen für einen bestimmten Grenz-Spannungszustand seien. Bei einem Dehnungszustand $\frac{\varepsilon_1}{n}, \frac{\varepsilon_2}{n}, \frac{\varepsilon_3}{n}$ wird n fache Sicherheit gegen das Eintreten dieses Grenzspannungszustandes bestehen.

Nun ist gerade die Grösse $|\varrho_e|$ diejenige, die den „Betrag“ der Formänderung umfassend wiedergibt, umfassender als alle anderen hypothetischen Masse der Anstrengung, die ja nur Komponenten bzw. Teilbeträge des Gesamtbetrages der Formänderung sind.

Diese Ueberlegungen führen zu der einfachen Hypothese: das Vergleichsmass ϱ_e ist für alle Spannungszustände, die die gleiche Volumdehnung mit sich bringen, unveränderlich und nimmt mit der Volumdehnung (Lockung) ab; mit andern Worten: Das Material macht bei gegebener Lockung eine grössere relative Verlagerung d. i. einen grösseren „Betrag“ der Verformung als das Mass ϱ_e nicht mehr elastisch mit. Es ist

$$|\varrho_e| = f(e)$$

Die einfachste Gesetzmässigkeit der Abnahme ist die lineare, die damit begründet werden kann, dass die innere Haftspannung (Reibungskraft), die sich der bleibenden Verlagerung widersetzt, entsprechend einem vom Material abhängigen Reibungskoeffizienten nach dem Coulombschen Ansatz $R = \mu N$, dem um den Kohäsionsdruck σ_{zzz} vermehrten „hydraulischen“ Druck $\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ proportional gesetzt werden kann. Die Hypothese kann damit den Anspruch erheben, physikalisch begründet zu sein und stellt sich zunächst dar in der Form:

$$|\varrho_e| = \varrho_0 - C e$$

Die Materialkonstanten ϱ_0 und C sind so zu bestimmen, dass die K_z und K_d entsprechenden Punkte mit den Koordinaten e_z, ϱ_z bzw. $-e_d, \varrho_d$ auf der Grenzlinie im System (ϱ, e) liegen.

Mit Hilfe der Poissonschen Gleichung erhält man die allgemeine Grenzbedingung gültig für jeden Wert von \varkappa

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2 \left[\frac{(z+1)^2}{2\varkappa} \frac{(m+1)^2}{m^2+2} - 2 \right] (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) + (z-1) K_z (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = z K_z^2 \quad (1)$$

K_z ist jene Normalspannung beim Zugversuch an der Grenze, bei der noch Volumelastizität besteht d. h. $m > 2$ ist (Elastizitätsgrenze²⁾), allenfalls noch die obere Streckgrenze.

Mit $\varkappa = 1$ folgt für bildsame Werkstoffe, wie Eisen, Kupfer, Nickel:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2 \left[\frac{(m+1)^2}{m^2+2} - 1 \right] \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 = K_{z0}^2 \quad (2)$$

K_{z0} ist die Elastizitätsgrenze²⁾ beim Zugversuch vor Eintritt der Zementitbrüche, allenfalls noch die obere Streckgrenze.

IV. PLASTIZITÄTSBEDINGUNG.

Mit $m = 2$ folgt aus Gleichung (2) die Gestaltsänderungs- oder Plastizitätsbedingung:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) = K_{zu}^2,$$

die aber konsequenter Weise nicht als Anstrengungsbedingung sondern als Verformungsbedingung für bildsame, in der Hauptsache nicht elastische grössere Verformungen Geltung hat, als welche sie auch, wie anzunehmen, v. Mises und Nadai angewendet wissen wollen.

Setzt man in Gleichung (1) $m = 2$, so kann sie zur Voraussage des Eintretens gleicher bleibender Verformungen bzw. des Schiebungsbruches dienen.

²⁾ Stribeck greift die Ansicht Bauschingers auf, dass es eine natürliche Elastizitätsgrenze gebe, an der die ersten bleibenden, den Bestand des Materials gefährdenden Änderungen des Werkstoffes eintreten. Diese setzt er an Hand von Versuchen der Schwingfestigkeit gleich, die für Flusstahl nach Bauschinger $\sim 0,45 K_z$, nach Wöhler $K_z/3$ ist.

V. DIE NEUE ANSTRENGUNGSBEDINGUNG UND IHRE ÜBEREINSTIMMUNG MIT DEN VERSUCHSERGEBNISSEN.

Die Voraussagen des Gleichungen (1) und (2) zeigen ganz überraschende Uebereinstimmung mit Versuchsergebnissen, so denen von v. Kármán und Böcker mit Marmor, den Versuchen von Roš und Eichinger³⁾ an Stahlrohren, sowie mit Gusseisen, den Versuchen von Ensslin⁴⁾ mit verschiedenen Stahlsorten, sowie den Versuchen von Bonte⁵⁾ und neueren amerikanischen Versuchen⁶⁾.

Da die Versuche von Roš und Eichinger der Feststellung der oberen Fliessgrenze galten, sind sie für den Vergleich der Voraussagen der Gleichung (2) mit $m=10/3$ und der Gestalsänderungsbedingung besonders geeignet. In den Volumdehnungsgebieten $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 > K_z$ lässt sich bei Berücksichtigung aller Versuchswerte⁷⁾ deutlich der Einfluss der Volumdehnung gemäss Gleichung (2) feststellen. Die Abweichungen von den Voraussagen sind nirgends grösser als die an sich kleine Streuung der Versuchswerte für gleiche Spannungszustände.

Die Versuche von Bonte, die mit neuern amerikanischen Versuchen sich decken, sind deshalb für die Anstrengungsfrage von ganz besonderem Wert, weil sie die Versuchswerte sowohl für die Erreichung der Proportionalitätsgrenze (\sim Elastizitätsgrenze) als auch der Fliessgrenze geben.

Die ersten decken sich, wie zu erwarten, mit den Voraussagen der Gleichung (2) mit $m=10/3$, die letzten mit den Voraussagen der Gleichung (2) mit $m=2$. Bonte fand für die Proportionalitätsgrenze $K_{sp}=0,6 K_{zp}$, für die Fliessgrenze $K_{sf}=(0,51)$ bis $0,57 K_{zf}$.

[Die Streuungen nach unten sind wohl kaum auf Ungleichmässigkeiten in der Feinstruktur zurückzuführen, da verschiedene andere Versuchsreihen, wie z. B. die von Guest, gleichartige Abweichungen zeigen. Vielmehr entsprechen die zu vergleichenden Zustände: $\sigma_1 = K_z$, $\sigma_2 = 0$ einerseits und $-\sigma_2 = \sigma_1 = K_s$ anderseits, sofern $K_s < K_z \frac{\sqrt{3}}{3}$ ist, beide wahrscheinlich einem fortgeschrittenen Fliesszustand, für den ohne Verfestigung (Wiederverkettung der ins Gleiten gekommenen Elemente mit ihren Nachbar-elementen) die grösste Schubspannung bedingend und damit $K_s = 0,50 K_z$ sein müsste. Je nach dem Grade der Verfestigung scheint der Wert von K_s zwischen $0,50 K_z$ und $0,577 K_z$ nach erreichter Fliessgrenze zu variieren.]

Gleichung (2) liefert mit $\sigma_1 = -\sigma_3 = K_s$ und $\sigma_2 = 0$ und mit $m=10/3$ $K_{sp}=0,592 K_{zp}$ bzw. mit $m=2$ $K_{sf}=0,577 K_{zf}$

Die Bonteschen Versuche zeigen deutlich den Unterschied zwischen Anstrengungs- und Plastizitätsgrenze.

VI. GEOMETRISCHE DEUTUNG DER GRENZFLÄCHEN.

Die Gleichung (1) stellt eine Rotationsfläche zweiten Grades mit der Drehaxe $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ vor. Mit der Drehaxe als x -Axe und dem selben Ursprung erhält man für den Meridian:

$$x^2 \left[3 - \frac{(z+1)^2}{2z} \frac{(m+1)^2}{m^2+z^2} \right] + y^2 \frac{(z+1)^2}{4z} \frac{(m+1)^2}{m^2+z^2} + x(z-1) K_z \sqrt{3} = z K_z^2$$

Diese Gleichung stellt eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel dar, je nachdem der Koeffizient von x^2 ≥ 0 ist. Der Meridian wird zur Parabel für die zusammengehörigen Werte:

$$\begin{array}{ccccccc} m = 2 & 10/3 & 4 & 5 & 6 & 8 & 10 \\ z = 1 & 1,54 & 1,74 & 2,00 & 2,19 & 2,46 & 2,67 \end{array}$$

für kleinere Werte von z wird sie zur Ellipse, für grössere zur Hyperbel.

³⁾ Roš und Eichinger, a. a. O. und „Versuche mit Gusseisen“ Diskussionsbericht der E. M. P. A. Zürich 1929.

⁴⁾ Ensslin. Die Grundlagen der theoretischen Festigkeitslehre „Z. V. D. I.“ 1928, S. 1625.

⁵⁾ Bonte „Z. V. D. I.“ Bd. 64, S. 51.

⁶⁾ Nach Roš und Eichinger, a. a. O., S. 3.

⁷⁾ Roš und Eichinger, a. a. O., S. 24 u. 25. Versuchstäbe Z_2, Z_3 , u. T_7 .

Für $m=2$ zerfällt sie in ein sich schneidendes Geradenpaar:

$$y = \pm \left[x \frac{z+1}{z-1} - \frac{2z K_z}{(z+1)\sqrt{3}} \right] \sqrt{2}$$

d. h. die Grenzfläche wird mit $m=2$ zum Kegel.

Die Dehnungsgrenzfläche für $z=1$ ist eine Kugel mit dem Halbmesser ρ_e .

VII. IM MASCHINENBAU HÄUFIGER GEBRAUCHTE ANSÄTZE.

Für den zweiaxigen Spannungszustand liefert Gleichung (1)

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \left[\frac{(z+1)^2}{2z} \frac{(m+1)^2}{m^2+z^2} - 2 \right] \sigma_1 \sigma_2 + (z-1) K_z (\sigma_1 + \sigma_2) = z K_z^2$$

Hieraus erhält man für die Drehungsanstrengung an der Grenze mit $\sigma_2 = -\sigma_1 = K_s$

$$K_s = \frac{\sqrt{m^2+z^2}}{(m+1)\sqrt{2}} \frac{2z}{z+1} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

Mit $m=10/3$ ergibt sich $K_s = 1,183 \frac{z}{z+1} K_z$

Ist in einem Querschnitt senkrecht zur Axe eines auf Verdrehung und gleichzeitig durch Längsspannungen beanspruchten prismatischen Stabes die Normalspannung σ und die Schubspannung τ vorhanden, so ist in diesem Sonderfall $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ und $\tau^2 = -\sigma_1 \sigma_2$. Der bisher für den Fall der „zusammengesetzten“ Beanspruchung verwendete Ansatz der Dehnungstheorie (die bekanntlich zu Widersprüchen führt): $K_z \geq 0,35 \sigma + 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$, ist nun zu ersetzen durch:

$$K_z \geq \frac{z-1}{2z} \sigma + \frac{z+1}{2z} \sqrt{\sigma^2 + \frac{(m+1)^2}{2(m^2+z^2)} 4\tau^2} \quad \dots \quad (4)$$

mit $m=10/3$ und $z=1$ ergibt sich für bildsame Materialien:

$$K_z \geq \sqrt{\sigma^2 + 4(0,846 \tau)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

Schreibt man vorstehende Gleichung in der Form

$$K_z \geq \sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + (\xi \tau)^2}$$

so erkennt man dass mit $m=10/3$

$$\xi = \frac{K_z}{K_s} = 1,692$$

In der Erkenntnis, dass der Koeffizient ξ von τ in den Gleichungen von der Form $K_z \geq \sigma_v = f(\sigma, \tau)$ für den behandelten zweiaxigen Spannungszustand nicht nur für die Verlagerungshypothese sondern auch für alle anderen Anstrengungshypothesen den Wert $\xi = \frac{K_z}{K_s}$ hat, schlägt C. F. Volk den Ansatz vor:

$$K_z \geq \sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + \left(\frac{K_z}{K_s} \tau \right)^2}$$

Für Biegung und Drehung eines zylindrischen Stabes ist wegen

$$\sigma_v = \frac{M_v}{W} \quad \tau = \frac{M_d}{2W} \quad \text{und} \quad \sigma = \frac{M_b}{W}$$

$$M_v = \sqrt{M_b^2 + (0,846 M_d)^2}$$

oder in der Volkschen Schreibweise

$$M_v = \sqrt{M_b^2 + \left(\frac{K_z}{2K_s} M_d \right)^2}$$

Der Vorteil dieser Schreibweise wäre neben der Vereinfachung vor allem der, dass der Konstrukteur für den im Maschinenbau häufigsten Fall des nicht einaxigen Spannungszustands vorerst der Frage nach der richtigen Anstrengungshypothese enthoben wäre. Auf die Dauer wird er aber dieser wichtigen Frage nicht ausweichen können.

Berücksichtigung der verschiedenen Belastungsfälle.⁸⁾

Es sei t die zulässige Tragfestigkeit

u entsprechend Belastungsfall I

u Ursprungsfestigkeit

s entsprechend Belastungsfall II

s Schwingungsfestigkeit

t entsprechend Belastungsfall III

⁸⁾ Das Bild der Anstrengung des ganzen Stabes ist meist ein günstigeres, als das des Spitzenspannungen unterworfenen Elements. Beim Dauerschwingungsversuch (Biegung oder Torsion) sind jedoch für den Grenzzustand, der den Bruch herbeiführt, die Spitzenspannungen, bzw. das damit verbundene Grenzmass der Verlagerung massgebend. Vergleiche Fussnote 2.

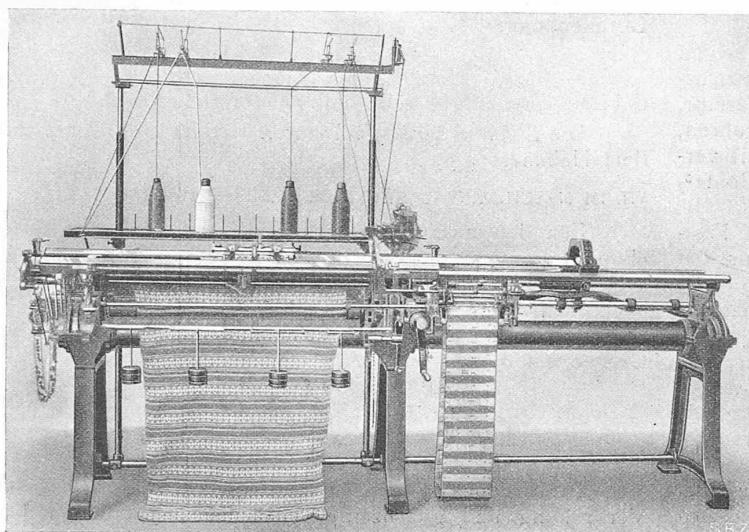


Abb. 35. Vollautomatische Jacquard-Universal-Strickmaschine mit Motorantrieb.

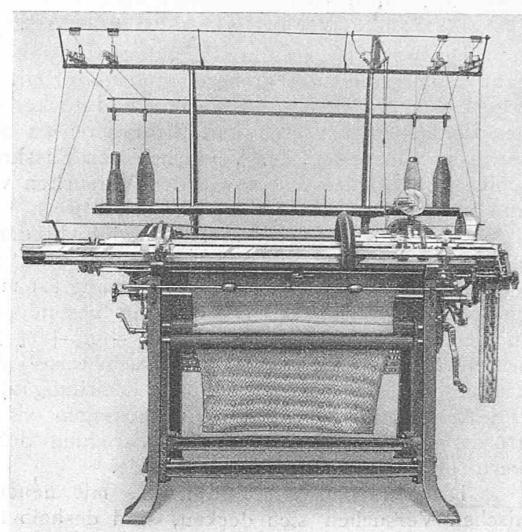


Abb. 36. Halbautomat. Jacquard-Strickmaschine mit Motorantrieb.

Kommt nun für σ bzw. τ statt Bel.-Fall I der Fall II od. III in Betracht, so ist σ bzw. τ zu multiplizieren mit $\frac{t}{u}$ oder $\frac{t}{s}$.

Bei den auf Biegung und Verdrehung beanspruchten Wellen kommt meist für σ Fall III, für τ Fall II in Betracht. Damit würde die resultierende Vergleichsanstrengung der Welle nach Gl. (5) zu berechnen sein aus:

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{t}{s} \sigma\right)^2 + 4 \left(0,846 \frac{t}{u} \tau\right)^2}$$

oder aus $M_v = \sqrt{\left(\frac{t}{s} M_b\right)^2 + \left(\frac{t}{u} 0,846 M_d\right)^2}$

Da der von Bach eingeführte Berichtigungskoeffizient von τ , nämlich a_0 , der das „Gewicht“ von τ im Vergleich zu σ bei verschiedenen Belastungsfällen richtig bemessen soll, allgemein für jede Anstrengungshypothese

$$a_0 = \frac{K_z^*}{K_s K_z^*} \text{ ist,}$$

wobei K_s^* und K_z^* die für die gegebenen Belastungsfälle zulässigen Werte bedeuten, können mit dem Volkschen Ansatz die verschiedenen Belastungsfälle für σ und τ ebenfalls berücksichtigt werden; nur ist zu beachten, dass für K_s und K_z stets die für die gegebenen Belastungsfälle zulässigen Werte einzusetzen sind und dass σ_v stets mit K_z^* zu vergleichen ist, bzw. M_v als ein mit dem gleichen Belastungsfall wie M_b^* wirkendes Biegunsmoment zu betrachten ist. Dagegen hat der Rechner, der das „Gewicht“ von σ und τ mit den aus t , u und s zu bildenden Quotienten nach obiger Anleitung berücksichtigt, den sich ergebenden Wert von σ_v nur mit der Tragfestigkeit zu vergleichen, bzw. M_v als ein dauernd mit der gleichen Stärke wirkendes Biegunsmoment anzusehen, wodurch Versehen eher ausgeschlossen sind. Auch hat man sich nur die relativen Werte von $t:u:s$ zu merken, die nach Wöhler $3:2:1$ sind, während man, um mit dem Volkschen Ansatz zu arbeiten, sechs Festigkeitswerte gegenwärtig haben muss.

ZUSAMMENFASSUNG.

Es wird nachgewiesen, dass Plastizitätsbedingung und Anstrengungsbedingung zu unterscheiden sind. Ferner wird gezeigt, dass der „Betrag“ der Formänderung, die relative Verlagerung Q_e als Mass der Anstrengung nach der Gleichung $Q_e = f(e)$ zu einer Anstrengungsbedingung führt, die physikalisch begründet werden kann und für bildsame und spröde Körper Geltung hat. Auch wird nachgewiesen, dass die Voraussagen dieser Anstrengungsbedingung mit den Versuchen von allen andern Voraussagen am besten im Einklang stehen. Zum Schluss werden noch einige im Maschinenbau häufiger gebrauchte Ansätze angegeben.

Die Schweizer. Textilmaschinen - Industrie auf der Internat. Ausstellung in Barcelona 1929.

Von Dr. Ing. E. HONEGGER, Privatdozent an der E. T. H.
(Nachtrag zu Seite 133.)

Anschliessend an den in Nr. 9 und 10 (1./8. März 1930) erschienenen Bericht bringen wir einen Nachtrag über die Maschinen der Schaffhauser Strickmaschinenfabrik, deren Ausstellungs-Stand nicht in der Halle der schweizerischen Textilmaschinenfabriken, sondern im Gebäude für Bekleidungsindustrie untergebracht war, und aus diesem Grunde der Aufmerksamkeit des Berichterstatters entgangen war.

Eine konstruktive Neuerung von grosser Tragweite, die an verschiedenen ausgestellten Maschinen angebracht war, ist die von der Firma patentierte *Jacquard-Trommel*, die für zahlreiche Muster die viel kostspieligeren Jacquard-Karten zu ersetzen vermag (Abb. 32). Diese Trommel wird durch eine seitlich an der Strickmaschine angebrachte Handkurbel in die jeweils gewünschte Stellung gebracht, wobei zwölf verschiedene Stellungen möglich sind. Die Bewegung von der einen zur nächstfolgenden Stellung erfolgt stets auf dem kürzesten Weg, durch Vor- oder Rückwärtsdrehen der Kurbel. Jeder Stellung der Trommel entspricht eine bestimmte Verteilung der hochgestossenen Nadeln; durch passende Wahl der Aufeinanderfolge der 12 verschiedenen Stellungen können die mannigfältigsten geometrischen Muster erzeugt werden. Die durch die Variation der Reihenfolge gewährte, sehr reiche Mustermöglichkeit wird noch erhöht durch den Umstand, dass die Jacquard-Trommel um

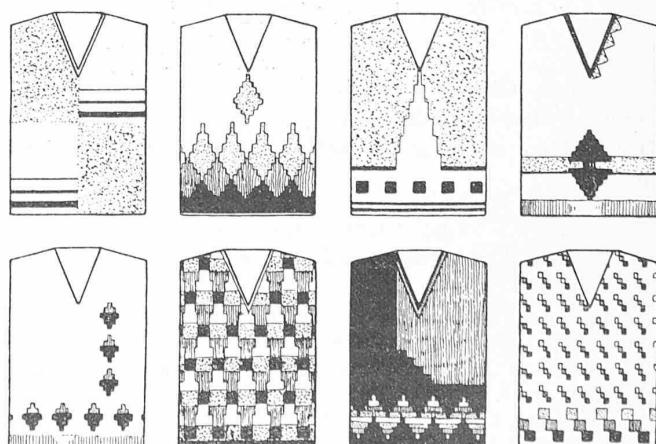


Abb. 34. Auf der Maschine gemäss Abb. 33 herstellbare vierfarbige Pullover-Muster.