

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 95/96 (1930)  
**Heft:** 20

**Artikel:** Ueber die Beanspruchung dünnwandiger Gefässe von rotationssymmetrischer Gestalt durch Innendruck  
**Autor:** Klembowski, Z.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-43995>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Ueber die Beanspruchung dünnwandiger Gefässe von rotations-symmetrischer Gestalt durch Innendruck. — Die Don Martin Staumauer in Mexiko. — Wettbewerb zu einem Bebauungsplan für die rechtsufrigen Quartiere in Genf. — 6. Bericht der englischen Dampfkessel-Kommission. — Zentral-Kühlanlagen in Miets-häusern. — Nekrologe: Emilien Vez. W. Hetzel. Clemens Herschel. Daniel Gauchat. — Mitteilungen: Der Mehrsprachen-Apparat für die Berliner Weltkraft-Konferenz.

Kabelkrane beim Bau von Talsperren. Rheinregulierung Strassburg-Basel. Ueber den Wert der reduzierten Spannung beim Beton. Rheinkraftwerk Koblenz-Kadelburg. Inter-nationaler Kongress für Azetylen und autogene Schweissung in Zürich. Schweizer. Techniker-Verband. Schweizer. Wasserwirtschaftsverband. Neues Schulhaus Langen-thal. — Wettbewerbe: Umbau vom Schloss Bischofszell. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortragskalender.

## Band 95

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

## Nr. 20

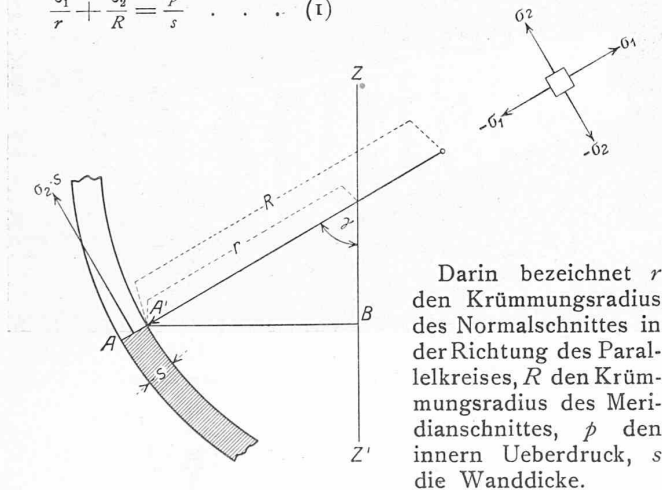
## Ueber die Beanspruchung dünnwandiger Gefässe von rotationsymmetrischer Gestalt durch Innendruck.

Von Dipl. Ing. Z. KLEMBOWSKI, Kielce,  
Ingenieur des Dampfkessel-Revisions-Vereins in Warschau.

Die Frage der richtigen Abschätzung der Sicherheit in dünnwandigen, unter Innendruck stehenden Gefässen wurde unlängst in zwei Aufsätzen in der Zeitschrift „Die Wärme“ von Ing. F. von Zeipel behandelt.<sup>1)</sup> Die dort befindlichen Ausführungen sind aber von mehreren Verfassern widerlegt worden.<sup>2)</sup> Den richtigen Schlüssel zur rationellen Antwort bieten offenbar die Festigkeitstheorien, und auf Grund derselben wird hier die Aufgabe kurz behandelt.

Bei kontinuierlich veränderlichen Hauptkrümmungsradien der Rotationsfläche, die die Wanddicke halbiert, ist der Spannungszustand, wie bekannt, sehr genau durch zwei Hauptzugspannungen  $\sigma_1$  (Ringspannung) und  $\sigma_2$  (Meridianspannung) beschrieben. Es gilt dabei die Gleichung<sup>3)</sup>:

$$\frac{\sigma_1}{r} + \frac{\sigma_2}{R} = \frac{p}{s} \quad \dots \quad (1)$$



Aus den Gleichgewichtsbedingungen des durch den Schnitt  $AA'B$  abgetrennten Teiles ergibt sich die Formel:

$$\sigma_2 = \frac{p r}{2 s} \quad \dots \quad (2)$$

Folglich ist:

$$\sigma_1 = \frac{p r}{2 s} \left( 2 - \frac{r}{R} \right) \quad \dots \quad (3)$$

Man nimmt oft noch an, dass der Wert der grössten elastischen Dehnung beim allgemeinen Spannungszustande über die Anstrengung des Materials entscheidet (Hypothese der grössten Dehnung). Berechnungen, die sich auf diese Annahme stützen, haben aber in vielen Fällen sehr grosse Abweichungen von den Versuchsergebnissen gezeigt.

In unserem Falle ist die Hypothese der grössten Dehnung weniger befriedigend, als gewöhnliche im Kesselbau übliche Berechnungen, in denen die grösste Spannung

<sup>1)</sup> Nr. 35 vom 31. August 1929: „Sind die üblichen Berechnungsformeln für zylindrische Mäntel und Wölbböden für Kessel richtig?“ Nr. 40 vom 5. Oktober 1929: „Konische Böden“.

<sup>2)</sup> Prof. Dr. Ing. G. D. Sandel, Obering. G. Höhn („Die Wärme“ Nr. 47, 1929), Ing. Z. Klemowski („Technica Ciepna“ Nr. 1, 1930 und „Przeglad Techniczny“ Nr. 5, 1930).

<sup>3)</sup> Die Ableitung findet man z. B. in der „Festigkeitslehre“ von S. Timoshenko und J. M. Lessels (Berlin, Springer 1928).

gesucht wird (Hypothese der grössten Spannung). Viel näher an die Wirklichkeit kommen bereits die Berechnungen, die auf die Hypothese der grössten Schubspannung gestützt sind (Mohr, Guest und andere englische und amerikanische Versuchsforscher). Die beste Uebereinstimmung mit den Versuchen für Metalle, die eine deutliche Fließgrenze  $k_p$  aufweisen — also für das Material, aus dem durchwegs die Kessel gebaut werden —, zeigt jedoch die Hypothese der reinen Gestaltsänderungsarbeit (Huber, Hencky, Haigh, v. Mises).<sup>4)</sup>

Im allgemeinsten Falle eines dreiaxigen Spannungszustandes gibt diese Hypothese folgende Festigkeitsbedingung:

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \leq 2k_p^2 \quad (4)$$

oder bei der Verwendung der Hauptspannungen:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1 \leq k_p^2 \quad \dots \quad (5)$$

Im Falle eines ebenen Spannungszustandes, wie z. B. bei dünnwandigen Gefässen, bei denen der Druck im Verhältnis zur Spannung sehr klein ist, wird die Formel (5) wie folgt vereinfacht:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \leq k_p^2 \quad \dots \quad (6)$$

Für den Kesselmantel ( $\sigma_1 = \sigma$ ;  $\sigma_2 = 0,5 \sigma$ ) ergibt sich aus der Formel (6):

$$\sigma \leq \sqrt{\frac{2}{3}} k_p \quad \text{oder:} \quad \sigma \leq 1,15 k_p \quad \dots \quad (7)$$

und für den sphärischen Boden ( $\sigma_1 = \sigma$ ;  $\sigma_2 = \sigma$ )

$$\sigma \leq k_p \quad \dots \quad (8)$$

Im allgemeinsten Falle von dünnwandigen Gefässen in der Form einer unter Innendruck stehenden Drehfläche, also bei:

$$\sigma_1 = \frac{p r}{2 s} \left( 2 - \frac{r}{R} \right), \quad \sigma_2 = \frac{p r}{2 s}$$

ergibt sich aus der gleichen Formel (6):

$$\left( \frac{p r}{2 s} \right)^2 \left( 2 - \frac{r}{R} \right)^2 + \left( \frac{p r}{2 s} \right)^2 - \left( \frac{p r}{2 s} \right)^2 \left( 2 - \frac{r}{R} \right) \leq k_p^2,$$

oder schliesslich:

$$\left( \frac{p r}{2 s} \right)^2 \left[ \left( \frac{r}{R} \right)^2 - 3 \frac{r}{R} + 3 \right] \leq k_p^2 \quad \dots \quad (9)$$

Die allgemeine Formel (9) für dünnwandige Gefässe in Form einer Drehfläche ergibt für den Kesselmantel ( $R = \infty$ )

$$3 \left( \frac{p r}{2 s} \right)^2 \leq k_p^2 \quad \text{d. i.} \quad \frac{3}{4} \left( \frac{p D}{2 s} \right)^2 \leq k_p^2$$

oder

$$\sigma = \frac{p D}{2 s} \leq \sqrt{\frac{2}{3}} k_p = 1,15 k_p$$

(man vergleiche Formel (7)).

Die Formel (9) für dünnwandige sphärische Gefässe ( $r = R$ ) gibt gleichfalls im Einklang mit Formel (8):

$$\sigma = \frac{p r}{2 s} \leq k_p$$

Die abgeleiteten Berechnungsformeln gelten offenbar nicht mehr in der Nachbarschaft von Stellen, an denen einer der Hauptkrümmungsradien einen Sprung erleidet, oder eine Versteifung angebracht worden ist. Der verwickelte Spannungszustand an solchen Stellen ist in mehreren Doktordissertationen der Eidg. Techn. Hochschule im Zusammenhang mit den grundlegenden Arbeiten von Herrn Prof. Dr. E. Meissner untersucht worden.

<sup>4)</sup> M. Roß und A. Eichinger: „Versuche zur Klärung der Frage der Bruchgefahr“ (E. M. P. A., Zürich, 1926 bis 1929). M. Ensslin: „Die Grundlagen der theoretischen Festigkeitslehre“ (V. D. I.-Z., 1928, S. 1625).