

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 95/96 (1930)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Wärme- und Schwindspannungen in eingespannten Gewölben  
**Autor:** Ritter, M.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-43969>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

vorgenommen wie die bekannten Formeln für Verpuffung, Gleichdruck und für das Verfahren von Sabathé ergibt immer noch einen besseren Nutzeffekt als für das Gleichdruckverfahren bei gleichem Verdichtungsverhältnis. Bei dieser Verbrennungsart erhält der Motor einen weichen Gang, da der Kolben schon ziemlich über die obere Totpunktage hinaus geschritten ist. (Schluss folgt.)

## Wärme- und Schwindspannungen in eingespannten Gewölben.

Von Prof. Dr. M. RITTER, Zürich.

(Schluss von Seite 145.)

### 5. SCHWINDMASS UND SCHWINDSPANNUNGEN.

Ueber das spezifische Schwindmass des Betons orientieren zahlreiche Messungen neuern Datums, durchgeführt in den Materialprüfungsanstalten und auf Baustellen. Besonders verwiesen sei hier auf die umfangreichen Messungen der eidgenössischen Materialprüfungsanstalt in den Jahren 1926 bis 1928 und die zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse durch Prof. Dr. M. Ros<sup>1</sup>). Darnach beträgt das spezifische lineare Schwindmass für Beton, wie er bei Gewölben zur Anwendung kommt (Zementgehalt 300 kg/m<sup>3</sup>, Zementwasserfaktor 2 bis 2,5) im Endstadium 0,4 bis 0,5 %, d. h. 0,4 bis 0,5 mm auf 1 m Länge; dieser Wert ist bedeutend grösser, als bei ältern Versuchen mit weniger scharf gebrannten Zementen gefunden wurde. Der Schwindprozess dauert mehrere Jahre, doch hat sich bei hochwertigen Zementen nach 28 Tagen bereits etwa die Hälfte des Endmassen ausgewirkt. Durch längeres Feuchthalten des Beton nach dem Abbinden lässt sich das Schwindmass wesentlich vermindern, wovon in der Praxis vielfach Gebrauch gemacht wird.

Im eingespannten Gewölbe entstehen durch das Schwinden des Betons zwei verschiedene Arten von Schwindspannungen. Als *Schwindspannungen erster Art* bezeichnen wir die durch Gleichung (30) definierten Normalspannungen, die bei nicht linearer Verteilung der Faserdehnungen  $\varepsilon_0$  über den Querschnitt wirken müssen, damit dieser nach der Deformation eben bleibt. Von solcher Art sind die durch Gleichung (41) ausgedrückten Schwindspannungen in armierten Querschnitten. Aber auch im unarmierten Gewölbe entstehen solche Spannungen, sobald einzelne Schichten verschiedene Schwindmassen besitzen (Gl. 47); ändert sich jedoch das Schwindmass linear über den Querschnitt, so sind Schwindspannungen erster Art nicht vorhanden. Im Gegensatz dazu bezeichnen wir als *Schwindspannungen zweiter Art* die Beanspruchungen durch die äusseren Kräfte  $H$  und  $M$ , die zur Erfüllung der Elastizitätsbedingungen an dem durch das Schwinden deformierten Grundsystem wirken.

Während die Schwindspannungen erster Art kaum von Bedeutung sind, ergeben sich die Spannungen zweiter Art um so grösser, je flacher und steifer ein Gewölbe ist und je höhere Werte der Einspannungsgrad der Kämpfer erreicht. Seit geraumer Zeit wurden beim Bau von Betongewölben die Schwindspannungen zweiter Art durch die Anordnung von Lamellen zu vermindern gesucht. Wenn die Schlussfugen mehrere Wochen geöffnet bleiben, so lässt sich damit erreichen, dass das für die Berechnung in Betracht kommende Schwindmass noch etwa 0,2 bis 0,3 % beträgt, was einer Temperaturerniedrigung von 20° bis 30° entspricht. Die damit errechneten Schwindspannungen sind aber bei wenig biegsamen Gewölben immer noch sehr hoch und haben früher die Konstrukteure häufig in Verlegenheit gebracht. Heute stehen uns konstruktive und bauliche Methoden zur Verfügung, die es ermöglichen, die Schwindspannungen zweiter Art in eingespannten Gewölben weitgehend zu reduzieren, ja sogar ganz aufzuheben. Der Fortschritt, der damit im Massivbrückenbau zu Tage tritt, ist unverkennbar.

<sup>1</sup>) M. Ros: „Die Schwindmasse der schweizerischen Portlandzemente“, Zürich 1929.

### 6. REDUKTION DER SCHWINDSPANNUNGEN.

Die Verfahren zur Reduktion der Schwindspannungen zweiter Art beruhen auf dem Gedanken, die Formänderungswinkel  $d\varphi_t$ , die entsprechend den Gleichungen (43) und (46) durch das Schwinden selbst entstehen können, zu benutzen, um den Einfluss der axialen Dehnungen  $\varepsilon_t$  rückgängig zu machen und damit die äusseren Schwindkräfte  $H$  und  $M$  zu verkleinern. Die allgemeinen Ausdrücke (9) und (12).

$$M = - \frac{\int d\varphi_t}{\int \frac{ds}{EJ} + 2 \alpha_k}$$

$$\text{und } H = \frac{(v + m) \int d\varphi_t + \int \varepsilon_t dx}{\int y^2 \frac{ds}{EJ} + \int \frac{ds}{EF} + 2 \alpha_k (t_0 + a) (t + a)}$$

lassen die Möglichkeit dieser Methode klar erkennen. Damit keine Schwindspannungen zweiter Art entstehen, müssen  $M$  und  $H$  gleich Null werden; hierfür lauten die Bedingungen

$$\int d\varphi_t = 0, \quad (v + m) \int d\varphi_t + \int \varepsilon_t dx = 0 \quad . \quad (48)$$

Denkt man sich die Formänderungswinkel  $d\varphi_t$  an den Bogenelementen  $ds$  wagrecht als Kräfte wirkend, so bilden sie ein Kräftepaar (vergl. Abb. 12 a). Der Schwerpunktsabstand  $v$  wird unendlich und das Moment des Kräftepaars beträgt, wenn  $\varphi_t$  die Resultierende der positiven Formänderungswinkel und  $r$  den Hebelarm bezeichnen

$$v \int d\varphi_t = \int y d\varphi_t = \varphi_t r. \quad \text{Da } \varepsilon_t \text{ in der Regel längs des ganzen Bogens konstant und } m \int d\varphi_t = 0 \text{ ist, so schreibt sich die zweite der Bedingungen (48)}$$

$$\varphi_t r + \varepsilon_t l = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Die Formänderungen  $\varepsilon_t$  und  $d\varphi_t$  wurden für rechteckige, armierte Querschnitte in den Gleichungen (42) und (43) auf die Form gebracht

$$\varepsilon_t = -\varepsilon_b k, \quad d\varphi_t = \varepsilon_b \frac{k'}{h} ds$$

wo  $k$  und  $k'$  Koeffizienten darstellen. Ist  $k'$  konstant für alle positiven Formänderungswinkel und entgegengesetzt gleich für die negativen, so wird

$$\int d\varphi_t = \varepsilon_b k' \left( \int \frac{ds}{h} - \int \frac{ds}{h} \right) = 0$$

also

$$\int \frac{ds}{h} = \frac{1}{2} \int \frac{ds}{h} \text{ total}$$

und daher

$$\varphi_t = \varepsilon_b k' \int \frac{ds}{h} = \frac{1}{2} \varepsilon_b k' \int \frac{ds}{h}$$

Die Gleichung (49) geht über in

$$k' \frac{r}{2} \int \frac{ds}{h} - k l = 0$$

woraus

$$k' = k \frac{2l}{r \int \frac{ds}{h}} \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Bemerkenswert ist, dass das Schwindmass  $\varepsilon_b$  in dieser Formel nicht auftritt. Setzt man genau oder näherungsweise

$$\int \frac{ds}{h} = \int \frac{dx}{h \cos \varphi} = \frac{l}{h_s}$$

wo  $h_s$  die Scheitelstärke bezeichnet, dann wird

$$k' = k \frac{2h_s}{r} \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

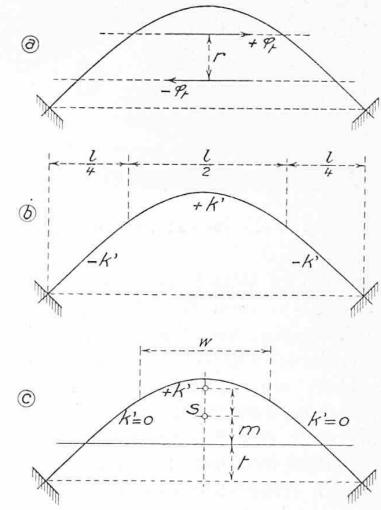


Abb. 12

Diese einfache Beziehung erfordert, dass  $k'$  auf die Länge  $l/2$  symmetrisch zum Scheitel konstant und positiv, in den übrigen Strecken entgegengesetzt gleich ist (vergl. Abb. 12b).

Ist  $k'$  kleiner als es Gleichung (50) bzw. (51) verlangt, so verschwindet der Horizontalschub vom Schwinden nicht vollständig, sondern verkleinert sich, verglichen mit dem Horizontalschub für  $k' = 0$ , proportional. Man kann auch leicht die Schwindkräfte berechnen, die entstehen, wenn nur längs einer beschränkten Strecke  $w$  symmetrisch zum Scheitel eine Verformung eintritt. An Stelle von Gleichung (48) tritt dann die Bedingung

$$(v+m)\varphi_t + \varepsilon_t l = \mu \varepsilon_t l \quad \dots \quad (52)$$

wo  $\varphi_t$  die Summe der Formänderungswinkel und  $(v+m)$  den Hebelarm der Resultierenden aller  $d\varphi_t$  bezeichnet, gemessen von der Angriffslinie des Horizontalschubes (Abb. 12c);  $\mu$  ist der Reduktionsfaktor für den Vergleich mit dem Horizontalschub von der Längenänderung der Axe allein. Alsdann ist

$$\varphi_t = \varepsilon_b k' \int \frac{ds}{h}$$

und aus Gleichung (52) folgt die Reduktion zu

$$\mu = 1 + \frac{v+m}{l} \frac{\varphi_t}{\varepsilon_t} = 1 - \frac{k'(v+m)}{k l} \int \frac{ds}{h} \quad \dots \quad (53)$$

Für  $w = l/2$  und  $h \cos \varphi = h_s$  würde

$$\mu = 1 - \frac{k'(v+m)}{2 k h_s}$$

Neben dem Horizontalschub entsteht aber jetzt noch das Moment gemäss Gleichung (9)

$$M = - \frac{\varepsilon_b k' \int \frac{ds}{h}}{\int \frac{ds}{EJ} + 2 \alpha_k}$$

das bei positivem Werte  $k'$  den Scheitel günstig, die Kämpfer aber ungünstig beeinflusst.

Die Formänderungswinkel  $d\varphi_t$  für den erläuterten Ausgleich der Schwindspannungen können durch konstruktive oder bauliche Massnahmen im Bauwerk erzeugt werden. Wir besprechen nachstehend die wichtigsten Möglichkeiten.<sup>1)</sup>

#### a) Unsymmetrische Armierung nach Abbildung 10.

Die stärkere Armierung  $\mu$  muss auf der Strecke  $l/2$  symmetrisch zum Scheitel unten liegen, in den Strecken gegen die Kämpfer jedoch oben, damit  $\int d\varphi_t = 0$  wird. Der Armierungsgehalt ist so zu wählen, dass sich aus Gleichung (43) der Wert  $k'$  identisch mit Gleichung (51) ergibt. Man kann mit genügender Genauigkeit in Gl. (51) einfach  $r = f/2$  setzen und darnach leicht die Armierung berechnen, die für den gewünschten Ausgleich nötig ist. Nachstehend sind einige Zahlenwerte vermerkt.

$f/h_s$	5	10	15	20
$(\mu' = 0) \mu \% =$	2,10	0,88	0,55	0,40
$(\mu' = \mu/2) \mu \% =$	—	3,09	1,53	1,01

Man erkennt, dass bei Gewölben mit kleinem Wert  $f/h_s$  starke Armierungen nötig sind, um den vollständigen Ausgleich zu erzielen. Im allgemeinen erscheint dieses Verfahren, für sich allein angewendet, nicht wirtschaftlich, wenn auch vielleicht die Wirkung der einseitigen Armierung etwas günstiger ist, als obige Zahlen darlegen, die mit  $n = 10$  und  $\xi = 1$  gerechnet wurden.

#### b) Ungleiches Schwindmass in verschiedenen Schichten, gemäss Abbildung 11.

Für zwei Schichten mit den Schwindmassen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  liefern die Gleichungen (45) und (46) die axiale Dehnung

$$\varepsilon_t = -\varepsilon_1 k, \quad \text{wo } k = \xi + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} (1 - \xi)$$

und den Formänderungswinkel

$$\frac{d\varphi_t}{ds} = \varepsilon_1 \frac{k'}{h}, \quad \text{wo } k' = \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) 6 \xi (1 - \xi)$$

<sup>1)</sup> E. Baticle: „Sur un mode de compensation du retrait dans les voûtes en béton“, Comptes rendus des séances de l’Académie, 1923. In einem Nachsatz, „Observations“, macht Prof. Mesnager erstmals darauf aufmerksam, dass die einseitige Armierung analog wirkt.

Der Vergleich dieser Koeffizienten mit den entsprechenden Werten aus unsymmetrischer Armierung lässt ersehen, dass die Wirkung hier ausgiebig ist; z. B. erhält man für  $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{2}{3}$  und  $\xi = \frac{x}{h} = \frac{1}{2}$  bereits  $k = \frac{5}{6}$  und  $k' = \frac{1}{2}$ , analog einer einseitigen Armierung von 2%.

Die praktische Anwendung erfordert den in Abb. 13 skizzierten Bauvorgang. Längs der Strecke  $l/2$  symmetrisch zum Scheitel werden zunächst die untern Blöcke betoniert oder als vorbetonierte Quader auf das Lehrgerüst gebracht. Wenn ihr Schwindmass sich bis auf den möglichst kleinen Betrag  $\varepsilon_2$  ausgewirkt hat, folgt das Erstellen der oberen Schicht mit dem grossen Schwindmass  $\varepsilon_1$  und daran anschliessend das Schliessen und Ausrüsten des Gewölbes derart, dass die Differenz  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$  möglichst gross bleibt. In den Kämpferstrecken muss umgekehrt das Schwindmass oben kleiner sein als unten. Der Bauvorgang kann in seiner Wirkung durch die Art des Betonierens weitgehend unterstützt werden; so erscheint es geboten, Zementgehalt und Wasserzusatz in der oberen Scheitelpartie reichlich zu wählen, damit  $\varepsilon_1$  gross ausfällt, dagegen in den Kämpferstrecken die obere Gewölbelaibung längere Zeit mit feuchtem Sand zu bedecken, um dort das Schwindmass möglichst zu verkleinern. Bei der Ausführung nach Abb. 13a entstehen allerdings merkliche Schwindspannungen erster Art, die sich vermindern lassen, wenn die Blöcke zweistufig oder keilförmig dimensioniert werden (vergl. Abb. 13b und c).

Eine Verkleidung in Naturstein hat erhebliche Formungen  $d\varphi_t$  zur Folge und kann ebenfalls zur Reduktion der Schwindspannungen herangezogen werden, nur muss dafür gesorgt sein, dass in den Kämpferstrecken auch negative Formänderungswinkel entstehen.

#### c) Besondere Wahl der Gewölbeaxe.

Die Schwindspannungen zweiter Art können durch geeignete Wahl der Bogenaxe in der Weise vermindert werden, dass man ihnen entgegengesetzt gerichtete Eigengewichtsspannungen überlagert. Zu diesem Zwecke darf das Gewölbe nicht wie üblich nach einer Stützlinie für Eigenlast geformt werden, sondern die Formgebung ist so zu treffen, dass die Drucklinie vom Eigengewicht in der Scheitelstrecke unterhalb der Gewölbeaxe, in den Kämpferstrecken oberhalb verläuft. Zur Formgebung erscheint das vom Verfasser am ersten internationalen Brückenbaukongress in Zürich 1926 vorgetragene Verfahren mit virtuellen Zusatzlasten geeignet. Ein vollständiger Ausgleich der Schwindspannungen in allen Querschnitten ist aber nach dieser Methode nicht möglich, was sich rechnerisch näher begründen lässt. Für die Einzelheiten muss auf die gesonderte Darstellung dieses Verfahrens verwiesen werden.<sup>1)</sup>

#### d) Kombiniertes Verfahren.

Für die Praxis dürfte es sich oft empfehlen, die besprochenen Verfahren mit einander zu kombinieren. Es ist auf diese Weise leicht möglich, selbst bei sehr flachen Gewölben die Schwindspannungen vollständig zu eliminieren; auch der Einfluss der Verkürzung der Bogenaxe kann damit weitgehend herabgesetzt werden.

#### 7. TEMPERATURÄNDERUNGEN.

Ueber die Temperaturänderungen, die bei der statischen Berechnung von eingespannten Brückengewölben zu berücksichtigen sind, geben die direkten Beobachtungen an ausgeführten Objekten Aufschluss. Daneben erscheint es geboten, auch die klassische Theorie der Wärmeleitung

<sup>1)</sup> M. Ritter: „Die Formgebung der gelenklosen Brückengewölbe mit Hilfe virtueller Zusatzlasten“, Zürich 1926.

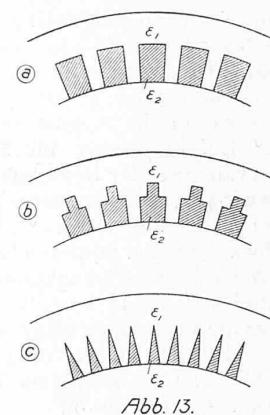


Abb. 13.

nach Fourier zu Rate zu ziehen, um den wichtigen Einfluss der Massigkeit des Bauwerkes klarzustellen.

Von den direkten Beobachtungen seien in erster Linie erwähnt die umfangreichen Messungen am Eisenbetonbogen der *Langwieser Brücke* der Chur-Arosa-Bahn in den Jahren 1913/14 und deren eingehende Darstellung durch Dr. H. Schürch.<sup>1)</sup> Das Gewölbe dieser Brücke besteht aus zwei Rippen mit den Querschnitten  $1,0 \times 2,1$  m im Scheitel und  $1,4 \times 3,4$  m an den Kämpfern. Gemessen wurde an 30 Glasthermometern mit Eintauchtiefen von 30 bis 70 cm. In der Tiefe von 70 cm ergab sich die niedrigste Temperatur im Januar zu  $-7^{\circ}$  bis  $-9^{\circ}$  bei einer minimalen Lufttemperatur von  $-17^{\circ}$ , die höchste Temperatur im August zu  $+17^{\circ}$  bis  $20^{\circ}$ , bei max. etwa  $24^{\circ}$  Lufttemperatur im Schatten. Die grösste jährliche Schwankung der Betontemperatur in der Rippenaxe betrug etwa 64 % der grössten Schwankung der Lufttemperatur und erreichte mit  $25^{\circ}$  bis  $26^{\circ}$  etwa 85 % der Jahresschwankung der mittleren Tagestemperatur. Dagegen machten sich die Tagesschwankungen der Lufttemperatur (jährliches Mittel  $10^{\circ}$  bis  $11^{\circ}$ ) im Beton in 70 cm Tiefe nur durch ganz geringe Ausschläge unter  $1^{\circ}$  bemerkbar.

In den Jahren 1924/25 wurden von der Firma Ed. Züblin & Cie. anlässlich des Baues der *Hundwilerobel-Brücke*<sup>2)</sup> im Kanton Appenzell neuerdings eingehende Temperaturmessungen durchgeführt. Das Gewölbe dieser Eisenbetonbrücke (Spannweite 105 m, Pfeilhöhe 33 m) ist etwas massiger als in Langwies; in Abbildung 14 sind die Querschnitte im Scheitel, Viertel und Kämpfer mit den Lagen der 15 elektrischen Thermometer (Bauart Prof. Joye, Fribourg) dargestellt. Die nachstehende Tabelle gibt die Ablesung aller Thermometer für den nahezu niedrigsten Stand am 23. Dezember 1924 bei einer Lufttemperatur von  $-12^{\circ}$ , sowie den höchsten Stand am 21. Juli 1925, bei  $35^{\circ}$  Lufttemperatur.

#### Temperaturen im Gewölbe der Hundwilerobel-Brücke.

Nr.	Min.	Max.	Nr.	Min.	Max.
1	$-2,1^{\circ}$	$19,5^{\circ}$	9	$-3,3^{\circ}$	$18,0^{\circ}$
2	$-1,8$	$17,3$	10	$-3,8$	$21,2$
3	$-1,6$	$18,6$	11	$-3,5$	$18,2$
4	$-2,2$	$18,9$	12	$-3,1$	$18,1$
5	$-3,3$	$24,4$	13	$-3,9$	$-$
6	$-3,2$	$19,4$	14	$-3,6$	$15,6$
7	$-2,9$	$17,2$	15	$-4,3$	$17,1$
8	$-3,0$	$17,3$	Mittel	$-3,0$	$18,6$

Die bei der Langwieser Brücke beobachteten und von Dr. Schürch geschilderten Erscheinungen wurden auch hier festgestellt; so machte sich an den Messtellen Nr. 5 und 10 im Sommer der Einfluss der Bestrahlung bemerkbar. Als grösste Schwankung der Betontemperatur in der Axe ergab sich 19 bis  $21^{\circ}$ , doch dürfte dieser Betrag in Jahren mit längeren Frostperioden vermutlich überschritten werden. Bemerkenswert ist, dass auch an den Kämpfern trotz 2,05 m

1) H. Schürch: „Versuche beim Bau des Langwieser Talüberganges“, Dissertation 1916.

2) Vergl. Band 94, S. 63 (10. August 1929).

Gewölbestärke die genannte Schwankung voll gemessen wurde und die Thermometer im Winter längere Zeit unter Null standen. Der Temperaturunterschied der einzelnen Messtellen ein und desselben Querschnittes betrug, abgesehen vom Strahlungseinfluss in den der Sonne zugekehrten Randthermometern, nur  $1$  bis  $2^{\circ}$ .

Zu den gleichen Schlüssen, wie die direkten Messungen, führt die rechnerische Bestimmung der Temperaturschwankungen im Innern der Gewölbe mit Hilfe der *Theorie der Wärmeleitung und Wärmeübertragung*. Im Gegensatz zu den Problemen des Maschinenbaues lässt sich hier die Berechnung stark vereinfachen, indem man beachtet, dass die Wärmeänderungen in den Gewölben langsam verlaufen und die Temperaturunterschiede innerhalb der Querschnitte nach den Messungen gering sind. Bezeichnet man entsprechend der Ausdrucksweise in der Wärmelehre mit  $\lambda$  die Wärmeleitzahl des Baustoffes und mit  $\alpha$  die Wärmeübergangszahl, so strömt, sobald die Temperatur  $t_r^0$  der Luft niedriger ist als die Randtemperatur  $t_r^0$  im Gewölbe, in der Zeit  $dz$  durch das Flächen-element  $dF$  die Wärmemenge  $dQ$ , die entsprechend der Grundgleichung der Wärmeübertragung in die Luft übergeht. Nach den Gesetzen der Wärmeleitung ist

$$dQ = -\lambda \frac{dt_r^0}{dx} dF dz = \alpha (t_r^0 - t^0) dF dz$$

woraus sich das Temperaturgefälle an der Oberfläche des Gewölbes zu

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{dt_r^0}{dx} = \frac{\alpha}{\lambda} (t_r^0 - t^0)$$

und die Subtangente  $s$  im Diagramm der Abb. 15 zu

$$s = t_r^0 \operatorname{cotg} \varphi = \frac{\lambda}{\alpha} \frac{t_r^0}{t_r^0 - t^0} \quad \dots \quad (54)$$

berechnet. Für den wenig porösen Beton, wie er im Gewölbebau verwendet wird, ist  $\lambda$  ziemlich hoch, während die Differenz  $t_r^0 - t^0$  bei langsam Wärmeänderungen keine grossen Beträge annimmt; alsdann wird  $s$  gross und die Neigung der Temperaturkurve an der Oberfläche flach. Setzt man  $t_r^0 = n t_m^0$ , unter  $t_m^0$  den Mittelwert der Temperatur im Gewölbequerschnitt verstanden, so wird der Faktor  $n$  nicht weit von 1 abweichen; bei einer Abkühlung wird  $n < 1$ , bei einer Erwärmung  $n > 1$  sein. In erster Annäherung kann daher  $n$  konstant gesetzt werden, wodurch die Berechnung wesentlich vereinfacht wird. Naturgemäß eignet sich diese Näherungsrechnung nur für Brückengewölbe bis etwa 2 m Stärke, nicht aber zur Ermittlung der Temperaturverteilung im Innern ausgedehnter Blöcke, wie z. B. Talsperren.

Um den Einfluss der Massigkeit des Bauwerkes auf die Temperaturänderungen darzulegen, möge nachstehend die erwähnte Näherungsberechnung für eine Wärmewelle der Luft nach der Gleichung

$$t^0 = t_a^0 \sin \frac{\pi z}{a} \quad \dots \quad (55)$$

durchgeführt werden (vergl. Abb. 16). Durch die Wärmeübertragung wird dem Gewölbe in der Zeit  $dz$  die Wärmemenge  $dQ = \alpha (t^0 - t_r^0) O dz$  zugeführt, wo  $O$  die Oberfläche des Gewölbes bezeichnet. Das Gewölbe erwärmt sich um  $dt_m^0$  und sein Wärmeinhalt wächst um  $dQ = c \gamma V dt_m^0$ ; darin ist  $c$  die spezifische Wärme,  $\gamma$  das spezifische Gewicht des Betons oder Mauerwerkes und  $V$  das Volumen des Gewölbes. Aus der Gleichsetzung beider Ausdrücke folgt

$$c \gamma V dt_m^0 = \alpha O \left( t_a^0 \sin \frac{\pi z}{a} - n t_m^0 \right) dz$$

oder  $\frac{dt_m^0}{dz} + n k t_m^0 = k t_a^0 \sin \frac{\pi z}{a}$ , wo  $k = \frac{\alpha O}{c \gamma V}$

Die Integration dieser linearen Differentialgleichung liefert

$$t_m^0 = C e^{-n k z} + k t_a^0 \frac{n k \sin \frac{\pi z}{a} - \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi z}{a}}{n^2 k^2 + \frac{\pi^2}{a^2}}$$

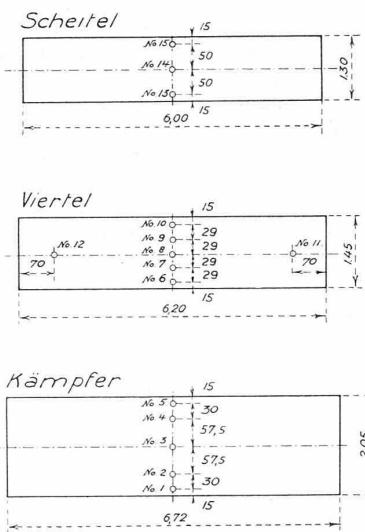


Abb. 14.

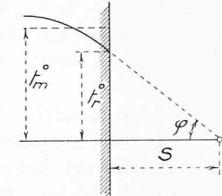


Abb. 15

Die Integrationskonstante  $C$  ergibt sich aus der Bedingung, dass für  $z = 0$ ,  $t_m^0 = 0$  sein soll, zu

$$C = k t_a^0 \frac{\frac{\pi}{a}}{n^2 k^2 + \frac{\pi^2}{a^2}},$$

sodass

$$t_m^0 = t_a^0 \frac{n k^2 \sin \frac{\pi z}{a} + k \frac{\pi}{a} (e^{-nkz} - \cos \frac{\pi z}{a})}{n^2 k^2 + \frac{\pi^2}{a^2}} . \quad (57)$$

Der Verlauf dieser Funktion ist in Abb. 16 eingetragen; die Kurve erreicht ihr Maximum im Schnitt mit Gl. (55), also mit einer Verspätung von  $b$  Stunden gegenüber der Wärmewelle der Luft.

Die Ergebnisse der Zahlenrechnung hängen wesentlich von der Höhe des Faktors  $k$  ab. Setzt man in Einklang mit den Angaben der Literatur  $a = 5 \text{ kcal/m}^2 \text{ h} \cdot \text{Grad}$ ,  $c = 0,21 \text{ kcal/kg} \cdot \text{Grad}$  und als Raumgewicht für dichten Beton  $\gamma = 2400 \text{ kg/m}^3$ , so wird

$$k = \frac{a_0}{\epsilon \gamma V} = \text{rd. } 0,01 \frac{a_0}{V}$$

In den Fällen der Praxis wird  $k$  meist zwischen 0,01 und 0,1 liegen.  $k = 0,1$  betrifft ein stark gegliedertes,  $k = 0,01$  ein sehr massiges Bauwerk; für den Scheitel der Langwieser Brücke ist  $k = 0,03$ , bei der Hundwilertobel-Brücke  $k = 0,019$ . Nachstehend die Ergebnisse der Berechnung für Wärmewellen von verschiedener Dauer.

Werte  $t_b^0/t_a^0$  und  $b$  (Stunden), für  $a = 24$  h bis 30 Tage.

k	a = 24 h		a = 120 h		a = 720 h	
	$t_b^0/t_a^0$	b	$t_b^0/t_a^0$	b	$t_b^0/t_a^0$	b
0,01	0,136	11,0	0,475	41,1	0,921	92,0
0,02	0,246	10,1	0,683	31,3	0,977	49,2
0,03	0,339	9,4	0,777	26,0	0,988	35,9
0,05	0,476	8,2	0,881	18,8	0,996	19,9
0,10	0,683	6,3	0,974	8,7	0,999	10,0
0,20	0,855	4,2	0,991	5,0	1,000	5,0

Wie die direkte Messung, zeigt auch die vorstehende theoretische Behandlung, dass eine Wärme- oder Kältewelle von Tagesdauer keinen merklichen Einfluss ausübt, während eine solche von der Dauer eines Monates die Gewölbetemperatur fast ganz auf die Lufttemperatur bringt. Da in unserem Klima längere Wärme- wie auch Frostperioden vorkommen, so dürfte die eidgenössische Verordnung betr. Eisenbetonbauten vom 26. November 1915 das richtige treffen, indem sie vorschreibt, in der statischen Berechnung für die Temperatur im Beton einen Unterschied von  $15^{\circ}\text{C}$  über und unter der mittleren Ortstemperatur zu berücksichtigen. Nur bei sehr massigen Bauwerken mit dem Faktor  $\frac{\sigma}{V} < 1 \text{ m}^{-1}$  erscheint es gerechtfertigt, diese Zahl zu reduzieren.

Wie die Schwindspannungen, lassen sich auch die Wärmespannungen in solche erster Art und solche zweiter Art unterteilen. Wärmespannungen erster Art entstehen durch die ungleichmässige Temperaturverteilung über den Querschnitt, unabhängig von der Lagerung des Gewölbes. Bei den Messungen ergaben sich die Temperaturunterschiede innerhalb eines Querschnittes nicht bedeutend; immerhin kann die Bestrahlung nahe der Oberfläche unter Umständen wesentlichen Einfluss haben. Die Wärmespannungen zweiter Art entstehen im statisch unbestimmten System infolge der Formänderungen  $\epsilon_t$  und  $d\phi_t$  der Bogenelemente. Eine Reduktion dieser Beanspruchungen gelingt am einfachsten, indem die Ausführung des Gewölbes bei einer Temperatur erfolgt, die unter der mittlern Ortstemperatur liegt; alsdann kann ein Teil der Wärmespannungen durch die Spannungen

von der Verkürzung der Bogenaxe infolge der Normalkräfte und event. durch Schwindspannungen kompensiert werden. Diese bekannte Ausführungsregel wurde bei neuern schweizerischen Brückenbauten fast stets befolgt.

Verformungen  $d\varphi_t$  der Bogenelemente müssen, um eine Reduktion der Wärmespannungen herbeizuführen, im Vorzeichen für Erwärmung und Abkühlung umkehrbar sein. Dies trifft zu bei den Formänderungswinkeln, die infolge der Wärme-Isolierung der obern Gewölbeleibung durch den Aufbau entstehen und die nach Gleichung (36) berechnet werden können, wenn der Temperaturunterschied der Randsfasern bekannt ist. Bei Brücken mit durchbrochenem Aufbau ist diese Isolierung nur in der Scheitelpartie vorhanden und man erkennt leicht, dass sie dann ungünstig wirkt, weil in Gleichung (12) der Ausdruck  $(v + m) \int d\varphi_t$  stets gleiches Vorzeichen besitzt wie  $\int e_t dx$ . Damit eine Entlastung eintritt, müsste der Schwerpunkt aller  $d\varphi_t$  unterhalb der Angriffsstlinie des Horizontalschubes liegen, was nur bei Brücken mit hohlem oder vollem Aufbau und auch dann nur bei vollständiger Einspannung möglich ist. Die Einflüsse dieser Verformungen sind jedoch zahlenmäßig so gering, dass sie praktisch ganz ausser Betracht fallen.

Neuer Internat. Verband für Materialprüfungen.

Die dritte Sitzung des Ständigen Ausschusses des N. I. V. M.<sup>1)</sup> fand unter dem Vorsitz des Präsidenten, Prof. A. Mesnager, Membre de l'Institut, Paris, am 16. Oktober 1929 in Brüssel, in den Räumen der Société Belge des Ingénieurs et des Industriels statt. Gemäss den am 8. Januar 1928 in Zürich und am 21. Juni 1928 in Paris gefassten Beschlüssen und festgelegtem Arbeitsprogramm<sup>2)</sup> wurden die Vorschläge der Präsidenten der vier Hauptgruppen [Gruppe A, Metalle: Dr. W. Rosenhain, Teddington-Middlesex; Gruppe B, Nichtmetallische anorganische Stoffe: Prof. Dr. M. Roß, Zürich; Gruppe C, Organische Stoffe: Prof. J. O. Roos af Hjelmsäter, Stockholm; Gruppe D, Fragen von allgemeiner Bedeutung: Prof. W. von Möllendorff, Berlin] betreffend die Arbeit und die ersteingereichten Beiträge in diesen vier Hauptgruppen entgegengenommen, und sodann im Plenum des Ständigen Ausschusses des N. I. V. M. nachfolgende bereits den ersten Kongress des N. I. V. M. in Zürich, September 1931, betreffende Beschlüsse gefasst:

### *I. Erste Veröffentlichungen des N. I. V. M.*

Sämtliche in den vier Hauptgruppen bis Jahresende 1930 eingegangenen Berichte, die sich auf die an der Pariser Sitzung vom 21. Juni 1928 getroffene Wahl der Themata beziehen<sup>2)</sup> und nicht bereits in Fachzeitschriften erschienen sind, werden bis zum Herbst 1930 als *Erste Serie der Mitteilungen des N.I.V.M.* veröffentlicht werden. Die Veröffentlichung erfolgt in der jeweils vom Berichtverfasser gewählten Kongresssprache (deutsch, französisch, englisch). Jedem Berichte wird eine knapp gehaltene, in den drei Sprachen abgefasste Zusammenfassung des Inhaltes vorangehen.

Die Veröffentlichung der Berichte wird in vier getrennten Bänden, entsprechend den Hauptgruppen erfolgen.

Die Gesamtzahl dieser ersten, auf die vier Hauptgruppen sich ziemlich gleichmässig verteilenden Berichte beläuft sich auf rd. 150. Jeder Einzelband A bis D wird rd. 200 Seiten stark sein. Die diese „Ersten Mitteilungen des N. I. V. M.“ betreffenden Arbeiten werden zentral vom Geschäftsführer des N. I. V. M., Prof. Dr. M. Roš, Zürich, besorgt. Inserate, soweit sie sich auf das Materialprüfungs-wesen beziehen, sind in den Veröffentlichungen des N. I. V. M. zu-lässig, wegen der damit verbundenen Einnahmen sogar erwünscht; sie sind aber, vom Textteil deutlich getrennt, in den Anhang der Bände zu verlegen. Die Kosten für diese erste Serie der Mitteilungen des N. I. V. M. werden vom N. I. V. M. getragen. Sie sollen aus den Mitgliederbeiträgen der Jahre 1928 bis 1930 und aus dem Verkauf der Bände an Nicht-Mitglieder gedeckt werden.

Die kostenlose Zustellung der Veröffentlichungen des N.I.V.M. erfolgt nur an jene Mitglieder, die sämtliche Jahresbeiträge seit Gründung des N.I.V.M. (September 1927) bezahlt haben. Die inzwischen neu eingetretenen Mitglieder des N.I.V.M. können durch Nachzahlung der fehlenden Jahresbeiträge das Recht der kostenlosen Zustellung dieser ersten Veröffentlichung erwerben.

<sup>1)</sup> Siehe „S. B. Z.“ Band 90, Seite 196 (8. Oktober 1927).

<sup>2)</sup> Band 91, S. 50 (28. Jan. 1928) und Band 92, S. 305 (15. Dez. 1928).