Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 93/94 (1929)
Heft: 22

Artikel: Druckstösse in Pumpensteigleitungen
Autor: Schnyder, O.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-43465

Band 94

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.

Nr. 22

Druckstösse in Pumpensteigleitungen.

Von O. SCHNYDER, Ingenieur der L. von Rollschen Eisenwerke Klus.

Die Erfahrung hat gezeigt, dass in den Steigleitungen von Zentrifugalpumpen bei rascher Aenderung der Fördermenge die Betriebsicherheit der Anlagen heruntersetzende Druckschwankungen auftreten können, wie auch dass sich diese durch richtiges Eingreifen des Absperrorganes und genügendem Schwungmoment der Maschinengruppe innert mässigen Grenzen halten lassen. Es ist Sache der Theorie, wegweisend für das anzunehmende Schliess- und Oeffnungsgesetz des Absperrorganes zu wirken und über die zu erwartenden Druckschwankungen Aufschluss zu geben. In der Festschrift zu Prof. Dr. A. Stodolas 70. Geburtstag[1]) hat Prof. Dr. E. Hahn (Nancy) in „Etude sur les coups des béliers dans les conduites de refoulement des pompes centrifuges" die Druckvorgänge auf Grund der Theorie von Allievi einer Analyse unterzogen. Die vorliegende Abhandlung soll hierzu, unter Berücksichtigung der neueren Arbeit von Löwy und namentlich durch Heranziehung anschaulicher graphischer Methoden, wie sie bereits Kreitner für Rohrleitungen mit freiem Auslauf durchgebildet hat, einen Beitrag liefern.

Der Berechnung der Druckstösse stehen nun folgende Beziehungen zur Verfügung:

1. Die Abhängigkeit der Arbeitshöhe H_P des Kreiselrades von der Schluckmenge Q und der Drehzahl n. Es ist $H_K = F(Q, n)$ oder wenn an Stelle von Q die Geschwindigkeit c_P am Einlauf in die Steigleitung, und der Drehzahl n die Winkelgeschwindigkeit ω eingeführt wird: $H_K = F(c_R, \omega)$.

Eine Relation, die auch auf den nicht stationären Betrieb mit guter Annäherung ausgedehnt werden darf, da gewöhnlich die in der Pumpe befindliche Wassermenge gegenüber der in der Rohrleitung zu klein ist, um eine belangbare Massenwirkung zu erzeugen. Nehmen wir c und ω im Pumpbereich positiv an, so bedecken die Werte $c < 0$, $\omega < 0$ das Wirkungsfeld des Rades als Turbine, $c < 0$, $\omega > 0$ das der Bremse. Das Verhalten des Rades in den beiden ersten Gebieten ist durch umfangreiche Literatur und Bremsversuche bekannt, während man zur Erfassung des dritten Bereiches, worüber veröffentlichte Versuchsergebnisse nur von W. Aebi vorliegen, auf hydrodynamische Spekulationen angewiesen ist. Abb. 1 zeigt die Charakteristik eines normalen Rades bei unveränderlicher Arbeitshöhe, Abb. 2 jene für konstante Winkelgeschwin-

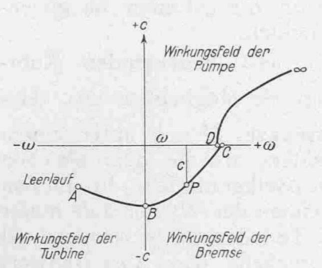

Abb. 1.

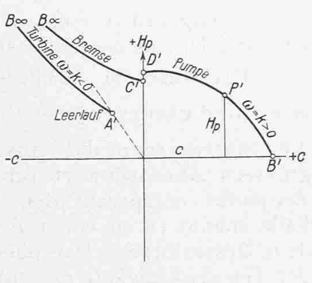

Abb. 2.

digkeit. Sieht man von geringfügigen Abweichungen ab, die in mechanischen Einflüssen ihre Ursache haben, so sind die beiden Kurvenbilder einander in dem Sinne verwandt, dass jedem Punkt P der $(H = k)$-Kurve mit den Koordinaten ω, c, ein Punkt P' der $(\omega = k)$-Kurve mit den Koordinaten H_P, c' durch die Aehnlichkeitsbeziehungen $H_P = H_K \frac{\omega_K^2}{\omega^2}$ und $c' = H_K \frac{\omega_K}{\omega}$ zugeordnet ist. Wobei zu beachten bleibt, dass sich die beiden Uebertragungsgesetze nur auf gleichsinnige Drehrichtungen erstrecken.

2. Die Bewegungsgleichung der rotierenden Maschinengruppe. Bedeuten Θ das auf die Rotationsaxe bezogene Massenträgheitsmoment, M_A das treibende, M_W das widerstehende Moment, so beträgt die zeitliche Aenderung des Dralles

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = M_A - M_W \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

3. Der Druckhöhenverlust H_W im Drosselorgan. Er lässt sich als Funktion der Stellung ψ und der Geschwindigkeit c ansetzen zu

$$H_W = c^2 \, h(\psi) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

4. Die partiellen Differentialgleichungen für die nicht stationäre Strömung der kompressiblen Flüssigkeit in der elastischen Rohrleitung

$$\frac{\partial c_R}{\partial t} + c_R \frac{\partial c_R}{\partial x} = - g \frac{\partial H_R}{\partial x} - \lambda c_R^2$$

$$\frac{\partial c_R}{\partial x} = - \frac{g}{a^2} \frac{\partial H_R}{\partial t}$$

die bei Vernachlässigung des Reibungsausdrucks λc^2 und des quadratischen Gliedes $c \frac{\partial c}{\partial x}$ bei konstanter Druck-Fortpflanzungsgeschwindigkeit a, das allgem. Integral besitzen:

$$H_R = H_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \quad . \; . \; . \quad (3)$$

$$c_R = c_0 + \frac{g}{a} F\left(t - \frac{x}{a}\right) + \frac{g}{a} f\left(t + \frac{x}{a}\right) \quad . \; . \quad (4)$$

5. Die Randbedingung am Einlauf in die Steigleitung. Sie ist je nach den Umständen verschieden. Tritt kein Abreissen der Wassersäule auf, d. h. bleibt $H_R > 0$, so gilt

$$\text{falls } c > 0 \quad H_R = H_P - H_W \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5\,a)$$

$$\text{falls } c < 0 \quad H_R = H_P + H_W \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (5\,b)$$

und bei vollständig abgeschlossenem Absperrorgan

$$c_R = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5\,c)$$

6. Die Randbedingung an der Mündung $x = l$ der Leitung. Hier lässt sich bei genügend grossem Auslaufbecken, indem nur unbedeutende Wasserspiegelschwankungen auftreten, die Druckhöhe als konstant betrachten.

$$\underset{x=l}{H_R} = H_K$$

Der Zusammenhang zwischen den beiden gegensinnig verlaufenden Druckwellen $F\left(t - \frac{x}{a}\right)$ und $f\left(t + \frac{x}{a}\right)$ ergibt sich aus Gleichung 3

$$H_K = H_K + F\left(t - \frac{L}{a}\right) - f\left(t + \frac{l}{a}\right)$$

$$f\left(t + \frac{l}{a}\right) = F\left(t - \frac{l}{a}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Die Reflexionswelle f besitzt den Wert der Primärwelle F in einem um die Reflexionszeit $2\,l/a$ frühern Zeitpunkt. Bezeichnen wir die Aufeinanderfolge der Druckphasen

$$0 < t < 2 \frac{l}{a}, \quad \frac{2\,l}{a} < t < \frac{4\,l}{a}, \quad 2\,(i-1)\frac{l}{a} < t < \frac{2\,l}{a}$$

mit 1 , 2 und $i - 1$

und die Druckhöhenschwankung $H_R - H_0$ in der i-Phase mit $H \zeta_i$, dann schreiben sich die Gleichungen (3), (4) und (6) in der Form

$$H \zeta_i = + F_i - f_i \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

$$c_R\, i = c_0 + \frac{g}{a}(F_i + f_i) \quad . \; . \; . \; . \quad (8)$$

$$f_i = + F_{(i-1)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

und man findet durch Elimination der Primärwelle F aus den Gl. (7) und (8) die Gleichung

$$H \zeta_i = + \frac{a}{g}(c_0 - c) - 2 f_i \quad . \; . \; . \quad (10)$$

[1]) Vergl. Band 93, S. 244 (11. Mai 1929).

in der wir die Reflexionswelle f_i nun mittels der Rekursionsformel $f_i = +F_i = H\zeta_{i-1} + f_{i-1}$ auf den Drucklauf der vorangehenden Phase zurückführen:

$$H\zeta_i = +\frac{a}{g}(c_0 - c) - 2\left[H\zeta_{(i-1)} + f_{(i-1)}\right] \quad . \quad . \quad (11\text{a})$$

Führt man das Rekursionsverfahren für die Welle f bis zur ersten Phase durch, so erhält man das Resultat

$$H\zeta_i = -\frac{a}{g}(c_0 - c) - 2\,\nu \sum_{1}^{i-1} H\zeta_\nu \quad . \quad . \quad (11\text{b})$$

das besagt: Der Druckstoss in der i-Phase ist identisch mit dem Druckstoss, der sich bei plötzlicher Geschwindigkeitsänderung von c_0 auf c ergeben würde, vermindert um die doppelte algebraische Summe der Druckstösse in den vorangehenden Phasen.

Die Grenzbedingung am Einlauf in die Rohrleitung erhält nun mit Gl. (11b) die Gestalt:

$$H_P(\omega, c) \mp H_W(c, \psi) = -\frac{a}{g}(c_0 - c) - 2\,\nu \sum_{1}^{i-1} H\xi_\nu \quad . \quad (12)$$

die dadurch bemerkenswert ist, dass in ihr die Zeit, ausser als Argument der innern Funktionen $\psi(t)$ und $\omega(t)$ der Druckschwankung $H\zeta_i$, während einer Phase nicht selbständig auftritt. Sie erlaubt unter Elimination der Geschwindigkeit c die Gl. (1) und (11) in die Gestalt:

$$H\zeta_i = G_1\left[\omega(t), \psi(t)\right] - 2\,v \sum_{1}^{i-1} H\zeta_\nu \quad . \quad . \quad (13)$$

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = G_2\left[\omega(t), \psi(t), M_A\, t\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

überzuführen, womit das Problem auf die Bestimmung der Funktionen $\omega(t)$, $\psi(t)$, $M_A(t)$ reduziert ist.

Erfolgt die Regelung der Fördermenge durch Handbetätigung des Drosselorganes, so ist $\psi(t)$ eine willkürliche Zeitfunktion. Findet dagegen eine automatische Regulierung durch die Frequenz des den Pumpenmotor speisenden Netzes statt, in dem Sinne, dass bei steigender Frequenz das Drosselorgan geöffnet, bei fallender geschlossen wird, so wären $\omega(t)$ und $\psi(t)$ in Verbindung mit den Regulator-Gleichungen (worüber auf das Lehrbuch von Tolle verwiesen sei) zu bestimmen. Die Integration eines Systems von simultanen Differentialgleichungen würde dann zur Lösung des Problems führen. Im allgemeinen ist freilich die Gestalt der hier in Betracht fallenden Funktionen für eine analytische Behandlung nicht gut geeignet.

Nun ergibt sich durch Differentiation von (12) nach t

$$\frac{\partial H_P}{\partial \omega}\frac{d\omega}{dt} + \frac{\partial H_P}{\partial c}\frac{dc}{dt} \mp \frac{\partial H_W}{\partial \psi}\frac{d\psi}{dt} \mp \frac{\partial H_W}{\partial c}\frac{dc}{dt}$$

$$= +\frac{a}{g}\frac{dc}{dt} - 2\,v \sum_{1}^{i-1} \frac{d}{dt} H\zeta_v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

mit

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_A - M_W}{\Theta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

eine Formel für die zeitliche Aenderung der Geschwindigkeit

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\dfrac{\partial H_P}{\partial \omega}\dfrac{M_A - M_W}{\Theta} \mp \dfrac{\partial H_W}{\partial \psi}\dfrac{d\psi}{dt} + 2\,v \displaystyle\sum_{1}^{i-1} \dfrac{d}{dt} H\zeta_v}{\dfrac{a}{g} \mp \dfrac{\partial H_W}{\partial c} - \dfrac{\partial H_P}{\partial c}} \quad . \quad (17)$$

die in Verbindung mit den Gl. (11) und (16), unter Ersetzung der Differentialquotienten $d\omega/dt$, dc/dt, durch die endlichen Differenzenquotienten $\Delta\omega/\Delta t$, $\Delta c/\Delta t$ gestattet, angenähert die Druckhöhenänderung am Einlauf in die Steigleitung, ausgehend von dem Anfangszustand $H_R = H_0$, $c_R = c_0$ und $\omega = \omega_0$, schrittweise zu berechnen. Bei Pumpen, die mit abnehmender Fördermenge beträchtliche Stossverluste besitzen, wird, nachdem die Förderhöhe ihren Höchstwert erreicht hat, $\frac{\partial H_P}{\partial c} > 0$. Kann $\frac{\partial H_P}{\partial c}$ bis zum Betrag $\frac{a}{g} + \frac{\partial H_W}{\partial c}$ anwachsen, so wird $\frac{dc}{dt} = \infty$. Die Pumpe schnappt dann ab und springt in das Wirkungsfeld der Bremse über.

Der Nachteil dieser schrittweisen Berechnung liegt in dem ungenügenden Einblick, die sie in den Ablauf des Vorganges gewährt. Die Graphik lässt auch hier den Inhalt der abgeleiteten Beziehungen anschaulich zur Darstellung bringen, und bietet eine Bestimmungsmethode der Druckschwankung, die sich der Arbeitsweise der Praxis besser anschmiegt.

Betrachten wir wiederum die Verhältnisse am Einlauf in die Steigleitung, so lassen sich einerseits sämtliche mit dem Auslauf des Wassers aus der Pumpe und des Drosselorganes verträglichen Randbedingungen $H_R = H_P \mp c^2\lambda(\psi)$ in einem kartesischen Koordinatensystem mit der Rohrleitungsgeschwindigkeit c_R als Abszisse und Druckhöhe H_R als Ordinate durch Kurvenscharen konstanter Winkelgeschwindigkeit ω und Schieberöffnung ψ darstellen; anderseits liegen die mit der Bewegungsgleichung der Rohrleitung verträglichen H_R und c_R in der ersten Phase auf einer durch den Anfangszustand H_0 und c_0 gehenden Geraden $H_R = H_0 - \frac{a}{g}(c_0 - c)$, dessen Schnittpunkt auf der Ordinatenaxe um $-\frac{a}{g}c_0$ von H_0 entfernt liegt, wobei sie in der folgenden Phase entsprechend der Gleichung $H\zeta_i = -\frac{a}{g}(c_0 - c) - 2\,v\sum_{1}^{i-1} H\zeta_v$ jeweils eine Parallelverschiebung um den doppelten Betrag des Druckstosses der vorangehenden Phase erfährt. Dieses graphische Bild ist der Ersatz für Gl. (13); es gestattet, die Druckhöhe $H\zeta_i$ sobald $\omega(t)$ und $\psi(t)$, sowie der Druckstoss der vorangehenden Phase gegeben sind, als Ordinate des Schnittpunktes der H_R-Kurve mit der Druckstossgeraden abzulesen.

Die Abb. 3, 4, 5, zeigen eine Anwendung auf die Regulierung der Fördermenge durch Drosselung in der Rohrleitung bei unveränderlicher Winkelgeschwindigkeit der Pumpe. Als Drosselorgan ist ein Schieber angenommen, der eine plötzliche Verengung des Rohrleitungsquerschnittes verursacht. Bedeutet ψ das Verhältnis des Drosselquerschnittes zur Rohrfläche, so berechnet sich die Drosselhöhe nach dem Gesetz von Carnot Boda zu

$$H_W = \frac{c_R^2}{2g}\left(\frac{1}{\psi} - 1\right)^2$$

In Abb. 3 sind die Drosselkennlinien $H_R = H_R(\omega, c_R) - \frac{c_R^2}{2g}\left(\frac{1}{\psi} - 1\right)^2$ für konstante Schieberstellungen ψ dargestellt. Abb. 5 zeigt das angenommene Schliessgesetz, wobei als Zeitmasstab die Reflexionszeit $2l/a$ benutzt wurde, Abb. 4 der aus Abb. 3 entnommene zeitliche Verlauf der Druckhöhenschwankung. Der Zusammenhang der Druckstossgeraden mit der Druckhöhenschwankung der vorangehenden Phase lässt sich besonders anschaulich zur Darstellung bringen, wenn man die Spiegelkurve zur Druckhöhenschwankung konstruiert; die Druckstossgeraden verlaufen dann jeweils durch die Spiegelpunkte der frühern Phase.

Aus dem Kurvenbild Abb. 3 ist zu erkennen, dass der Druckverlauf vom Moment der unveränderlichen Schieberstellung an aperiodisch verläuft, solange die Neigung der Drosselkennlinien $-\frac{\partial H_P}{\partial c} + \frac{\partial H_W}{\partial c} < \frac{a}{g}$ bleibt, denn sämtliche Stossgeraden müssen dann die ψ-Linien im gleichsinnigen Druckstossgebiet schneiden.

Bei raschem Schliessen und bedeutenden Rohrgeschwindigkeiten $c > \frac{Hg}{a}$ liegt die Möglichkeit vor, dass die Stossgeraden die Abszissenaxe $H = 0$ unter einem grössern Abszissenwert schneiden, als die dem gleichen Zeitpunkt entsprechenden Drosselkennlinien. In diesem Falle kommt es zu einem Abreissen der Wassersäule hinter dem Drosselorgan. Der obere Teil der Säule wandert mit der Geschwindigkeit c_x, entsprechend dem Abszissenwert der Stossgeraden, der andere Teil mit der Geschwindigkeit c_y, entsprechend dem Abszissenwert der Drosselkennlinie der Rohrleitung entlang. Sobald $\int_0^t (c_x - c_y)\,dt = 0$ wird, treffen die beiden Wassersäulen wiederum zusammen, wobei ein Druckstoss $H_s = \frac{a}{g}(c_x - c_y)$ entsteht, der nach beiden Seiten der Rohrenden wandert, jedoch infolge der

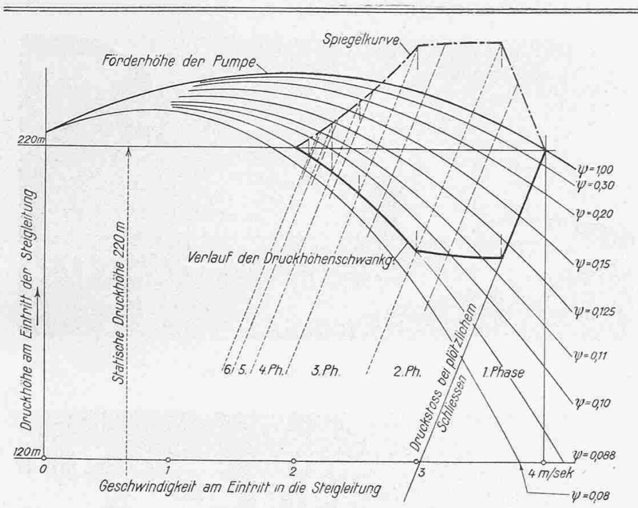

Abb. 3. Bestimmung der Druckschwankungen am Eintritt der Steigleitung bei Drosselung der Fördermenge.

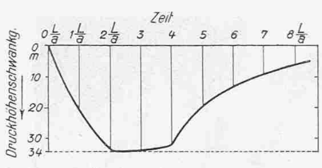

Abb. 4. Zeitlicher Verlauf der Druckhöhenschwankung.

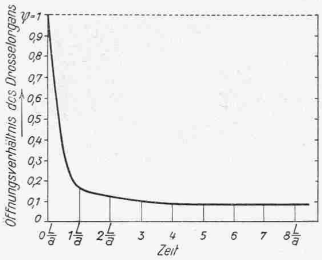

Abb. 5. Zeitlicher Schliessvorgang des Drosselorgans.

Nähe des Einlaufes rasch auf den durch die Randbedingung $H_P + H_W = H_R$ vorgeschriebenen Betrag abklingt. Abb. 6 zeigt den Vorgang beim Abreissen der Wassersäule. Dabei kennzeichnet ψ_0 die Drossellinie am Anfang, ψ_1 jene am Ende des Reguliervorganges. Wird insbesondere der Schieber ganz geschlossen, so fällt die Drosselkennlinie mit der Ordinatenaxe zusammen. Beträgt die Rückströmgeschwindigkeit gegen die Schieberwand c_s, so erfolgt ein Druckschlag von $H = 0$ auf $H = 2\,H_0 + \frac{a\,c_s}{g}$.

Man sollte daher bei Reguliervorgängen, die unter Abreissen der Wassersäule stattfinden, die Leitung erst schliessen, nachdem die Reflexionsdrücke die Gelegenheit hatten, ins Freie zu entweichen.

Ausser dem Abreissen der Wassersäule liegt noch die Möglichkeit vor, dass die Pumpe nicht mehr weiter gegen die von dem Auslauf herabwandernde Ueberdruckwelle zu fördern vermag, und das Wasser rückwärts in den Saugraum strömt. Graphisch kommt dies dann zum Ausdruck, wenn die Stossgeraden die Drosselkennlinie im Gebiet der Bremse schneidet (Abb. 7). Die Umkehrung der Fliessrichtung kann dabei stetig, eigentümlicherweise aber auch unstetig erfolgen sobald $\frac{a}{g} + \frac{\partial H_W}{\partial c} > \frac{a}{g}$ wird.

Weit gefährlicher als die Druckstösse beim Aendern der Fördermenge erweisen sich im Betrieb jene, die beim plötzlichen Abschalten der Pumpe und selbsttätigen Abschluss der Rohrleitung auftreten. Besonders ist dies der Fall, wenn ein zu kleines Schwungmoment ein rasches Abfallen der Drehzahl bedingt und eine bedeutende Druckverminderung am Einlauf der Steigleitung eintritt. Durch einen zweckmässigen Eingriff des Absperrventils gilt es dann, unzulässige Druckschläge zu vermeiden. Die graphische Darstellung gestaltet sich hier durch die Veränderlichkeit von $\omega(t)$ und $\psi(t)$ umständlicher. Sofern das Schliessgesetz des Absperr-Organes explizit als Funktion der Zeit vorliegt oder angenommen werden kann, ist es zweckmässig, die Druck- und Geschwindigkeitsänderungen unmittelbar nach dem Kreiselrad zu betrachten, und einerseits die Förderhöhe des Kreiselrades $H_P = \Phi(\omega, c_R)$, durch Kurvenscharen konstanter Winkelgeschwindigkeit, und anderseits mit dem Drosselorgan und der Rohrleitung verträglichen Randbedingungen:

$$H_i = H_0 + c^2\,\lambda(\psi) - \frac{a}{g}(c_0 - c) - 2\,\nu \sum_{1}^{i-1} H\,\zeta_\nu$$

durch Kurvenscharen konstanter Schieberstellung ψ darzustellen, d. h. der Druckhöhenverlust im Drosselorgan jeweils über den Stossgeraden, und nicht wie früher in Abb. 3 über die Förderhöhe der Pumpe abzutragen. Dabei empfiehlt es sich, da das Glied $\sum_{1}^{i-1} \nu\,H\,\zeta_\nu$ nur schrittweise aus den Druckstössen der vorangehenden Phasen bestimmbar ist, für den praktischen Gebrauch sämtliche ψ-Kurven nach Abb. 8 über der nämlichen Stossgeraden, auf einem durchsichtigen Blatt, einzuzeichnen und diese Gerade mit ihrem Kurvennetz dann jeweils über die augenblickliche Stossgerade zu legen. Da $\psi(t)$ gegeben ist, bleibt einzig die rechnerische Bestimmung von $\omega(t)$ zu erledigen, um aus der graphischen Darstellung als Koordinaten des Schnittpunktes zweier gleichen Zeiten entsprechenden ω- und ψ-Kurven die augenblickliche Förderhöhe H_P und Fördergeschwindigkeit c_R ablesen zu können.

Hierzu verwenden wir Gl. (1) $\Theta \frac{d\,\omega}{dt} = -M_W$, die wir durch Einführung der Anlaufzeit $T_A = \frac{\Theta\,\omega_m}{M_m}$, wobei M_m und ω_m das Drehmoment bezw. die Winkelgeschwindigkeit vor dem Abschalten bedeuten, in die Gestalt umformen:

$$\frac{d\,\omega}{\omega_m} = -\frac{M_W}{M_m}\,\frac{dt}{T_A}$$

Hat man in der Pumpencharakteristik die Kurven gleichen Drehmomentes ebenfalls eingezeichnet, so lässt sich hieraus für jeden Betriebszustand der Momentenwert entnehmen und durch Differenzenrechnung die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit leicht ermitteln. (Schluss folgt.)

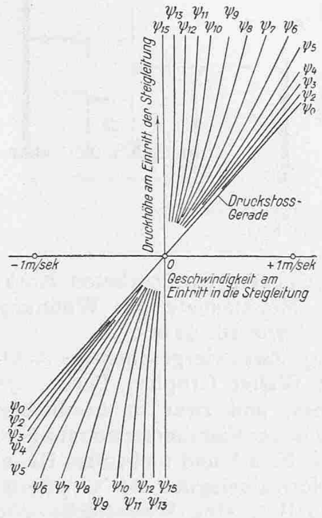

Abb. 8. Darstellung des Druckhöhen-Verlustes im Drosselorgan in Funktion der Durchflussgeschwindigkeit der Schieberstellung durch Kennlinien gleicher Schieberstellung ψ, aufgetragen über der Stossgeraden.

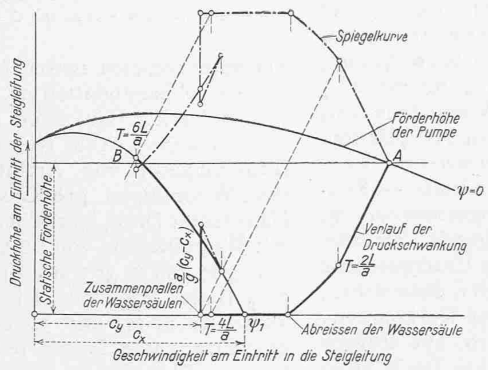

Abb. 6. Druckschwankung unter Abreissen der Wassersäule bei Drosselung der Fördermenge.

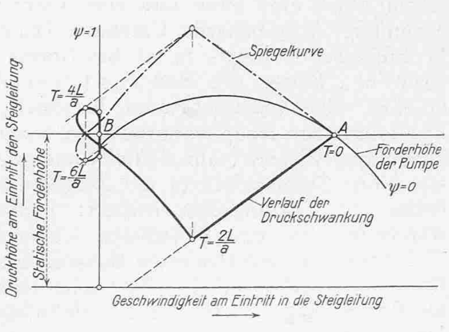

Abb. 7. Druckschwankung bei totaler Abdrosselung der Fördermenge und Abschnappen der Pumpe.