

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 91/92 (1928)
Heft: 17

Artikel: Berechnung von Trägern mit teilweiser Druckbelastung
Autor: Kretzschmar, F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-42593>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Berechnung von Trägern mit teilweiser Dreieckbelastung. — Wirtschaftliches über die Energieversorgung der Schweiz. — Exakte Aesthetik. — Der Studienbau des Deutschen Museums. — Zum Klingnauer Energieausführungsgesuch. — Mitteilungen: Ausnutzung der Wärmeenergie des Meeres. Vom Völkerbund-Gebäude in Genf. Mati-Brücke in Albanien. Die Schweizerische Schlepsschiffahrt-Genossen-

schaft. Elektrifikation der Visp-Zermatt-Bahn. Neues Gaswerk Basel. — Nekrologie: Henri Geinoz. Camille Martin. — Preisausschreiben: Preisaufgabe der Denzler-Stiftung des S. E. V. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine: Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Basler Ingenieur- und Architekten-Verein. S. T. S.

Band 92.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 17

Berechnung von Trägern mit teilweiser Dreieckbelastung.

Von Ing. F. KRETZSCHMAR, Zürich.

Im Binnenschiffbau kann man die Seitenspannen von Kähnen und die Schottsteifen wohl aller Schiffsarten, sowie im Behälterbau die Wandsteifen, als gerade Träger mit überall gleichem Widerstandsmoment betrachten, die durch Dreieckbelastung (den Wasserdruk) entweder

1. auf einem Teil ihrer Länge, oder
2. auf ihrer ganzen Länge

beansprucht werden.

Hierbei sind noch folgende Auflagerungen an den Enden zu unterscheiden:

- a) beide Enden liegen frei auf (Schottsteifen),
- b) das am meisten belastete Ende ist fest eingespannt (Seitenspannen ohne Kniebleche am Deckstringer),
- c) beide Enden fest eingespannt (normale Seitenspannen).

Für die Fälle 1a, 1b und 1c sollen hier die maximalen Biegemomente usw. berechnet werden. Die Fälle 2a, 2b und 2c ergeben sich daraus von selbst als Grenzfälle.

Fall 1a.

Bedeutet a die Steifen- oder Spanten-Entfernung, H die Seiten- oder Spanten-Länge und h die Höhe der Wassersäule, je in cm, so ist nach Abbildung 1:

$$A = \frac{a h^2}{6000 H} (3 H - h) \quad B = \frac{a h^3}{6000 H}$$

$$M = B x - a \frac{(x - H + h)^3}{6000} \quad (1)$$

Den Ort des maximalen Biegemomentes findet man aus:

$$0 = \frac{dM}{dx} = \frac{a}{6000} \left[-3x^2 + 6x(H-h) + 3(H-h)^2 + \frac{h^3}{H} \right]$$

woraus:

$$x = H - h + \sqrt{\frac{h^3}{3H}}$$

$$\text{Setzt man: } \frac{h}{H} = z \quad \text{und} \quad x = k H \quad (2)$$

so ergeben sich als Werte von k für verschiedene $z = h : H$

$h : H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$k =$	1,000	0,918	0,852	0,795	0,746	0,704	0,668	0,638	0,613	0,593	0,577

Die Werte der Formeln (2) in Formel (1) eingesetzt ergibt das maximale Biegemoment zu

$$M_{\max} = \frac{a h^3}{6000} \left[k - \left(\frac{k+z-1}{z} \right)^3 \right] = \frac{a h^3}{6000} \left[1 - 2 + 2 \sqrt{\left(\frac{z}{3} \right)^3} \right]$$

$$= \frac{a h^3}{10^5} C_a \quad (3)$$

Die Werte von C_a sind für verschiedene $h : H$ die folgenden:

$h : H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_a =$	16,67	15,20	13,90	12,71	11,61	10,59	9,64	8,76	7,93	7,15	6,42

Fall 1b.

Nach Abbildung 2 ist:

von $x = 0$ bis $x = H - h$: $M_x = B x$

$$, \quad x = H - h \text{ bis } x = H: M_x = B x - a \frac{(x - H + h)^3}{6000} \quad (4)$$

und

$$\frac{\partial M_x}{\partial B} = x$$

Nach frühern Angaben¹⁾ bestimmt sich B aus:

$$\int_0^H M_x \frac{\partial M_x}{\partial B} dx = 0$$

¹⁾ Zeitschrift „Schiffbau“ Jahrgang II, Seite 772.

$$\text{oder: } 0 = B \int_0^H x^2 dx - \frac{a}{6000} \int_{H-h}^H x(x-H+h)^3 dx$$

$$\frac{B H^3}{3} = \frac{a h^4}{12000} (5 H - h)$$

$$B = \frac{a h^4}{H^3} \frac{5 H - h}{4000} \quad (5)$$

Wie leicht zu beweisen und wie für Träger mit gleichmässig verteilter Belastung bekannt, liegt das maximale Biegemoment auch im vorliegenden Beispiel an der Einspannstelle und beträgt allgemein:

$$M_A = H \cdot B - \frac{a h^3}{6000} = \frac{a h^3}{10^5} \left(\frac{20}{1,2} - \frac{15 h}{1,2 H} + \frac{3 h^2}{1,2 H^2} \right)$$

Setzt man wieder $h : H = z$, so ergibt sich:

$$M_A = \frac{a h^3}{10^5} (16,67 - 12,5 z + 2,5 z^2) = \frac{a h^3}{10^5} C_b \quad (6)$$

Für C_b findet man für verschiedene $h : H$

$h : H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_b =$	16,67	15,44	14,26	13,14	12,06	11,04	10,06	9,13	8,26	7,44	6,67

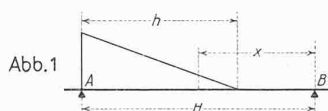


Abb.1

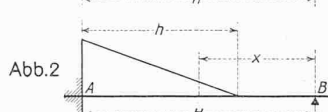


Abb.2

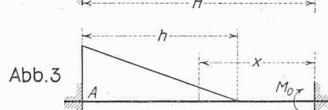


Abb.3

Ein Vergleich der Werte für C_a und C_b zeigt, dass trotz der Einspannung das maximale Biegemoment zugenommen hat, die Einspannung also diesbezüglich von Nachteil ist. Dies gilt jedoch nur, wenn dieselbe vollkommen steif ist, was wohl selten der Fall sein wird.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei Trägern mit gleichförmig verteilter Last, nur dass dort in

beiden Fällen die maximalen Biegemomente gleich gross, nämlich $Ql/8$ sind.

Die Vergrößerung der maximalen Biegemomente bei Dreiecksbelastung und einseitiger Einspannung ist dadurch bedingt, dass bei der Wanderung desselben von der Mitte nach dem eingespannten Ende dieses dort in den Bereich einer höhern spezifischen Belastung gelangt.

Immerhin kann diese einseitige Einspannung in anderer Beziehung von Vorteil sein, worauf hier nicht eingegangen werden soll.

Fall 1c.

Aus Abbildung 3 ergibt sich:

von $x = 0$ bis $x = H - h$: $M_x = B x - M_0$

$$, \quad x = H - h \text{ bis } x = H: M_x = B x - M_0 - \frac{a(x-H+h)^3}{6000} \quad (7)$$

Die Unbekannten B und M_0 berechnen sich wie folgt:

$$\text{Es ist } \frac{\partial M_x}{\partial B} = x; \quad \frac{\partial M_x}{\partial M_0} = -1$$

ferner

$$0 = \int_0^H M_x \frac{\partial M_x}{\partial B} dx = J_1$$

$$0 = \int_0^H M_x \frac{\partial M_x}{\partial M_0} dx = J_2$$

oder

$$J_1 = \int_0^H (Bx^2 - M_0 x) dx - \frac{a}{6000} \int_{H-h}^H x(x-H+h)^3 dx$$

$$= \frac{BH^3}{3} - \frac{M_0 H^2}{2} - \frac{a h^4 (5H-h)}{120000} \quad (8)$$

$$J_2 = \int_0^H (-Bx + M_0) dx + \frac{a}{6000} \int_{H-h}^H (x-H+h)^3 dx$$

$$= -\frac{BH^2}{2} + M_0 H + \frac{a h^4}{24000} \quad (9)$$

Aus (9) und (10) ergibt sich

$$B = \frac{a h^4 (5H-2h)}{20000 H^3} \quad (10)$$

$$M_0 = \frac{a h^4 (5H-3h)}{60000 H^2} \quad (11)$$

Der Auflagerdruck beträgt:

$$A = \frac{a h^2}{20000 H^3} (10H^3 - 5Hh^2 + 2h^3) \quad (12)$$

Auch hier liegt wie bei Fall 1b das maximale Biegemoment an der Einspannstelle des belastenden Träger-Endes und beträgt:

$$M_{\max} = M_A = BH - M_0 - \frac{a h^3}{6000}$$

$$= \frac{a h^3}{10^5} \left[16,67 - 16,67 \frac{h}{H} + 5 \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right] = \frac{a h^3}{10^5} C_c$$

Die Werte von C_c sind für verschiedene $h:H$

$h:H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_c =$	16,67	15,05	13,53	12,11	10,80	9,59	8,48	7,46	6,54	5,72	5,0

Um auch für Zwischenwerte von z solche für die Konstanten C zu haben, sind diese in Abb. 4 eingetragen.

Für Ueberschlagrechnungen genügt, gemäss der eingezeichneten Geraden C_0 , der für alle Fälle sichere Wert

$$M_{\max} = \frac{a h^3}{10^5} \left(16,67 - 10 \frac{h}{H} \right)$$

Vergleicht man die oben gefundenen Ergebnisse der Grenzwerte bei $z = 1$ mit den Angaben bei „Johow“ Seite 605 und 606, so zeigt sich keine Uebereinstimmung.

Behält man die dort gewählten Bezeichnungen bei, so sind folgende Aenderungen daselbst nötig:

Fall 12: $M_{gr} = 0,133 Ql$ bei B , statt $0,0596 Ql$ bei $x = 0,553 l$

„ 13: $M_{gr} = 0,100 Ql$ bei B , statt $0,0429 Ql$ bei $x = 0,452 l$

„ 14: $M_{gr} = \frac{Q_2 l}{12} + \frac{Q_1 l}{10}$ bei B .

Das weitere, aber stets kleinere max. Biegemoment bei $\cong 0,47 l$ beträgt $\frac{Q_2 l}{24} + 0,0429 Q_1 l$ statt $\frac{Q_2 l}{24} + 0,429 Q_1 l$.

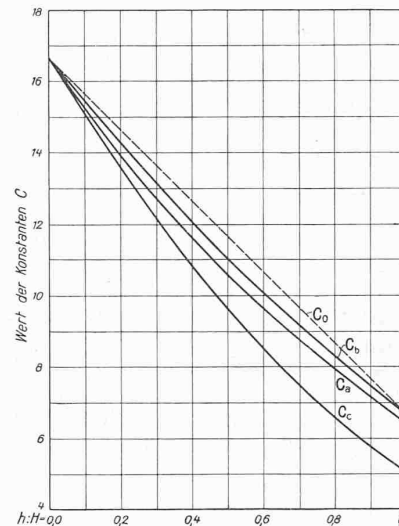


Abb. 4.

Für Fall 14 wurde bereits früher²⁾ die einfache Formel

$$M = \frac{l^2}{60} (2 p_1 + 3 p_2)$$

(l in cm)

entwickelt, wodurch sich leicht die bisweilen für die Berechnung der Nieten in den Anschlussknieblechen usw. nötigen Biegemomente durch Vertauschen von p_1 und p_2 berechnen lassen.

Die Werte von p_1 und p_2 ergeben sich z. B. für Schottsteifen usw., die ganz unter der Schwimm-Ebene des Schiffes

liegen, zu $p_1 = \frac{W_1 a}{10}$ bzw. $p_2 = \frac{W_2 a}{10}$ worin

a = Abstand der Schottsteifen in cm

W_1 bzw. W_2 = Höhe der Wassersäulen in m am obern bzw. untern Ende bedeuten.

²⁾ Zeitschrift „Schiffbau“, Jahrgang III, Seite 388.

Wirtschaftliches über die Energieversorgung der Schweiz im Winter.

Ueber diesen Gegenstand veröffentlicht das Eidgen. Amt für Wasserwirtschaft eine wertvolle Arbeit¹⁾, die gerade im heutigen Zeitpunkt in unserem Lande regem Interesse begegnen wird. Um die für unsere Volkswirtschaft so wichtigen und aktuellen Fragen der Ausbaumöglichkeit unserer Wasserkräfte, des Energie-Exportes und der damit zusammenhängenden Wasser- und Energie-Wirtschaft richtig beurteilen zu können, ist es vor allem notwendig, über die Grundlagen unserer Energiewirtschaft, d. h. über die bisherige Entwicklung des Ausbaues und der Ausnützung unserer Wasserkräfte, über die tatsächliche Energieproduktion und den Energiebedarf, über die Kosten hydraulischer und kalorischer Energie, kurz über die Entwicklung der gesamten Energieversorgung unseres Landes objektiv und umfassend orientiert zu werden. Wenn auch über einzelne dieser Gebiete schon von verschiedenen Seiten her Abhandlungen und Veröffentlichungen vorliegen²⁾ und beispielsweise auch an der Weltkraft-Konferenz und an der Internationalen Ausstellung für Binnenschifffahrt und Wasserkraftnutzung im Sommer 1926 in Basel wertvolle Angaben und Zusammenstellungen zu sehen waren, so ist es doch

¹⁾ „Wirtschaftliches über die Energieversorgung des Landes im Winter“. Mitteilung Nr. 23 des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft. 26 Seiten Text mit Literaturverzeichnis und 18 mehrfarbigen Figurentafeln (Diagrammen). Bern 1928. Zu beziehen beim Sekretariat des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft, sowie in allen Buchhandlungen. Preis kart. 5 Fr. (Vorläufig besprochen auf Seite 120 lfd. Bandes, am 8. September 1928. Red.)

²⁾ Eine grosse Zahl solcher Veröffentlichungen ist übrigens im Literaturverzeichnis dieser „Mitteilung Nr. 23“ angegeben.

ein unleugbares Verdienst des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft, in seiner Mitteilung No. 23 diesen ganzen Fragenkomplex knapp und klar auf den heutigen Zeitpunkt zusammengefasst und auf Grund dieser umfassenden und objektiven Darlegung seine Schlussfolgerungen gezogen zu haben.

Im folgenden sei versucht, den Inhalt dieser Veröffentlichung zu skizzieren und an Hand einer Anzahl, hier allerdings nur schwarzer Reproduktionen, einige der wichtigeren, vorbildlich dargestellten, farbigen Figurentafeln etwas zu erläutern.

Einleitend stellt sich das Amt seine Aufgabe wie folgt: „Wir möchten hier die Frage prüfen, ob gegenwärtig oder allenfalls künftig bei Wassermangel immer noch Energiemangel besteht, wie gross dieser Mangel ist und welche Mittel geeignet sind, den Energiemangel zu beheben.“

Um diese Fragen zu beantworten, wurden umfangreiche Erhebungen über die bisherige Entwicklung in der Energieversorgung des Landes durchgeführt. Es wurden ferner bei bekannten Fachleuten Gutachten über die Kosten kalorischer und hydraulischer Energieerzeugung und über die Energieübertragungskosten eingeholt. Es konnte nicht vermieden werden, verschiedene Annahmen zu treffen. Bei der weiteren Verwendung der Zahlenwerte ist deshalb immer zu berücksichtigen, unter welchen Voraussetzungen und Annahmen sich diese Werte ergeben haben. Die Ergebnisse der auf diesen Grundlagen vom Amte durchgeführten Untersuchungen werden kurz zusammengefasst und veröffentlicht, in der Meinung, damit weitere Kreise anzu-