Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 91/92 (1928)

Heft: 14

Artikel: Die Maag-Zahnformen und ihre Herstellung mit einem normalen 15-flankigen Werkzeug

Autor: Brandenberger, Heinrich

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-42583

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Die Maag-Zahnformen und ihre Herstellung mit einem normalen 15°-flankigen Werkzeug. — Wettbewerb für ein Schulhaus im Gelbhausgarten in Schaffhausen. — Gegenwarts- und Zukunftsfragen des Strassenbaues. — Mitteilungen: IVe Congrès international des Ingénieurs-Conseils à Amsterdam. Ein Wasserkraftwerk von 100000 kW mit automatischer Steuerung. Automatische Wehrkonstruktionen. Kirchenbau-Ausstellung Dresden. Ausstellung „Bauten der Technik" in Essen. Internationale Ausstellung in Barcelona 1929. Eidgen. Oberbauinspektorat. Das neue Goetheanum in Dornach. — Wettbewerbe: Wartehäuschen in Genf. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine: Maschineningenieur-Gruppe Zürich der G. E. P. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. S. T. S.

Band 92. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 14**

Die Maag-Zahnformen und ihre Herstellung mit einem normalen 15°-flankigen Werkzeug.

Von Dr. Ing. HEINRICH BRANDENBERGER, Privatdozent a. d. Eidg. Techn. Hochschule, Zürich.

(Schluss von Seite 163.)

Wie im Anhang nachgewiesen werden soll, lässt sich zwischen der Summe der Korrekturen $x_1 + x_2$ und der Kopfkürzung ϱ, bezw. der endgültigen Achsenabstand-Vergrösserung λ eine eindeutige Abhängigkeit aufstellen, falls man diese Werte durch die mittlere Zähnezahl $^1/_2\,(z_1 + z_2) = z_m$ dividiert.[1]) Die Werte $(x_1 + x_2)/z_m$, ϱ/z_m und λ/z_m sind nämlich eine eindeutige Funktion von α_0 und $\Delta\alpha$. In Abbildung 8 sind diese funktionellen Zusammenhänge graphisch dargestellt.

Einige *Beispiele* mögen die Einfachheit der Anwendung dieser Tafel bei der Berechnung so korrigierter Räder zeigen.

Ein Radpaar mit $z_1 : z_2 = 10 : 15$ Zähnen, Modul 8, soll mit einem normalen 15°-flankigen zahnstangenförmigen Werkzeug, dessen Kopfkantenabrundung $^1/_6$ Modul betrage ($\varphi = 1$), unterschnittfrei erzeugt werden. Es sind die Abmessungen der Räder, der abnormale Achsenabstand, sowie der abnormale Eingriffswinkel zu bestimmen.

Nach Gleichung (4) sind die für Unterschnittfreiheit notwendigen Korrekturen

$$x_1 = \varphi - z_1/z_0 = 1 - 10/30 = 0{,}667$$
$$x_2 = \varphi - z_2/z_0 = 1 - 15/30 = 0{,}5$$

Daraus ergibt sich $x_1 + x_2 = 1{,}167$. Da $z_m = {}^1/_2\,(z_1 + z_2) = 12{,}5$, erhält man für $(x_1 + x_2)/z_m = 1{,}167/12{,}5 = 0{,}0935$. Laut Kurventafel (Abbildung 8) ist entsprechend

$$(x_1 + x_2)/z_m = 93{,}5\ ^0/_{00},$$
$$\lambda/z_m = 68\ ^0/_{00} = 0{,}068$$

und der sich beim Einbau der Räder von selbst einstellende abnormale Eingriffswinkel $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha = 25^0 20'$. Es errechnet sich

$$\lambda = 0{,}068 \cdot 12{,}5 = 0{,}85 \text{ und } \varrho = (x_1 + x_2) - \lambda = 0{,}317.$$

Für Modul 8 erhält man die Werte

$$x_1\, m = 0{,}667 \cdot 8 = 5{,}34 \text{ mm}$$
$$x_2\, m = 0{,}5 \cdot 8 = 4{,}00 \text{ mm}$$
$$\varrho\, m = 0{,}317 \cdot 8 = 2{,}54 \text{ mm}$$
$$\lambda\, m = 0{,}85 \cdot 8 = 6{,}80 \text{ mm}$$

[1]) Siehe Fölmer, „Betrieb" 1919. S. 107 und 265.

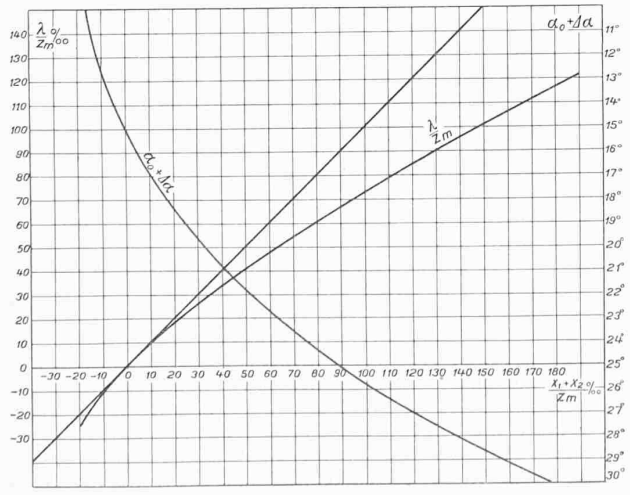

Abb. 8.

Hierbei sind $x_1\, m$ bezw. $x_2\, m$ die Beträge, um die man die erzeugende Zahnstange aus dem Rad 1 bezw. 2 gegenüber der normalen Stellung bei der Erzeugung herausheben muss, wodurch die Kopfhöhen grösser und die Fusstiefen der Zähne kleiner werden. $\varrho\, m$ ist der Betrag, um den die beiden Räder nach Hineinlegen in das Bezugsprofil der erzeugenden Zahnstange für spielfreien Gang zusammengerückt werden müssen, um den also zur Erhaltung des normalen Kopfspieles die Zähne zu kürzen sind. $\lambda\, m$ ist die endgültige Achsenabstand-Vergrösserung.

Die Abmessungen der Räder sind somit, *unkorrigiert:*

Aussendurchmesser $D_1{}^a = (z_1 + 2)\, m = 12 \cdot 8 = 96$ mm

$D_2{}^a = (z_2 + 2)\, m = 17 \cdot 8 = 136$ mm

Zahnhöhe $h = \frac{13}{6}\, m = \frac{13}{6}\, 8 = 17{,}33$ mm

Achsenabstand $a = \frac{z_1 + z_2}{2}\, m = 12{,}5 \cdot 8 = 100$ mm

und *korrigiert:*

Aussendurchmesser

$D_1{}^{ax} = D_1{}^a + 2(x_1\, m - \varrho\, m) = 96 + 2(5{,}34 - 2{,}54) = 101{,}6$ mm

$D_2{}^{ax} = D_2{}^a + 2(x_2\, m - \varrho\, m) = 136 + 2(4{,}0 - 2{,}54) = 138{,}92$ mm

Zahnhöhe

$h^x = h - \varrho\, m = 17{,}33 - 2{,}54 = 14{,}79$ mm

Achsenabstand

$a^x = a + \lambda\, m = 100 + 6{,}8 = 106{,}8$ mm

In Abbildung 9 ist die Verzahnung des unkorrigierten Radpaares dargestellt. Die erzeugende Zahnstange unterschneidet beide Räder derart, dass von den brauchbaren Zahnflanken so grosse Teile weggeschnitten werden, dass die zur Verfügung stehende Eingriffstrecke $G_1 - G_2$ auf $E_1 - E_2$ gekürzt wird. Die Eingriffsdauer ergibt sich bloss zu 0,576, ist also kleiner als 1, sodass stellenweise die Uebertragung nicht durch die Zahnflanken, sondern durch die Kopfkanten erfolgen würde, was zu einer ungleichförmigen Geschwindigkeitsübertragung und einem raschen Verschleiss der Räder führen müsste.

Genaue Werte zu nebenstehender Abbildung.

$\Delta\alpha$ in Grade	$\alpha_0 + \Delta\alpha$ in Grade	$\frac{x_1 + x_2}{z_m}$ in ‰	$\frac{\lambda}{z_m}$ in ‰	$\Delta\alpha$ in Grade	$\alpha_0 + \Delta\alpha$ in Grade	$\frac{x_1 + x_2}{z_m}$ in ‰	$\frac{\lambda}{z_m}$ in ‰
— 7	8	— 19,5	— 24,6	+ 5	20	+ 32,7	+ 27,9
— 6	9	— 18,1	— 22,0	+ 6	21	+ 41,8	+ 34,6
— 5	10	— 16,3	— 19,2	+ 7	22	+ 51,9	+ 41,7
— 4	11	— 14,0	— 16,0	+ 8	23	+ 63,1	+ 49,3
— 3	12	— 11,3	— 12,5	+ 9	24	+ 75,4	+ 57,3
— 2	13	— 8,1	— 8,7	+ 10	25	+ 88,9	+ 65,8
— 1	14	— 4,4	— 4,5	+ 11	26	+ 103,7	+ 74,7
0	15	0	0	+ 12	27	+ 119,9	+ 84,1
+ 1	16	+ 5,0	+ 4,9	+ 13	28	+ 137,6	+ 94,0
+ 2	17	+ 10,7	+ 10,1	+ 14	29	+ 156,8	+ 104,4
+ 3	18	+ 17,2	+ 15,6	+ 15	30	+ 177,7	+ 115,4
+ 4	19	+ 24.5	+ 21,6				

In Abbildung 10 ist die Verzahnung des unterschnittfrei korrigierten Radpaares dargestellt. Für normales Kopfspiel ergibt sich eine Eingriffsdauer von 1,04, doch ist es ohne weiteres möglich, das Kopfspiel kleiner auszuführen (z. B. entsprechend der strichlierten Linie den Zahnkopf zu vergrössern), sodass sich leicht eine Eingriffsdauer von 1,16 erreichen lässt. Die beiden Räder wurden so korrigiert, dass die erzeugende Zahnstange mit ihrem geraden Teil der Schneidkante nicht über G_1 und G_2 hinausgeht. Die Kopfkreise k_2 bezw. k_1 der Räder stehen von diesen Punkten ab, da der Kopf eines Rades mit einer Zähnezahl z kleiner als unendlich, weniger tief als die Zahnstange in das Gegenrad eindringt. Durch den sich grösser einstellenden Eingriffswinkel $\alpha_0 + \Delta\alpha$ ergeben sich neue Grundkreispunkte G_1^x bezw. G_2^x, die noch weiter als G_1 bezw. G_2 von den Kopfkreisen k_2 bezw. k_1 wegrücken, sodass derart korrigierte Räder gemäss Abbildungen 1 und 2 kleine maximale spezifische Abnützungen aufweisen.

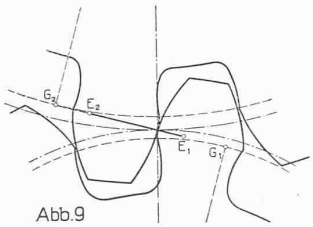

Abb.9

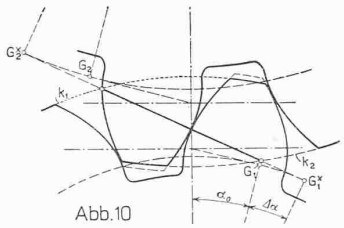

Abb.10

Durch die Verwendung eines 15°-flankigen Schneidwerkzeuges entsteht ein grösserer Eingriffswinkel, als für die Verzahnung an und für sich notwendig wäre. Das Radpaar 10 : 15 Zähne könnte mit einem zahnstangenförmigen Werkzeug, ebenfalls mit $\varphi = 1$, ohne Achsenabstand-Vergrösserung geschnitten werden, wenn das Werkzeug einen grössern Eingriffswinkel aufweisen würde. Nach Gleichung (6) ergibt sich ein bezügl. z_0 zu $z_0\,\varphi = (z_1 + z_2)/2$ und gemäss $\varphi = 1$ ist $z_0 = 12{,}5$. Laut Abbildung 5 entspricht dies einem α_0 von 23° 35′. Dieser Winkel ist kleiner als der Eingriffswinkel der in Abbildung 10 dargestellten Verzahnung, der eine Grösse von 25° 20′ hat.

*

Als weiteres Beispiel soll ein Radpaar $z_1 : z_2 = 20 : 30$ Zähne, Modul 6, mit einem normalen 15°-flankigen zahnstangenförmigen Werkzeug, dessen Kopfkantenabrundung $^1/_6$ Modul beträgt ($\varphi = 1$), so geschnitten werden, dass für spielfreien Eingriff die abnormale Achsdistanz von $a^x = 155$ mm entsteht. Es sind die Abmessungen der Räder, sowie der abnormale Eingriffswinkel zu bestimmen.

Der normale Achsenabstand errechnet sich zu $a = \frac{z_1 + z_2}{2}\,m = \frac{20 + 30}{2} \cdot 6 = 150$ mm. Die Achsenabstand-Vergrösserung beträgt somit $\lambda\,m = a^x - a = 155 - 150 = 5$ mm. Für Modul 6 ergibt sich ein $\lambda = 5/m = 5/6 = 0{,}833$. Um die Tafel Abbildung 8 anwenden zu können, muss dieser Wert durch die mittlere Zähnezahl $z_m = (z_1 + z_2)/2 = (20 + 30)/2 = 25$ dividiert werden. Es ist $\lambda/z_m = 0{,}833/25 = 0{,}0333 = 33{,}3\ ^0/_{00}$. Laut Abbildung 8 entspricht diesem $\lambda/z_m = 33{,}3\ ^0/_{00}$ ein $(x_1 + x_2)/z_m = 40\ ^0/_{00} = 0{,}040$ und ein $\alpha = 20°\,50'$.

Es ist somit

$$x_1 + x_2 = 0{,}04\,z_m = 0{,}04 \cdot 25 = 1$$

und

$$\varrho = x_1 + x_2 - \lambda = 0{,}167.$$

Die Korrektur $x_1 + x_2 = 1$ kann man auf beide Räder beliebig aufteilen. Die für Rad 1 zur Erzielung von Unterschnittfreiheit notwendige Korrektur beträgt

$$x_{1\,\text{notwendig}} = \varphi - \frac{z_1}{z_2} = 1 - \frac{20}{30} = 0{,}333,$$

während Rad 2 keine Korrektur erfordert. Wir führen z. B. aus: $x_1 = 0{,}7$ und $x_2 = 0{,}3$. Für Modul 6 erhält man

$$x_1\,m = 0{,}7 \cdot 6 = 4{,}2 \text{ mm}$$
$$x_2\,m = 0{,}3 \cdot 6 = 1{,}8 \text{ mm}$$
$$\varrho\,m = 0{,}167 \cdot 6 = 1{,}0 \text{ mm}$$
$$\lambda\,m = 5 \text{ mm}$$

Die Abmessungen der Räder sind somit, *unkorrigiert:*

Aussendurchmesser $D_1{}^a = (z_1 + 2)\,m = 22 \cdot 6 = 132$ mm

$D_2{}^a = (z_2 + 2)\,m = 32 \cdot 6 = 192$ mm

Zahnhöhe $h = \frac{13}{6}\,m = \frac{13}{6} \cdot 6 = 13$ mm

Achsenabstand $a = \frac{z_1 + z_2}{2}\,m = 25 \cdot 6 = 150$ mm

und *korrigiert:*

Aussendurchmesser

$D_1{}^{ax} = D_1{}^a + 2\,(x_1\,m - \varrho\,m) = 132 + 2\,(4{,}2 - 1) = 138{,}4$ mm

$D_2{}^{ax} = D_2{}^a + 2\,(x_2\,m - \varrho\,m) = 192 + 2\,(1{,}8 - 1) = 193{,}6$ mm

Zahnhöhe

$h^x = h - \varrho\,m = 13 - 1 = 12$ mm

Achsenabstand

$a^x = a + \lambda\,m = 150 + 5 = 155$ mm

*

Als letztes Beispiel möge ein doppelt breites Umlaufrad mit $z_1 = 20$ Zähnen, Modul 5, mit zwei gleichachsigen Zentralrädern $z_2 = 20$ und $z_3 = 19$ zum spielfreien Kämmen gebracht werden. Die Räder sollen mit einem normalen 15°-flankigen, zahnstangenförmigen Werkzeug, dessen Kopfkantenabrundung $^1/_6$ Modul beträgt ($\varphi = 1$), unterschnittfrei erzeugt werden.

Da die Unterschnittfreiheit bei einem Radpaar an ein Minimum des Achsenabstandes gebunden ist, wird man den Achsenabstand nach den Rädern 1 und 2 bemessen und diesen Achsenabstand dann für die Räder 1 und 3 beibehalten. Die für die Räder notwendigen Korrekturen sind

$$x_1 = \varphi - \frac{z_1}{z_0} = 1 - \frac{20}{30} = 0{,}333$$

$$x_2 = \varphi - \frac{z_2}{z_0} = 1 - \frac{20}{30} = 0{,}333$$

Daraus ergibt sich $x_1 + x_2 = 0{,}666$ und, da $z_{m1} = (z_1 + z_2)/2 = 20$ ist, $(x_1 + x_2)/z_{m1} = 0{,}666/20 = 0{,}0333$. — Entsprechend dem Werte $(x_1 + x_2)/z_{m2} = 33{,}3\ ^0/_{00}$ ist laut Abbildung 8 $\lambda_1/z_{m1} = 28\ ^0/_{00} = 0{,}028$ und der Eingriffswinkel $\alpha_1 = 20°$. — Weiter ist $\lambda_1 = 0{,}028\,z_{m1} = 0{,}028 \cdot 20 = 0{,}56$ und $\varrho_1 = (x_1 + x_2) - \lambda_1 = 0{,}106$. — Der Achsenabstand $a_{1\,\text{normal}} = z_{m1}\,m = 20 \cdot 5 = 100$ mm, die Achsenabstand-Vergrösserung $\lambda_1\,m = 0{,}56 \cdot 5 = 2{,}8$ und die für normales Kopfspiel erforderliche Kopfkürzung $\varrho_1\,m = 0{,}106 \cdot 5 = 0{,}53$.

Zur unterschnittfreien Korrektur der Räder 1 und 2 ist somit ein Achsenabstand notwendig von

$$a = a_{\text{normal}} + \lambda_1\,m = 100 + 2{,}8 = 102{,}8 \text{ mm}.$$

Der normale Achsenabstand der Räder 1 und 3 wäre $a_{2\,\text{normal}} = \frac{z_1 + z_3}{2}\,m = \frac{20 + 19}{2} \cdot 5 = 97{,}5$ mm. Da die Räder 2 und 3 auf der selben Achse sitzen, müssen wir auch dem zweiten Radpaar mit den Rädern 1 und 3 den Achsenabstand $a = 102{,}8$ mm geben, wodurch ein $\lambda_2\,m = a - a_{2\,\text{normal}} = 102{,}8 - 97{,}5 = 5{,}3$ mm entsteht. Daraus ist $\lambda_2 = 5{,}3/m = 5{,}3/5 = 1{,}06$. Entsprechend $z_{m2} = \frac{z_1 + z_3}{2} = \frac{20 + 19}{2} = 19{,}5$ wird $\frac{\lambda_2}{z_{m2}} = \frac{1{,}06}{19{,}5} = 0{,}0544 = 54{,}4\ ^0/_{00}$.

Laut Abbildung 8 ist der zugehörige Wert von $\frac{x_1 + x_2}{z_{m2}} = 71{,}6\ ^0/_{00} = 0{,}0716$ und der Eingriffswinkel $\alpha_2 = 23°\,40'$. Es ergibt sich

$$x_1 + x_3 = 0{,}0716\,z_{m2} = 0{,}0716 \cdot 19{,}5 = 1{,}395.$$

Da die Korrektur des Rades 1 bereits mit $x_1 = 0{,}333$ festliegt, muss die Korrektur des Rades 3 $x_3 = 1{,}395 - 0{,}333 = 1{,}062$ sein. Es ist ferner $\varrho_2 = (x_1 + x_3) - \lambda_2 = 1{,}395 - 1{,}06 = 0{,}335$. Die Korrekturen der Räder ergeben sich zu

$$x_1\,m = 0{,}333 \cdot 5 = 1{,}665 \text{ mm}$$
$$x_2\,m = 0{,}333 \cdot 5 = 1{,}665 \text{ mm}$$
$$x_3\,m = 1{,}062 \cdot 5 = 5{,}31 \text{ mm}$$

Die Kopfkürzung für Rad 1 und 2 ist mit $\varrho_1\,m = 0{,}53$, die für Rad 1 und 3 $\varrho_2\,m = 0{,}335 \cdot 5 = 1{,}675$. Da die beiden Werte verschieden sind, ist die Kopfkürzung des Rades 1 nach dem grössern Wert $\varrho_2\,m$ auszuführen, wodurch das Spiel zwischen dem Kopf des Rades 1 und dem Fuss des Rades 2 abnormal gross wird.

Die Aussendurchmesser der Räder ergeben sich zu:

$$D_1^{ax} = (z_1 + 2)\, m + 2\, x_1\, m - 2\, \varrho_2\, m = 110 + 3{,}33 - 3{,}35 = 109{,}98 \text{ mm}$$

$$D_2^{ax} = (z_2 + 2)\, m + 2\, x_2\, m - 2\, \varrho_1\, m = 110 + 3{,}33 - 1{,}06 = 112{,}27 \text{ mm}$$

$$D_3^{ax} = (z_3 + 2)\, m + 2\, x_3\, m - 2\, \varrho_2\, m = 105 + 10{,}62 - 3{,}35 = 112{,}27 \text{ mm}$$

Die Zahnhöhen sind:

$$h_1^x = \frac{13}{6}\, m - \varrho_2\, m = 10{,}83 - 1{,}67 = 9{,}16 \text{ mm}$$

$$h_2^x = \frac{13}{6}\, m - \varrho_1\, m = 10{,}83 - 0{,}53 = 10{,}30 \text{ mm}$$

$$h_3^x = \frac{13}{6}\, m - \varrho_2\, m = 10{,}83 - 1{,}67 = 9{,}16 \text{ mm}$$

Diese Korrekturen der Zahnräder sind für den Konstrukteur von grosser Bedeutung, da er diese Berechnung sowohl zur Festlegung des Achsenabstandes, als auch zur Bestimmung der Aussendurchmesser der Räder durchführen muss. Die normalen unterschnittenen Zahnformen genügen heutzutage nicht mehr den Anforderungen, die bei den hohen Drehzahlen und den grossen Zahndrücken an die Geräuschlosigkeit und Abnützung der Zahnräder gestellt werden. Liegt aber der Achsenabstand in der Zeichnung bereits fest, und sind die Räder vielleicht schon vorgedreht, so kann man nachträglich von der Zahnrad-Firma oder sogar von der eigenen Werkstätte nicht verlangen, auf die falsch vorgedrehten Radkörper gute unterschnittfreie Zahnflanken zu schneiden.

*

Nachdem nun die praktische Anwendung der Abb. 8 gezeigt wurde, möge an die Ableitung der diesen Kurven zu Grunde liegenden Gleichungen geschritten werden.

In Abbildung 11 sei $B_1\, B_2$ die gerade Zahnflanke der erzeugenden Zahnstange, f die Mittenlinie des Bezugsprofiles, g_1 und g_2 die Wälzgeraden, auf denen die Teilkreise bei der Erzeugung der Zahnflanken zur Abwälzung gelangen. Es ist somit

$O_1\, C_1 = m/2 \cdot z_1$ und

$O_2\, C_2 = m/2 \cdot z_2$;

$C\, C_1 = x_1\, m$ und

$C\, C_2 = x_2\, m$ sind die Abstände der Wälzgeraden g_1 bezw. g_2 von der Profilmittenlinie f. $C_1\, G_1$ und $C_2\, G_2$ sind die bei der Erzeugung entstehenden Eingriffslinien, die dem Eingriffswinkel α_0 der Zahnstange entsprechen. Durch die Verwendung der von einander verschiedenen Wälzgeraden g_1 und g_2 haben die Zahnflanken, in das Bezugsprofil hinein gelegt, Flankenspiel, so dass ein zusätzliches Näherrücken der Räder um $B_1'\, B_2' = \varrho\, m$ notwendig wird. Die sich neu einstellende Eingriffslinie $G_1'\, B_1'\, B_2'\, G_2'$ weist einen um $\Delta\, \alpha$ grössern Eingriffswinkel auf. Es ist

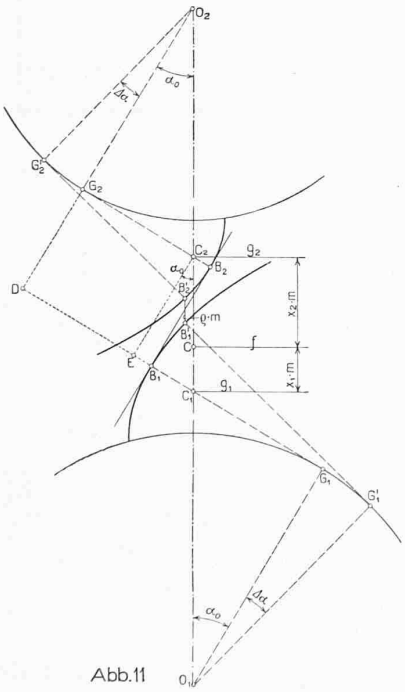

Abb. 11

$$G_1'\, B_1' + B_2'\, G_2' = (O_1\, O_2 - B_1'\, B_2') \cdot \sin(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) \quad . \quad (7)$$

$$O_1\, G_1' + O_2\, G_2' = (O_1\, O_2 - B_1'\, B_2') \cdot \cos(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) \quad . \quad (8)$$

$$G_1'\, B_1' + B_2'\, G_2' = G_1\, B_1 + B_2\, G_2 + \widehat{G_1\, G_1'} + \widehat{G_2\, G_2'} \quad . \quad (9)$$

$$G_1\, B_1 + B_2\, G_2 = G_1\, D = G_1\, C_1 + C_1\, E + E\, D = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) \sin \alpha_0 + (x_1 + x_2)\, m \sin \alpha_0 \quad . \quad (10)$$

$$\widehat{G_1\, G_1'} + \widehat{G_2\, G_2'} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) \cos \alpha_0\, \Delta\, \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Die Gleichungen (10) und (11) in (9), und Gl. (9) in (7) eingesetzt und durch m gekürzt, ferner für $\frac{z_1 + z_2}{2} = z_m$, $x_1 + x_2 = 2\, x_m$ geschrieben, ergibt:

$$z_m \sin \alpha_0 + 2\, x_m \sin \alpha_0 + z_m \cos \alpha_0\, \Delta\, \alpha = (z_m + 2\, x_m - \varrho) \cdot \sin(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) \quad . \quad . \quad . \quad (7')$$

oder

$$z_m\, [\sin \alpha_0 + \cos \alpha_0\, \Delta\, \alpha - \sin(\alpha_0 + \Delta\, \alpha)] + 2\, x_m\, [\sin \alpha_0 - \sin(\alpha_0 + \Delta\, \alpha)] + \varrho \sin(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) = 0 \quad (7'')$$

$$O_1\, G_1' + O_2\, G_2' = O_1\, G_1 + O_2\, G_2 = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) \cos \alpha_0 \quad (12)$$

Gleichung (12) in (8) eingesetzt, ergibt

$$z_m \cos \alpha_0 = (z_m + 2\, x_m - \varrho) \cos(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) \quad . \quad (8')$$

oder

$$z_m\, [\cos \alpha_0 - \cos(\alpha_0 + \Delta\, \alpha)] - 2\, x_m \cos(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) + \varrho \cos(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8'')$$

ϱ aus (7″) und (8″) ausgerechnet und die Werte einander gleich gesetzt:

$$z_m \left[\frac{\sin \alpha_0 + \cos \alpha_0\, \Delta\, \alpha}{\sin(\alpha_0 + \Delta\, \alpha)} - 1 \right] + 2\, x_m \left[\frac{\sin \alpha_0}{\sin(\alpha_0 + \Delta\, \alpha)} - 1 \right] = z_m \left[\frac{\cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 + \Delta\, \alpha)} - 1 \right] - 2\, x_m$$

oder vereinfacht:

$$z_m\, [\operatorname{cotg} \alpha_0\, \operatorname{tg}(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) - 1 - \operatorname{cotg} \alpha_0\, \Delta\, \alpha] = 2\, x_m$$

Aus Gleichung (8″) folgt

$$\varrho = z_m \left[1 - \frac{\cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 + \Delta\, \alpha)} \right] + 2\, x_m$$

Für $2\, x_m = x_2 + x_1$ und für $(x_1 + x_2) - \varrho = \lambda$ gesetzt, erhält man

$$\frac{x_1 + x_2}{z_m} = \operatorname{cotg} \alpha_0\, [\operatorname{tg}(\alpha_0 + \Delta\, \alpha) - \Delta\, \alpha] - 1 \quad . \quad (13)$$

und

$$\frac{\lambda}{z_m} = \frac{\cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 + \Delta\, \alpha)} - 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Die Gleichungen gelten sowohl für positives als auch negatives $\Delta\, \alpha$. In diesem letzten Fall sind $x_1 + x_2$ und λ ebenfalls negativ, während $\varrho = (x_1 + x_2) - \lambda$ positiv bleibt. Ist also die Summe der Korrekturen $(x_1 + x_2)\, m$ negativ, dann ist wegen des negativen $\lambda\, m$ der abnormale Achsenabstand kleiner als der normale, während wegen des positiven $\varrho\, m$ die Zahnkopf-Aenderung wieder in einer Kürzung besteht. Der abnormale Eingriffswinkel ist wegen des negativen $\Delta\, \alpha$ kleiner als der normale.

Abbildung 8 wurde dadurch bestimmt, dass für ein $\alpha = 15^0$, entsprechend einem 15^0-flankigen Werkzeug, für von Grad zu Grad verschiedene $\Delta\, \alpha$, die Werte $(x_1 + x_2)/z_m$ und λ/z_m nach obigen Gleichungen errechnet wurden.

Um das Auftragen der Werte auch in einem grössern Masstabe als Abbildung 8 zu ermöglichen, sind diese errechneten Werte auf Seite 169 neben der Abbildung wiedergegeben.

Wettbewerb für ein Schulhaus im Gelbhausgarten in Schaffhausen.

Der Bauplatz, auf dem das Schulhaus erstellt werden soll, liegt am Nordende der Stadt, nordöstlich des Schwabentors, zwischen Strassenbahndepot-Areal, Lindenstrasse, Hirschenstrasse und Pestalozzistrasse. Der Bauplatz (vergl. Situationsplan auf Seite 172) war soweit möglich als Schulhof auszunützen, und zwar unter Erhaltung des wertvollern alten Baumbestandes. Für den auf der andern Seite der Pestalozzistrasse gelegenen Abhang sollten Vorschläge für die Ausgestaltung als öffentliche Anlagen und Schulgärten gemacht werden, wobei eine Verlegung der Pestalozzistrasse ausgeschlossen war. Es war aber den Bewerbern überlassen, zu prüfen, ob eine andere Führung der Hirschenstrasse-Bachstrasse, westlich statt östlich der Mädchenschule, zweckmässig sei; dabei war auch der Anschluss an die Vorstadt beim Schwabentor vorzusehen. Für den Bau selbst war neben einer guten architektonischen Lösung und ruhigen Dachausbildung auf Zweckmässigkeit und Wirtschaftlichkeit Wert gelegt; Flachdächer waren nicht erwünscht.