Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 91/92 (1928)
Heft: 5

Artikel: Die Wahl der Gewölbestärke bei Bogenstaumauern
Autor: Maillart, R.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-42546

Band 92. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 5**

Die Wahl der Gewölbestärke bei Bogenstaumauern.

Von Ing. R. MAILLART, Genf.

In meiner Notiz über Gewölbestaumauern mit abgestufter Druckhöhe[1]) habe ich auf die misslichen Umstände hingewiesen, die sich ergeben, wenn man hohem Wasserdruck mit einfachen, dicken Gewölben begegnen will, da bei wachsender Gewölbestärke die Zusatzkraft bald so grosse Werte annimmt, dass die von ihr erzeugten Randspannungen die Ringspannungen überwiegen und sich Gebilde mit schlechter Materialausnützung ergeben.

Die verschiedenen Verfahren zur Berechnung eingespannter Gewölbe gestatten die Ermittlung dieser Spannungen für jeden Fall. Um sich indes zum Voraus ein Bild von den zu erwartenden Verhältnissen machen zu können, seien hier einige einfachere Beziehungen abgeleitet, wobei die Bogenform kreisförmig und die Gewölbestärke auf der ganzen Bogenlänge als konstant vorausgesetzt ist.

Auf einem in der Tiefe p gelegenen Schnitt eines solchen Gewölbes (Abbildung 1) lastet der Wasserdruck p. Auf seine Querschnitte wirkt erstens die gleichmässig verteilte Ringspannung k aus der zentrisch angreifenden Ringkraft. Vernachlässigen wir die Grösse $d/2$ gegenüber r so ist

$$k = \frac{p\,r}{d} \qquad \text{(1)}$$

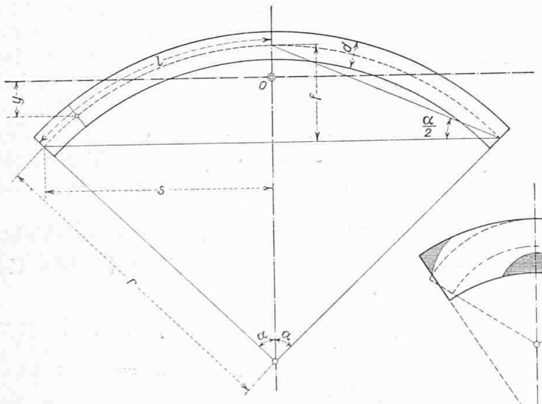

Abb. 1

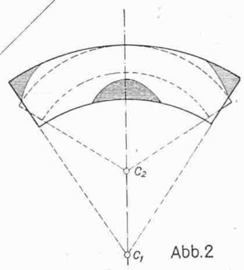

Abb. 2

Zweitens wirkt in den Querschnittsrändern die Zusatzspannung k_y, hervorgerufen durch die infolge Verkürzung des Bogens durch die Ringkraft entstehende Zusatzkraft. Wir berücksichtigen nur die von ihr herrührenden Biegungsmomente. Diese Vernachlässigung der zentrisch wirkenden Zugkraft ist zulässig, weil sie die erwähnte Vernachlässigung von $d/2$ gegenüber r zum Teil ausgleicht und weil Gewölbe, in denen die Zusatzkraft gegenüber der Ringkraft nicht zu vernachlässigende Werte erreicht, nicht gebaut werden sollten, da sie unrationell sind und immer erhebliche Zugspannungen zur Folge haben. Ein solches Gewölbe mit grosser Zusatzkraft und demgemäss grossen Zugspannungen ist ein nutzlos Material verschlingendes, plumpes Gebilde. Seine in Abb. 2 schraffiert angedeuteten Zugzonen kommen für die Tragfähigkeit nicht in Betracht.

Das punktiert eingezeichnete dünnere Gewölbe mit Zentrum C_2 wird oft bei geringerem Ausmasse die selben Dienste leisten können und keine, wenn auch nicht immer schädlichen, so doch stets unnützen Zugzonen enthalten.

Die elastische Verkürzung der halben Bogenlänge l ist

$$\Delta l = \frac{k\,l}{E} = \frac{p\,r\,l}{d\,E} \qquad \text{(2)}$$

Aus der Beziehung

$$l = r\,\alpha = \left(\frac{s^2}{f} + f\right) \text{arc ct} \frac{f}{s} \qquad \text{(3)}$$

ergibt sich die Abhängigkeit zwischen Einsenkung im Gewölbescheitel und Bogenverkürzung

$$\frac{d\,l}{d\,f} = \frac{s}{f} + \left(1 - \left(\frac{s}{f}\right)^2\right) \text{arc tg} \frac{f}{s}$$

$$= \text{cotg} \frac{\alpha}{2} + \left(1 - \text{cotg}^2 \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\alpha}{2} \qquad \text{(4)}$$

Entwickelt man diesen Wert in Reihen, so ergibt sich

$$\frac{d\,l}{d\,f} = \frac{2}{3}\,\alpha - \frac{1}{120}\,\alpha^3 - \ldots,$$

sodass mit guter Annäherung — der Fehler beträgt bei $\alpha = \pi/4$ nur 1 % und bei $\alpha = \pi/2$ 5% — auch gesetzt werden kann:

$$\frac{d\,l}{a\,f} = \frac{2}{3}\,\alpha \qquad \text{(5)}$$

also

$$\Delta l = \frac{2}{3}\,\alpha\,\Delta f \qquad \text{(6)}$$

Sei nun o der Schwerpunkt der Bogenmittellinie, in unserem Falle als Schwerpunkt der elastischen Gewichte, auch der Angriffspunkt der Zusatzkraft, so besteht zwischen der Einsenkung Δf und der Randspannung k_y die Beziehung

$$\Delta f = \frac{l^2}{6\,d\,E}\,\frac{f}{y}\,k_y \qquad \text{(7)}$$

Die Durchbiegungslinie der Gewölbemittellinie kann nämlich angesichts des fast gleichen Momentenverlaufes derjenigen eines gleichmässig belasteten, beidseitig eingespannten Balkens gleichgesetzt werden.

Aus (6), (2) und (7) folgt:

$$\frac{p\,r\,l}{d\,E} = \frac{2}{3}\,\frac{\alpha\,l^2}{6\,d\,E}\,\frac{f}{y}\,k_y$$

$$k_y = \frac{y}{f}\,\frac{9\,p\,r}{\alpha\,l} = \frac{y}{f}\,\frac{9\,p}{\alpha^2} \qquad \text{(8)}$$

Die grösste Randspannung k_k tritt im Kämpfer auf für $y \sim 2/3\,f$:

$$k_k = \frac{6\,p}{\alpha^2} \qquad \text{(9)}$$

Die Zusatzspannung ist also allein abhängig vom Wasserdruck und dem Zentriwinkel, und unabhängig von der Gewölbestärke.

Für die Bedingung, dass nirgends eine als zulässig angesehene Druckspannung σ überschritten werde, ergibt sich aus (1) und (9):

$$k + k_k = \frac{p\,r}{d} + \frac{6\,p}{\alpha\,2} = \sigma \qquad \text{(10)}$$

Betrachten wir das Verhältnis von Bogenstärke zum Radius d/r, das *Stärkenverhältnis,* als eine Variable, und das Verhältnis von Wasserdruck zur zulässigen Betonspannung p/σ, das *Druckverhältnis,* als zweite Variable,

[1]) „Schweiz. Bauzeitung“ vom 14. April 1928 (Bd. 91, S. 183).

so ergibt sich aus (10) die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel:

$$\frac{d}{r}\left(\frac{\sigma}{p} - \frac{6}{\alpha^2}\right) = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

oder auch

$$\left(\frac{d}{r} + \frac{\alpha^2}{6}\right)\left(\frac{p}{\sigma} - \frac{\alpha^2}{6}\right) + \frac{\alpha^4}{36} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

In Abbildung 3 sind die für verschiedene Werte von α sich ergebenden Hyperbeln gezeichnet. Diese Kurven ergeben also die luftseitige Abgrenzung ADC der Abbildung 1 meiner früheren Notiz (vom 14. April d. J.).

Die Tangente im Scheitel ergibt das Stärkenverhältnis bei Ausserachtlassung der Zusatzkraft (vergl. 1):

$$\frac{d}{r} = \frac{p}{\sigma}$$

Man sieht, wie bei gegebenem Zentriwinkel die Höhe der Mauern beschränkt ist, und wie rasch mit wachsender Tiefe die Dicke anwächst, im Gegensatz zur Linie

$$\frac{d}{r} = \frac{p}{\sigma}\,.$$

Aber nicht nur die Innehaltung einer gegebenen grössten Kantenpressung ist von Interesse, sondern auch die Kenntnis der auf den anderen Querschnittsrand wirkenden Minimalspannung. Handelt es sich um armierte Gewölbe, so werden Zugspannungen zulässig sein. Bei nichtarmierten Gewölben wird man meist die Bedingung stellen, dass die Minimalspannung grösser oder gleich Null sein soll, je nachdem man Temperaturspannungen in Betracht ziehen will oder nicht.

Sei also ausser der grössten Kantenpressung σ auch die geringste als zulässig angenommene Randspannung σ_{min} gegeben, so ist die Spannung in Querschnittsmitte

$$k = \frac{\sigma + \sigma_{min}}{2} \text{ also } \sigma_{min} = 2k - \sigma \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

oder mit Rücksicht auf (1)

$$\frac{d}{r} = \frac{p}{k} = \frac{2p}{\sigma + \sigma_{min}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Für jede beliebige Annahme von $\sigma_{min} : \sigma$ ergibt dies in Abb. 3 eine durch den Nullpunkt gehende Gerade. Alle Punkte links derselben erfüllen die gestellte Bedingung. Die Schnittpunkte dieser Geraden mit den Hyperbeln ergeben die Stärken- und Druckverhältnisse, bei denen sowohl σ als σ_{min} genau erreicht sind.

Wir haben uns damit begnügt, drei dieser Geraden einzuzeichnen, nämlich für

$$\sigma_{min} = \frac{1}{3}\sigma \qquad \sigma_{min} = 0 \qquad \sigma_{min} = -\frac{1}{3}\sigma$$

also

$$\frac{d}{r} = \frac{3}{2}\frac{p}{\sigma} \qquad \frac{d}{r} = 2\frac{p}{\sigma} \qquad \frac{d}{r} = 3\frac{p}{\sigma}$$

(Der dritte dieser charakteristischen Fälle ergibt die Minimalspannung 0 im Scheitel.)

Abb. 3 gibt also ohne weiteres Aufschluss über die möglichen Gewölbestärken, wenn zulässige Randspannungen, Radius, Zentriwinkel und Wassertiefe gegeben sind.

Es handle sich beispielsweise um eine Mauer von 54 m Höhe. Ein Radius von 20 m ergebe für die vorliegenden Verhältnisse eine Bogenlänge von 26 m, also

$$\alpha = \frac{26}{2 \cdot 20} = 0{,}7\,.$$

Stellen wir zunächst die Bedingung $\sigma_{min} = 0$. Der Schnittpunkt der Hyperbel $\alpha = 0{,}7$ mit der Geraden $d/r = 2 \cdot p/\sigma$ ergibt $d/r = 0{,}08$ und $p/\sigma = 0{,}04$. Das Gewölbe darf also, um Zugspannungen auszuschliessen, nicht dicker werden als $0{,}08 \cdot 20 = 1{,}60$ m und die grösste damit zulässige Wassertiefe ist $p = 0{,}04\,\sigma$, also gleich 20 m für beispielsweise $\sigma = 500$ t/m².

Will man an keiner Stelle unter die Spannung $1/3\,\sigma$ gehen, so ergibt sich $d/r = 0{,}04$ und $p/\sigma = 0{,}027$, somit bei einer Gewölbestärke $d = 0{,}04 \cdot 20 = 0{,}8$ m eine grösste Wassertiefe $p = 0{,}027 \cdot 500 = 13{,}5$ m.

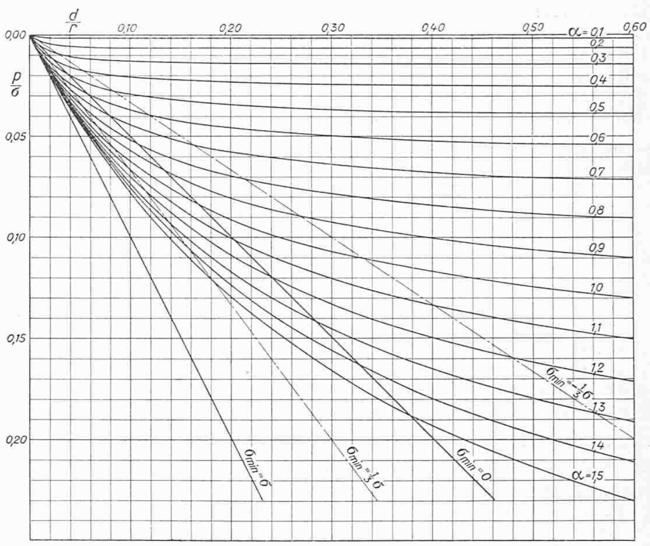

Abbildung 3.

Lässt man dagegen Zugspannungen von $1/3\,\sigma$ zu, so ergibt sich $d/r = 0{,}165$ und $p/\sigma = 0{,}055$, somit $d = 0{,}165 \cdot 20 = 3{,}30$ m und $p = 0{,}055 \cdot 500 = 27{,}5$ m. Unter den gegebenen Verhältnissen und Annahmen kann also die Wassertiefe von 54 m nicht erreicht werden. Oft gibt die Verengung einer Schlucht nach unten die Möglichkeit, für die grösseren Wassertiefen einen kleineren Radius und grösseren Zentriwinkel anzunehmen, aber nicht immer, und dann wird man mit Vorteil die Stauhöhe abstufen.

Nach Vorstehendem ergeben sich für unser Beispiel folgende Möglichkeiten:

$\sigma_{min} =$	$1/3\,\sigma$	0	$-1/3\,\sigma$
Anzahl Stufen:	4	3	2
Stufenhöhe:	13,5 m	18 m	27 m
Gewölbestärke:	0,8 m	1,35 m	3,10 m

Daraus erhellt, dass mit einer stärkeren Abstufung Zugspannungen ausgeschlossen werden können und eine wesentliche Materialersparnis entsteht. Bei vier Stufen ist nämlich die grösste Gewölbestärke nur ein Viertel der bei zwei Stufen nötigen, wogegen im ersten Falle die Summe der Mauerhöhen mit $(1 + {}^3/_4 + {}^1/_2 + {}^1/_4) \cdot 54$ jene des zweistufigen Systems mit $(1 + {}^1/_2) \cdot 54$ nur im Verhältnis von 5 : 3 übersteigt. Die Materialersparnis wird also leicht 50 % betragen können.

Die Beurteilung der Temperaturspannungen geschieht, indem man $\Delta l = a t l$ setzt, woraus sich aus (6) und (7) die Spannung im Kämpfer ergibt zu

$$k_t = \frac{6}{\alpha^2}\, a\, t\, E\, \frac{d}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Für unser Beispiel ergibt sich bei $a = 0{,}000012$, $t = 20°$, $E = 2\,000\,000$ t/m² und

$d =$	0,8 m	1,35 m	3,10 m
$k_t =$	$\pm$ 235 t/m²	$\pm$ 386 t/m²	$\pm$ 910 t/m²
$k_{k+t} =$	+ 735 t/m²	+ 896 t/m²	+ 1410 t/m²
	— 68 t/m²	— 336 t/m²	— 1060 t/m²

Daraus ist ersichtlich, dass nur das schlankeste der drei Gewölbe noch annehmbare Verhältnisse ergibt. Allgemein muss angestrebt werden, bei geringer Gewölbestärke den Zentriwinkel so gross als möglich zu erhalten, da die Zusatz- und Temperaturspannungen proportional zu seinem Quadrat abnehmen.

Man soll sich nicht scheuen, recht schlanke Gewölbe zu bauen, denn die Erfahrung lehrt, dass auch dünne Gewölbe sozusagen unverwüstlich sind, wenn sie gemäss der Drucklinie verlaufen und die feste Auflagerung gesichert ist. Wie bei den Gewichtstaumauern ist auch bei den Gewölbestaumauern die richtige Fundamentierung unerlässliche Grundbedingung.