INHALT: Die graphische Berechnung der kontinuierlichen Träger mit frei und elastisch drehbarer Stützung nach dem ebenen Masssenschwerpunkt und Seilpolygon-Verfahren. — Zum Bruch der St. Francis-Staumauer in Kalifornien. — Wettbewerb für eine Strassenunterführung in Küsnacht-Zürich. — Ausstellung „Das neue Heim" im Kunstgewerbemuseum Zürich. — Mitteilungen: Versuchsvorortzüge der Schweizerischen Bundesbahnen. Musterwohnungen der Ausstellung „Heim und Technik" München 1928. Die neuen Giessereien der Citroën-Werke. Technik und Seele. Schweizernummer des „Baumeister". Eidgen. Technische Hochschule. Internationaler Torf-Kongress 1928. Die Studiengesellschaft für Automobilbau. Stahlskelettbau. — Nekrologe: Henri Verrey. Nicolaus Cagianut. — Wettbewerbe: Städtisches Altersheim in Zürich. — Literatur. S. T. S.

Band 91. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 24

Die graphische Berechnung der kontinuierlichen Träger mit frei und elastisch drehbarer Stützung nach dem ebenen Massenschwerpunkt- und Seilpolygon-Verfahren.

Von Dr. Ing. PETER PASTERNAK, Zürich, Privatdozent an der Eidgen. Techn. Hochschule.

Die von *O. Mohr, W. Ritter* u. a. entwickelten graphostatischen Verfahren zur Berechnung durchlaufender Tragwerke haben in der Ingenieurpraxis eine viel weitere Verbreitung gefunden, als die gedanklich und in der Auswertung meistens viel einfachern massengeometrischen Methoden, die von *Claxton Fidler* angebahnt und von *Müller Breslau,* namentlich aber *A. Ostenfeld* fortgesetzt wurden. Dies liegt wohl daran, dass O. Mohr dem Seilpolygonverfahren im eleganten Analogiesatz über die elastische Linie eine allgemeine, einheitliche und auch anschauliche, an die beliebten graphostatischen Methoden *Culmanns* sich anlehnende Grundlage gegeben hat, während die genannten massengeometrischen Verfahren, die als solche nicht erkannt wurden, sich auf kein einheitliches graphisches Uebertragungsprinzip stützten und deswegen wohl auch weniger beachtet geblieben sind.

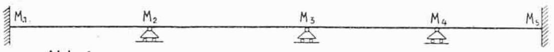

Abb. 1

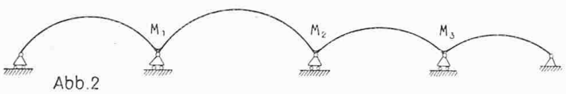

Abb. 2

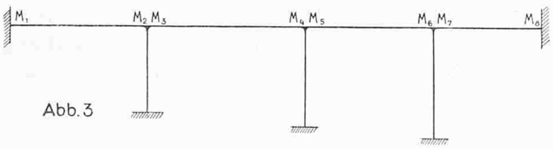

Abb. 3

Abb. 4

Abb. 5

Im folgenden wird gezeigt, dass die einfachen und allgemeinen Grundlagen, auf die sich das *räumliche Massenschwerpunktverfahren* [1]) aufbaut, d. h. der Satz über die Möglichkeit der Reduktion *dreigliedriger* Gleichungen auf *zweigliedrige* Rekursionsgleichungen und seine massengeometrische Deutung, auch den natürlichen und gemeinsamen Ausgangspunkt für *beide* erwähnten ebenen Methoden bilden. Auf dieser neuen und elementaren Grundlage, die den Vorteil hat, die einfachsten analytischen und graphischen Verfahren zu vereinigen, wird die nahe Verwandtschaft beider bisher sonst auf grundverschiedenen Wegen abgeleiteten graphischen Verfahren ersichtlich, das oft behandelte Gebiet zusammengefasst, kritisch beleuchtet und zum Abschluss gebracht. Dies ist der Grund, weswegen wir nochmals auf die ebenen Methoden zur graphischen Berechnung kontinuierlicher Tragwerke zurückkommen, obschon sie durch das einheitlichere und deswegen auch einfachere *räumliche* Verfahren als überholt erscheinen.

I. DIE REDUKTION DER DREIGLIEDRIGEN MOMENTENGLEICHUNGEN DER KONTINUIERLICHEN TRÄGER MIT FREI UND ELASTISCH DREHBARER LAGERUNG AUF ZWEIGLIEDRIGE REKURSIONSGLEICHUNGEN.

Geht man vom Grundsystem der einfachen Balken bezw. Zweigelenkbogen aus, so erhält man in allen durch die Abbildungen 1 bis 5 dargestellten Fällen durchlaufender Träger Dreimomentengleichungen, die sich in charakteristischer Weise durch die Vorzeichenfolgen in ihren symmetrischen Matrizen unterscheiden:

Bei frei drehbarer und horizontal verschieblicher Stützung sind alle Matrixvorzahlen positiv (Abbildungen 1 und 2) und bei elastisch drehbarer Lagerung wechseln die ausserhalb der rechtsfallenden Diagonale aufeinanderfolgenden Vorzahlen ihre Vorzeichen (Abb. 3).

Beim kontinuierlichen Bogen mit unverschieblicher, aber frei oder elastisch drehbarer Lagerung (Abbildungen 4 und 5) haben die Vorzahlen ausserhalb der Matrix-Hauptdiagonale immer das negative Vorzeichen.[2])

Wird die Berechnung rein analytisch durchgeführt, so bleibt sie durch die genannten Vorzeichenfolgen unberührt: In allen drei genannten Fällen reduziert man die sich ergebenden dreigliedrigen Momentengleichungen mit dem Matrixschema (2,3, 3,3 ... 2) auf zweigliedrige Rekursionsgleichungen mit dem Vorzahlenschema (2,2,2 ... 2,1).

Bezeichnet man in abgekürzter symbolischer Schreibweise die k-te dreigliedrige Grundgleichung mit

$$G_k = a_{(k-1)k}\, M_{(k-1)} + a_{kk}\, M_k + a_{k(k+1)}\, M_{(k+1)} + a_{k_0} = 0$$

die unmittelbar vorangehende zweigliedrige Gleichung mit

$$L_{(k-1)} = a'_{(k-1)(k-1)}\, M_{(k-1)} + a_{(k-1)k}\, M_k + a'_{(k-1)_0} = 0$$

und die $G_k = 0$ nächst nachfolgende mit

$$L_k = a'_{kk}\, M_k + a_{k(k+1)}\, M_{k+1} + a'_{k_0} = 0$$

so ist die Reduktionsregel zur Ueberführung des dreigliedrigen Systems in das zweigliedrige durch folgende einfache Rekursionsgleichung klargelegt

$$L_k = G_k + \mu_{(k-1)}\, L_{(k-1)} = 0,$$

$$\text{wo } \mu_{k-1} = -\frac{a_{(k-1)k}}{a'_{(k-1)(k-1)}} \quad \text{und} \quad L_1 \equiv G_1 = 0$$

Die Zurückführung auf ein zweigliedriges Gleichungsystem kann natürlich auch in umgekehrter Reihenfolge, d. h. ausgehend von der letzten Gleichung, erfolgen. Werden die durch Rückwärtsreduktion sich ergebenden zweigliedrigen Gleichungen mit R und wieder mit den selben Indices wie die Grundgleichungen bezeichnet, aus denen sie hervorgehen, so gilt die entsprechende Reduktionsregel

$$R_k = G_k + \nu_{(k+1)}\, R_{(k+1)} = 0$$

$$\text{wo} \quad \nu_{(k+1)} = -\frac{a_{k(k+1)}}{a''_{(k+1)(k+1)}} \quad \text{und} \quad R_n \equiv G_{n+1} = 0$$

und der Doppelindex im Nenner andeutet, dass die Reduktion von unten nach oben geschieht. — Man erkennt leicht, dass ausser den Belastungsgliedern nur die Hauptvorzahlen a_{kk} in der Matrix eine Reduktion erleiden, während die $a_{k(k+1)}$ ungeändert in die zweigliedrigen

[1]) Vergleiche das Buch des Verfassers: Berechnung vielfach statisch unbestimmter biegefester Stab- und Flächentragwerke, S. 59, Verlag A.-G. Gebrüder Leemann & Cie., Zürich und Leipzig [Besprochen auf S. 66 laufenden Bandes, 4. Februar 1928. Red.]; ferner den Aufsatz: Die graphische Berechnung des kontinuierlichen Trägers auf elastisch drehbaren Stützen nach dem räumlichen Massenschwerpunktverfahren, im „Bauingenieur" 1927 Nr. 47, S. 869.

[2]) Z. B. findet man beim Zweigelenkbogen mit parabolischer Axe und $J \cos\varphi = J_0$ = konstant für die 24 $J_0\, E$-fachen Auflagerdrehwinkel infolge des Auflagermomentes $M_1 = 1$ oder $M_2 = 1$:
$a_{11} = a_{22} = 3\,l$, $a_{12} = a_{21} = -\,l$, wo l = Stützweite.