

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 91/92 (1928)
Heft: 17

Artikel: Ueber die günstigste Gestalt des vollen, gewölbten Bodens
zylindrischer Kesseltrommeln gleicher Dicke und ihre
Festigkeitsberechnung
Autor: Huggenberger, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-42490>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber die günstigste Gestalt des vollen, gewölbten Bodens zylindrischer Kesseltrommeln gleicher Dicke und ihre Festigkeitsberechnung. — Das Bürgerhaus in der Schweiz; Band XIX, Kanton Thurgau (mit Tafeln 25 bis 28). — Schnellschuss-Keilbremsen von Seilbahnwagen. — Mitteilungen: Einsturz der „Tour Charlemagne“ zu Tours. Ein neuer, schnellaufender Saurer-Omnibus. Eidgenössische

Technische Hochschule. Verwendung von Kältemaschinen in Rohrpostanlagen. Verein deutscher Ingenieure. Eidgenössische Kommission für Mass und Gewicht. — Nekrologie: Max Trzinski. Prof. Dr. A. Fliegner. — Wettbewerbe: Altersasyl der Stadt Luzern. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. S. T. S.

Ueber die günstigste Gestalt des vollen, gewölbten Bodens zylindrischer Kesseltrommeln gleicher Dicke und ihre Festigkeitsberechnung.

Von Dr. sc. techn. A. HUGGENBERGER, Ingenieur, Zürich,
Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Schweizerischen Vereins von Dampfkessel-Besitzern.

Die neuzeitlichen Bestrebungen, den Betriebsdruck der Dampfkraftanlagen zu erhöhen, hat zur Folge, dass u. a. der Konstruktion der Dampfkessel und Behälter, sowie der übrigen Kesselbauelemente vermehrte Aufmerksamkeit zugewendet werden muss. Noch bis vor kurzer Zeit bestand die Berechnungsweise des Kesselkonstrukteurs ausschliesslich in der Anwendung sog. Faustformeln, die sich auf empirische Grundlagen stützten. Die Unsicherheit, die der empirischen Berechnungsweise naturgemäss innewohnt, versuchte man in der Weise zu überbrücken, dass die Bauteile gefühlsmässig stark genug bemessen wurden, um nach menschlichem Dafürhalten den geforderten Sicherheiten zu genügen. Hand in Hand mit der Erhöhung des Dampfdruckes ist auf dem Gebiete des Kesselbaues eine Verfeinerung der Rechnungs- und Konstruktionsweise, wie auch der Werkstatt-Technik deutlich erkennbar.

Besonders hohe Anforderungen werden heute u. a. an die Kesseltrommeln und ihre Elemente gestellt. In neuester Zeit wird der zweckmässigen Formgebung der gewölbten Böden mit Rücksicht auf eine möglichst wirtschaftliche Ausnutzung der Festigkeit des Baustoffes erhöhte Aufmerksamkeit zugewendet.

Unter der Voraussetzung, dass es sich um gepresste, d. h. um Bodenschalen von gleicher Blechdicke handelt, sind bei ihrer Formgebung folgende Gesichtspunkte zu berücksichtigen, wobei unsere Betrachtungen stets auf den mit der Zylinderschale verbundenen Boden Bezug haben.

1. Die Gestalt der Meridiankurve der Bodenschale ist derart festzulegen, dass die grössten Beanspruchungen an der Boden- und an der Zylinderschale gleich gross und möglichst klein ausfallen.

2. Vom Standpunkt der Werkstatt-Technik ist es wünschenswert, wenn Boden- und Zylinderschale gleiche Dicke aufweisen. Diese Forderung ist besonders dann angebracht, wenn Boden- und Zylinderschale mittels autogener Schweißung oder elektrischer Lichtbogenschweißung stumpf miteinander zu einem Behälter oder Kessel verbunden werden. Den nachfolgenden Betrachtungen ist die Bedingung gleicher Blechdicke von Boden- und Zylinderschale zu Grunde gelegt.

3. Die Tiefe des Bodens darf mit Rücksicht auf die Herstellung und den Einbau des Kessels oder Behälters nicht zu gross ausfallen.

4. Die Konstruktion der Meridiankurve des Bodens soll für den Konstruktionstisch einfach und mit Zirkel und Lineal durchführbar sein.

5. Der Meridian des Bodens soll so gestaltet sein, dass er eine einfache und zutreffende Berechnung des Spannungsverlaufes sowie die Ermittlung einer handlichen Formel zur Berechnung der grössten Beanspruchungen des Behälters bzw. Kessels ermöglicht.

Wir wollen vorerst das Näherungsverfahren zur Berechnung der Spannungen eines zylindrischen mit stetig gewölbter Bodenschale versehenen Behälters gleicher Dicke kurz erörtern¹⁾, das für die nachfolgenden Betrachtungen über die günstigste Bodenform die Grundlage bildet.

¹⁾ Siehe: Ueber die Festigkeit der gewölbten Böden und der Zylinderschale. Im Auftrag des Schweiz. Vereins von Dampfkessel-Besitzern herausgegeben von E. Höhn. II. Teil von Dr. sc. techn. A. Huggenberger. Verlag Springer, Berlin, 1927, mit ausführlichem Literaturnachweis.

I. NÄHERUNGSWEISE BERECHNUNG DES SPANNUNGSVERLAUFES STETIG GEKRÜMMTER BODENSCHALEN.

Die Ergebnisse der Dehnungsmessungen, die der Schweizerische Verein von Dampfkessel-Besitzern im Jahre 1923¹⁾ erstmals durchführte, boten durch den wellenförmigen Verlauf der Dehnungen ein neuartiges und ungewohntes Bild und veranlassten mich, an Hand der Versuchsergebnisse, die wir an einem Behälter mit elliptischen Böden gewonnen hatten, der rechnerischen Untersuchung dieser Festigkeitsaufgabe näher zu treten. Die für die Schalentheorie klassische Arbeit von *Meissner*²⁾ und die daran anschliessenden Arbeiten von *Bolle*³⁾ und *Wissler*⁴⁾ enthalten die strengen Lösungen für die Festigkeitsberechnung gewölbter korbbogenförmiger Böden. Diese Lösungen führen jedoch zu verwickelten und zeitraubenden Rechnungen und sind für den Gebrauch am Konstruktionstisch nicht geeignet. Es musste deshalb nach einer möglichst einfachen Näherungslösung gesucht werden, wobei die erwähnten Versuchsergebnisse wertvolle Anhaltspunkte boten.

Die inhomogene Differentialgleichung vierter Ordnung des Schalenproblems setzt sich zusammen aus einer Partikularlösung des inhomogenen Gleichungssystems und der allgemeinen Lösung des homogenen Gleichungssystems. Der Verzerrungs- und Spannungszustand in einer dünnwandigen Schale (Haut), der durch den Flüssigkeitsdruck p allein erzeugt wird, ist annähernd gleichbedeutend mit dem Verzerrungs- und Spannungszustand, der einer Partikularlösung entspricht. Die Grössen, die dieser Lösung zukommen, sind nachfolgend durch einen hochstehenden Querstrich gekennzeichnet. Ist die Schale nur an ihrem Rand durch Kräfte und Momente belastet und ist der Flüssigkeitsdruck $p=0$, so entspricht dieser Verzerrungs- und Spannungszustand der Lösung des homogenen Gleichungssystems. Für die Schale als Haut betrachtet, sind die Gleichungen zur Berechnung der Hautspannungen bekannt. Es ist

$$\bar{\sigma}_{01} = \frac{p}{4h} R_2; \quad \dots \quad (1)$$

$$\bar{\sigma}_{02} = \frac{p}{2h} R_2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1} \right) \quad \dots \quad (2)$$

wo p der Flüssigkeitsdruck in kg/cm^2 ,

$2h$ die Blechdicke in cm ,

R_1 der Krümmungshalbmesser der Meridiankurve in cm ,

R_2 der Krümmungshalbmesser der Schalenmittelfläche im Schnitt senkrecht zur Meridiankurve in cm ,

$\bar{\sigma}_{01}$ die Längungsspannung in Richtung des Meridians = Meridianlängungsspannung in kg/cm^2 ,

$\bar{\sigma}_{02}$ die Längungsspannung senkrecht zum Meridian = Ringlängungsspannung in kg/cm^2 .

In enger Anlehnung an das homogene Differentialgleichungssystem der randeingespannten Zylinderschale vereinfachen wir das für die rotationsymmetrische Schale geltende allgemeine Differentialgleichungssystem, wobei uns der Umstand zu statthen kommt, dass die Lösung durch Funktionen von der Form $e^{-kx} \sin kx$ usw. gekennzeichnet

¹⁾ Anhang zum 55. Jahresbericht 1923, Seite 81 u. f.

²⁾ Meissner, E., Phys. Zeitschrift 1913, S. 343 u. f.

³⁾ Bolle, E., Festigkeitsberechnung von Kugelschalen. Diss. Orell-Füssli, Zürich 1916. Siehe auch „S. B. Z.“ Bd. 66, S. 105 und 111.

⁴⁾ Wissler, H., Festigkeitsberechnung von Ringflächenschalen. Diss. Orell-Füssli, Zürich 1916

ist. Die genannten Funktionen besitzen die Eigenschaft, dass der Wert der Ableitung tieferen Grades im Vergleich zu dem Wert der nachfolgenden höheren Ableitung so klein ausfällt, dass dieser für praktische Berechnungen vernachlässigt werden darf. Dies trifft auch dann noch zu, wenn die erwähnten Funktionen bzw. ihre Ableitungen mit einem Koeffizienten behaftet sind. Diese Voraussetzung wird umso schlechter erfüllt, je kleiner der Krümmungshalbmesser R_1 der Meridiankurve gegenüber dem zweiten Krümmungshalbmesser R_2 der Schale ist. Bei verhältnismässig kleinem Krempenhalbmesser wird die Näherungslösung keine zuverlässigen Werte mehr ergeben. Die homogene Differentialgleichung vereinfacht sich zu

$$\frac{d^4 V_a}{d\alpha^4} + 4 k^4 V_a = 0 \quad \dots \quad (3)$$

wo $V_a = N R_2$ und N die lotrecht zur Schalenmittelfläche wirkende Schubkraft bedeutet, während

$$k_b = R_1 \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{(2h)^2 R_2^2}} \quad \dots \quad (4)$$

ist. Da für die vorliegende Aufgabe die Grenzbedingungen nur für die Randlinie $\alpha = \alpha_0$ (Abb. 1) zu erfüllen sind und zudem die Spannungen, die durch diese

Lösung bedingt sind, rasch mit zunehmenden Abständen vom Schalenrand auf Null ausklingen, erhält man für die Näherungslösung die Gleichung

$$V_\beta = e^{-kb\beta} (c_{1b} \cos kb\beta - c_{2b} \sin kb\beta) \quad \dots \quad (5)$$

wo $\beta = (\alpha_0 - \alpha)$ ist. Die beiden Konstanten c_{1b} und c_{2b} sind an Hand der Randwerte zu ermitteln. Aus dieser Lösung und den bekannten Grundgleichungen der Schalentheorie erhalten wir für die Unstetigkeitsspannungen

$$\tau^0 = \frac{1}{2h} \frac{1}{R_2} e^{-kb\beta} (c_{1b} \cos kb\beta - c_{2b} \sin kb\beta) \quad \dots \quad (6)$$

$$\sigma_{01}^0 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{2h} \frac{1}{R_2} e^{-kb\beta} (c_{1b} \cos kb\beta - c_{2b} \sin kb\beta) \quad \dots \quad (7)$$

$$\sigma_{02}^0 = \frac{\sqrt{2}}{2h} \frac{kb}{R_1} e^{-kb\beta} \left[c_{1b} \sin \left(kb\beta + \frac{\pi}{4} \right) + c_{2b} \cos \left(kb\beta + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad \dots \quad (8)$$

$$\sigma_{h1c}^0 = \frac{\sqrt{2}}{2h} \frac{kb}{R_1} \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} e^{-kb\beta} \left[c_{1b} \cos \left(kb\beta + \frac{\pi}{4} \right) - c_{2b} \sin \left(kb\beta + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad \dots \quad (9)$$

$$\sigma_{h2c}^0 = -\frac{\operatorname{tg} \beta}{2h} \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} e^{-kb\beta} (c_{1b} \sin kb\beta + c_{2b} \cos kb\beta) + \nu \sigma_{h1c}^0 \quad \dots \quad (10)$$

Dabei ist

τ^0 die Schubspannung, die senkrecht zur Schalenmittelfläche wirkt,

$\sigma_{01}^0, \sigma_{02}^0$ die gleichmässig über die Blechdicke verteilte, in Richtung des Meridians bzw. senkrecht zur Meridianlinie wirkende Längungsspannung (Index 0),

$\sigma_{h1c}^0, \sigma_{h2c}^0$ die linear über die Blechdicke verteilte, an der Schalenaussenseite e in Richtung des Meridians bzw. senkrecht zur Meridianlinie wirkende Biegungsspannung (Index h).

Da kb mit β veränderlich ist, führen wir die Berechnung des Spannungsverlaufes elementweise durch. Wir unterteilen die Meridiankurve vom Schalenrand $\beta = 0$ ausgehend in Linienelemente von solcher Länge, dass wir kb praktisch als konstant ansehen dürfen. Dem üblichen Charakter der Meridiankurve entsprechend wird sich in der sogen. Bodenkrempe eine gedrängte Unterteilung ergeben, während in der mittlern Bodenwölbung gegen den Scheitel zu die Länge der Linienelemente erheblich grösser gewählt werden kann. Aus den am Rand $\beta = 0$ wirkenden Randspannungen $\sigma_{01}^0, \sigma_{02}^0$ berechnet man nach den Gl. (8) und (9) die Werte der Konstanten c_{1b} und c_{2b} für das erste Element, indem man für R_1, R_2 und kb die Mittelwerte für das Element einsetzt. Mit den so erhaltenen Koeffizienten c_{1b} und c_{2b} ermittelt man für das

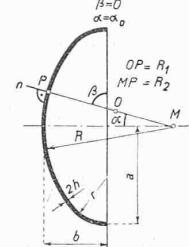


Abb. 1.

Ende des Elementes mit dem Flächennormalenwinkel β die Spannungen $\sigma_{01}^0, \sigma_{02}^0$, die zugleich die Spannungen zu Beginn des nachfolgenden Elementes sind. Durch fortgesetztes Wiederholen dieses Rechnungsschemas erhält man den Verlauf der Unstetigkeitsspannungen (in der Bezeichnungsweise gekennzeichnet durch die höchsthedende Null, entsprechend $\rho = 0$) vom Rand bis zum Scheitel.

Für die randeingespannte Zylinderschale (Abb. 2) weisen die Gleichungen zur Berechnung der Unstetigkeitsspannungen ($\rho = 0$) den nämlichen Charakter auf wie die Gl. (6) bis (10). Sie lauten:

$$\tau^0 = \frac{1}{2h} \frac{1}{a} e^{-kz} (c_{1z} \cos kz - c_{2z} \sin kz) \quad (11)$$

$$\sigma_{01}^0 = 0 \quad \dots \quad (12)$$

$$\sigma_{02}^0 = +\frac{\sqrt{2}k}{2h} e^{-kz} \left[c_{1z} \sin \left(kz x + \frac{\pi}{4} \right) + c_{2z} \cos \left(kz x + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad \dots \quad (13)$$

$$\sigma_{h1c}^0 = \frac{\sqrt{2}k}{2h} \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} e^{-kz} \left[c_{1z} \cos \left(kz x + \frac{\pi}{4} \right) - c_{2z} \sin \left(kz x + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad \dots \quad (14)$$

$$\sigma_{h2c}^0 = \nu \sigma_{h1c}^0 \quad \dots \quad (15)$$

wo c_{1z} und c_{2z} die beiden willkürlichen Integrationskonstanten sind und

$$k_z = \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{(2h)^2 a^2}} \quad \dots \quad (16)$$

eine Konstante ist. Die Normalspannungen, die dem inhomogenen Differentialgleichungssystem angehören, sind nach den sogen. Kesselformeln zu berechnen, die einen Spezialfall der Gl. (1) und (2) darstellen

$$\bar{\sigma}_{01} = \frac{\rho a}{4h} ; \quad \bar{\sigma}_{02} = \frac{\rho a}{2h} \quad (17)$$

wo a der Halbmesser der Zylinderschale, bzw. der Halbmesser des Randkreises der Bodenschale ist. Setzen wir die Bodenschale und die Zylinderschale zu einem Gefäß zusammen, so ergeben die Randbedingungen am gemeinsamen Schalenrand die Beziehungen

$$\sigma_{02z}^0 = -\sigma_{02b}^0 = -\frac{\rho a^2}{8hr} \quad \dots \quad (19)$$

$$\sigma_{h1cz}^0 = \sigma_{h1cb}^0 = 0 \quad \dots \quad (20)$$

woraus das bemerkenswerte Ergebnis hervorgeht, dass der Schalenrand frei von Biegungsspannungen ist. Die Versuchsergebnisse lehren, dass diese Randbedingung tatsächlich nicht genau zutrifft. Für Behälter, deren Böden einen verhältnismässig grossen Krempenhalbmesser, z. B. $r = 0,25a$ aufweisen, ist das Randbiegungsmoment jedoch so klein, dass es praktisch vernachlässigt werden kann. Durch Ueberlagerung der nach den Gl. (6) bis (15) in der angezeigten Weise berechneten Unstetigkeitsspannungen $\sigma_{01}^0, \sigma_{02}^0, \sigma_{h1c}^0, \sigma_{h2c}^0$ und der Hautspannungen $\bar{\sigma}_{01}, \bar{\sigma}_{02}$ nach den Gl. (1), (2) (17) und (18) erhält man die resultierenden Spannungen an der Aussenseite e und an der Innenseite i des Behälters gemäss den Beziehungen

$$\sigma_{e1} = \bar{\sigma}_{01} + (\sigma_{01}^0 + \sigma_{h1c}^0) ; \quad \sigma_{i1} = \bar{\sigma}_{01} + (\sigma_{01}^0 - \sigma_{h1c}^0) \quad \dots \quad (21)$$

$$\sigma_{e2} = \bar{\sigma}_{02} + (\sigma_{02}^0 + \sigma_{h2c}^0) ; \quad \sigma_{i2} = \bar{\sigma}_{02} + (\sigma_{02}^0 - \sigma_{h2c}^0) \quad \dots \quad (22)$$

Sind die resultierenden Spannungen bekannt, so können die resultierenden Dehnungen ermittelt werden, die insbesondere für die Schalenaussenseite im Hinblick auf die dort gemessenen Werte von Interesse sind. Wir erhalten für

$$\epsilon_{e1} = \frac{1}{E} (\sigma_{e1} - \nu \sigma_{e2}) ; \quad \epsilon_{e2} = \frac{1}{E} (\sigma_{e2} - \nu \sigma_{e1}) \quad (23)$$

Die unerlässliche Prüfung der Brauchbarkeit dieser näherungsweisen Berechnung der Spannungen wurde an Hand sorgfältiger Messungen an einem Behälter vom Halbmesser $a = 39,4$ cm von gleicher Blechdicke $2h = 12$ mm und gepressten, elliptischen Böden mit dem Halbaxenverhältnis $a:b = 2,031$ durchgeführt. In Abbildung 3 sind über der abgewickelten äusseren Meridiankurve m_e als Abszissenaxe die Krümmungshalbmesser R_1, R_2 der Win-

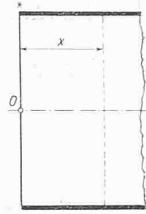


Abb. 2.

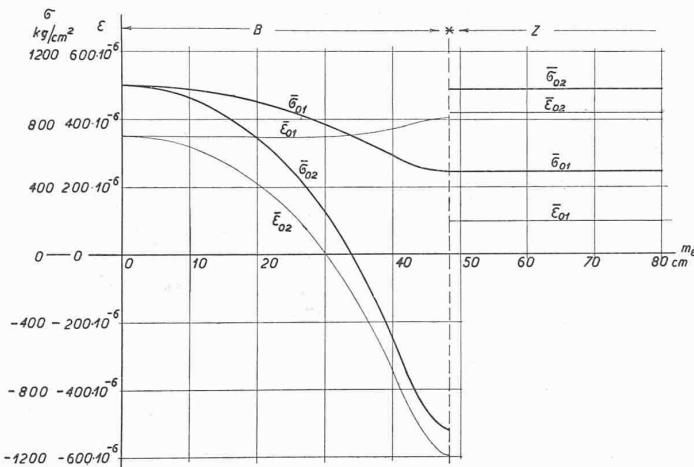


Abb. 4. Nach Gl. (1) und (2) berechnete Hautspannungen sowie Hautdehnungen des Behälters P gleicher Dicke $2h = 1,2$ cm mit elliptischen Böden $a : b = 2,031$ bei $p = 30$ at.

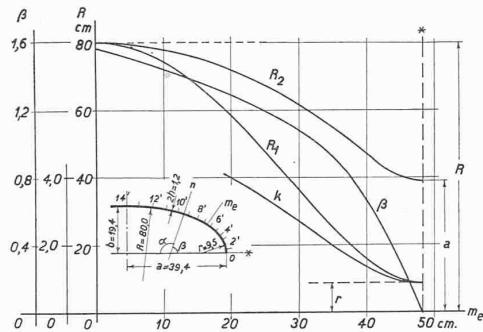


Abb. 3. Krümmungshalbmesser R_1 und R_2 , sowie der Normalenwinkel β und die Grösse k einer elliptischen Bodenschale $a : b = 2,031, 2h = 1,2$ cm, über der abgewickelten äusseren Meridiankurve mc aufgetragen. Die beiden gestrichelten Geraden zeigen den Verlauf der Krümmungshalbmesser des üblichen, aus Kugel- und Ringflächenschale zusammengesetzten korbbogenförmigen Bodens. * = Schalenrand.

kel β , den die Flächennormale mit der Randkreisebene einschliesst, sowie die „Schalenkonstante“ k eingetragen. Die aus den sogen. Hautgleichungen (1), (2) ermittelten Hautspannungen sind aus Abbildung 4 ersichtlich. Betrachten wir die Dehnungswerte an der gemeinsamen Randlinie, so erkennen wir, dass die Haut-Randdehnungen von Boden und Zylinderschale verschieden gross ausfallen. Die Dehnungen an der Zylinderschale sind positiv, während die Dehnung ε_{e2} der Bodenschale negativ ausfällt. Der Rand der Bodenschale ist allgemein bestrebt, sich gegen die Drehaxe hin zu bewegen, während die Zylinderschale sich ausweitet. Es tritt somit eine *gegenläufige*¹⁾ Bewegung der Schalenränder ein. Um das dadurch verursachte „Klaffen“ zu verunmöglichen, müssen an den Rändern zusätzliche Kräfte und Momente wirken, die den stetigen Uebergang erzwingen und die in beiden Schalen das Unstetigkeitsspannungssystem bedingen, das nach den Gl. (6) bis (15) in der erörterten Weise²⁾ zu berechnen ist. Da die Unstetigkeitsspannungen mit wachsendem Abstand vom gemeinsamen Schalenrand rasch gegen Null ausklingen, ist die Berechnung nur für einige wenige Randelemente durchzuführen, insbesondere dann, wenn es sich nur um die Ermittlung der grössten Beanspruchung handelt, die in der Nähe des Schalenrandes auftritt. Aus Abbildung 5 ist ersichtlich, dass mit zunehmendem Abstand die Biegunspannung σ_{11e}^0 auf den Höchstwert anwächst und für beide Schalen praktisch gleich gross ist. Die Biegun-

¹⁾ Siehe Huggenberger 1. c., Seite 109 u. ff.

2^o) Ausführliche Erläuterung der Berechnungsweise siehe Huggenberger, I. c., Seite 152 u. ff. In den Abbildungen 4, 5, 6, 7, 14 usw. ist der Abszissenpunkt „o“ der Scheitel der Bodenschale. Die gemeinsame Randlinie von Zylinderschale „Z“ und Bodenschale „B“ ist durch einen * gekennzeichnet.

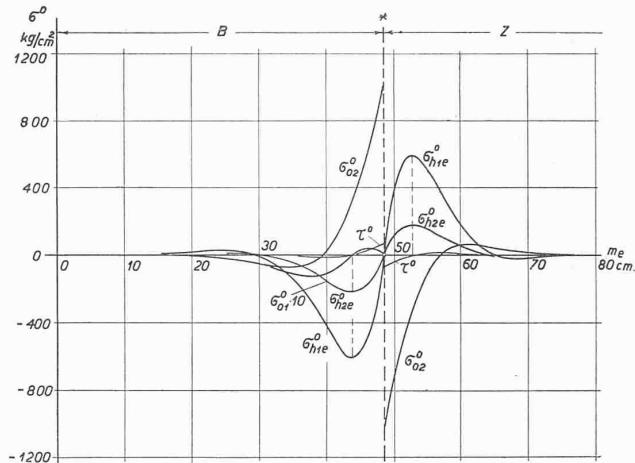


Abb. 5. Nach Gl. (6) bis (10) berechnete Unstetigkeitsspannungen des Behälters P gleicher Dicke $2h = 1,2$ cm und vom Halbmesser $a = 39,4$ cm mit elliptischen Böden $a:b = 2,031$ bei $p = 30$ at.

spannung ist an der Zylinderschalen-Aussenseite positiv und an der Bodenschalen-Aussenseite negativ. Es zeigt sich, dass dieser Höchstwert für die grösste an der Bodenschale auftretende Beanspruchung massgebend ist. Um das Aus-einanderklaffen der Schalenränder zu verunmöglichen, müssen die Schubspannungen τ^{0*} am Rand des Bodens nach aussen wirken, wodurch positive Ringspannungen σ_{02}^0 von beträchtlicher Grösse entstehen. An der Zylinderschale wirken die entsprechenden Schubspannungen im entgegen-gesetzten Sinne, da der Zylinderschalenrand zwangsmässig gegen die Behälteraxe hin bewegt werden muss. Die Unstetigkeitsspannung σ_{01}^0 ist so klein, dass diese praktisch vernachlässigt werden kann. Ausserdem kann in Gl. (10) $\sigma_{02e}^0 = r \sigma_{01e}^0$ gesetzt werden, indem das erste Glied von untergeordneter Bedeutung ist. Diese Vereinfachungen ermöglichen die Aufstellung einer einfachen Gleichung zur Berechnung der grössten Beanspruchung in der Bodenschale, sofern diese eine mehr oder weniger stetig gekrümmte Meridiankurve aufweist. Für $a/r \geq 2,66$ weisen die beiden Normalspannungen an der Stelle der Schale, wo die grösste Beanspruchung auftritt, entgegengesetzte Vor-zeichen auf, sodass für den Fliessbeginn nach Guest-Mohr

$$2 \tau' M \max b = \sigma_{i1} + \sigma_{i2} = -\frac{\rho a}{4h} \left(1 - \frac{a}{r} \right) < \sigma_f \quad . \quad (24)$$

die grösste Schubspannung massgebend ist. Diese Gleichung geht im Spezialfall der elliptischen Schalen mit dem Halbaxenverhältnis $a:b = 2:1$ über in

$$2 \tau' M \max b \cong 3,0 \frac{p}{4} \frac{a}{h} < \sigma_f \quad \dots \quad (25)$$

wo σ_f die Beanspruchung des Materials an der Fliessgrenze beim einaxigen Zugversuch ist (für Flusseisen $\sigma_f \cong 2000 \text{ kg/cm}^2$).

Die Versuchsergebnisse an Behältern mit eingeschweißten und eingenieteten elliptischen Böden bestätigen, dass die Gl. (25) zutreffende Werte ergibt. Ist $1,26 \leq a/r \leq 2,66$, so weisen die Normalspannungen an der Schaleninnenseite gleiche Vorzeichen auf, sodass die grösste Beanspruchung nach Gl. (26)

$$\sigma'_{b\max} = \sigma'_{il} \cong \frac{p}{4} \frac{a}{h} \left(1 + 0,29 \frac{a}{r} \right) < \sigma_f \quad . \quad (26)$$

durch die grösste Normalspannung gegeben ist, die an der Schaleninnenseite auftritt.

Mit $a/r < 1,26$ rückt die grösste Beanspruchung nach dem Schalenrand und ist nach Gl. 27

$$\sigma'_{b\max} = \sigma_{02}^* \cong \frac{\rho a}{2h} \left(I - \frac{1}{4} \frac{a}{r} \right) < \sigma_f \quad . \quad (27)$$

zu berechnen. Von Interesse ist die Normalspannung im Bodenscheitel mit dem Krümmungshalbmesser R

$$\sigma_b' = \frac{pR}{4h} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (28)$$

Für die elliptische Schale ist $R = a\sqrt{a/r}$.

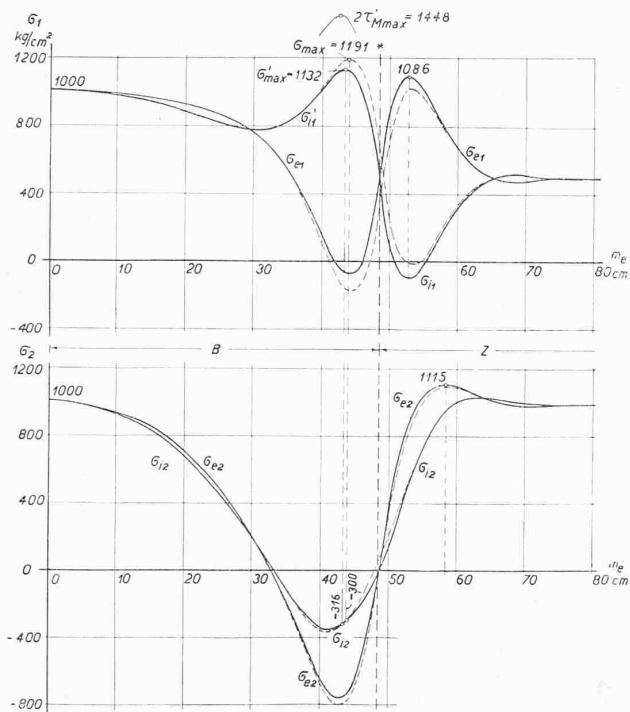


Abb. 6. Nach Gl. (21) und (22) berechnete resultierende Normalspannungen an der Schalenaussen- und Schaleninnenseite des zylindrischen Behälters P für $p = 30$ at.

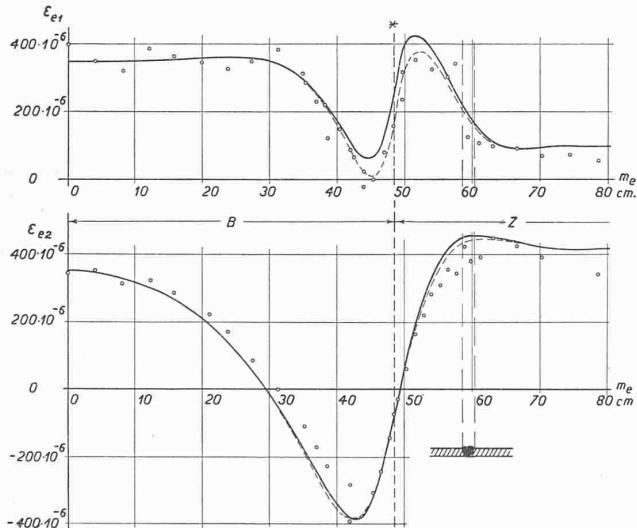


Abb. 7. Nach Gl. (23) berechnete Dehnungen an der Schalenaussenseite des zylindrischen Behälters P für $p = 30$ at. ○ gemessene Werte. Die Schweissnaht liegt im Abszissenpunkt 60 cm.

Die grösste Beanspruchung der Zylinderschale liegt stets an der Schalenaussenseite. Sie ist mit $a/r > 4,376$ durch die grösste Meridianspannung

$$\sigma_{z \max} = \sigma_{e1 \ max} = \frac{p a}{4 h} \left(1 + 0,292 \frac{a}{r} \right) < \sigma_f \quad (29)$$

gegeben, die sich im Abstand $k_z x = 0,785$ vom Schalenrand einstellt. Mit $a/r < 4,376$ wird die im Abstand $k_z x = 1,848$ auftretende grösste Ringnormalspannung zur grössten Beanspruchung

$$\sigma_{z \ max} = \sigma_{e2 \ max} = \frac{p a}{2 h} \left(1 + 0,032 \frac{a}{r} \right) < \sigma_f \quad (30)$$

Aus den Gleichungen (27), (28) und (30) erkennt man, dass die grösste Beanspruchung des Kessels mit halbkugelförmigen Böden in der Zylinderschale zu suchen ist und gemäss Gleichung (30) den Wert

$$\sigma'_{z \ max} = 1,032 \frac{p a}{2 h} \quad (31)$$

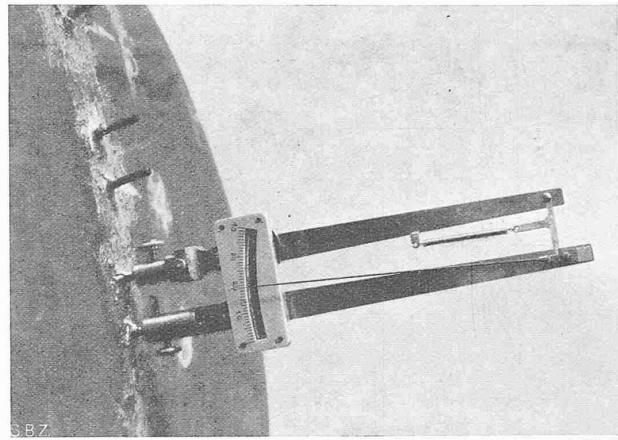


Abb. 9. Biegungsverzerrungsmesser an der elliptischen Bodenschale befestigt. Messlänge 20 mm.

erreicht. Ueberlagert man gemäss den Gl. (21) und (22) die in Abb. 4 und 5 dargestellten Spannungen, so erhalten wir die resultierenden Spannungen an der Schalen-Aussenseite und an der Schalen-Innenseite, Abb. 6. Zur Prüfung des Näherungsverfahrens sind in Abbildung 7 die nach der Gl. (23) berechneten Dehnungen der Schalen-Aussenseite, sowie die gemessenen Dehnungswerte (kleine Kreise) eingetragen. Beachtet man die unvermeidlichen Abweichungen in der Blechdicke und in der Form der Bodenschale gegenüber den Sollmassen der Konstruktionszeichnung, den Einfluss des nicht in allen Punkten gleichmässig beschafften Materials, so erweist sich die rechnerische Lösung (ausgezogene Kurve) vom praktischen Standpunkt als recht gut brauchbar.

Aus Abbildung 6 entnehmen wir, dass die grösste am Behälter auftretende Normalspannung an der Innenseite i der Krempe in Richtung des Meridians auftritt und bei einem Flüssigkeitsdruck von $p = 30$ at den Wert $\sigma'_{\max} = 1132 \text{ kg/cm}^2$ erreicht, d. h. rd. 13 % grösser ausfällt, wie die Scheitelpunktsspannung von 1000 kg/cm^2 . Zur Beurteilung der Bruchgefahr nach Guest-Mohr ist die grösste Schubspannung massgebend, die in der Nähe des Spannungsmaximums den Wert $2 \tau'_{M \max} = 1448 \text{ kg/cm}^2$ erreicht, in dem die beiden Hauptspannungen $\sigma'_n = +1132 \text{ kg/cm}^2$ und $\sigma'_{i1} = -316 \text{ kg/cm}^2$ betragen. Dieser Wert ist ungefähr 45 % grösser wie die im Bodenscheitel auftretende Normalspannung.

Ausser den Dehnungen wurden auch die Verbiegungen an der Schalen-Aussenseite mittels des in Abbildung 8 und 9 ersichtlichen Messinstrumentes ermittelt. Zu diesem Zweck wurden in Abständen von $\delta l_{e1} = 20 \text{ mm}$ Stifte z aufgelötet, an denen mittels Hülse H_1 , H_2 und Rändelschrauben r der Biegungsverzerrungsmesser befestigt wurde. Das Mass der Winkeländerung der beiden benachbarten Hebelarme wird durch einen Zeigermechanismus $i-n$ in starker Vergrösserung auf die Skala übertragen. Bei stark gekrümmter Flächen können die beiden Hebel k_1 und k_2 durch Lösen der Klemmschraube f (Rückseite des Messgerätes) in ihrer Ebene verdreht werden. Da naturgemäss auch die Längung den Zeigerausschlag beeinflusst, muss die Komponente der reinen Längungs- und der reinen Biegungs-Verzerrung rechnerisch aus der an der Skala abgelesenen Anzahl Teilstriche $A(\delta l_{e1})'$ bzw. $A(\delta l_{e1})''$ am Dehnungsverzerrungsmesser nach den Gleichungen

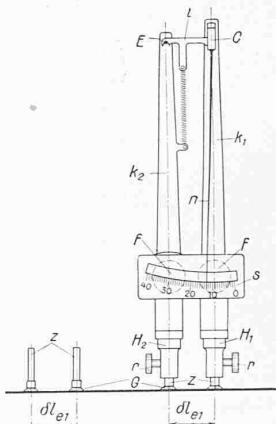


Abb. 8. Biegungsverzerrungsmesser.

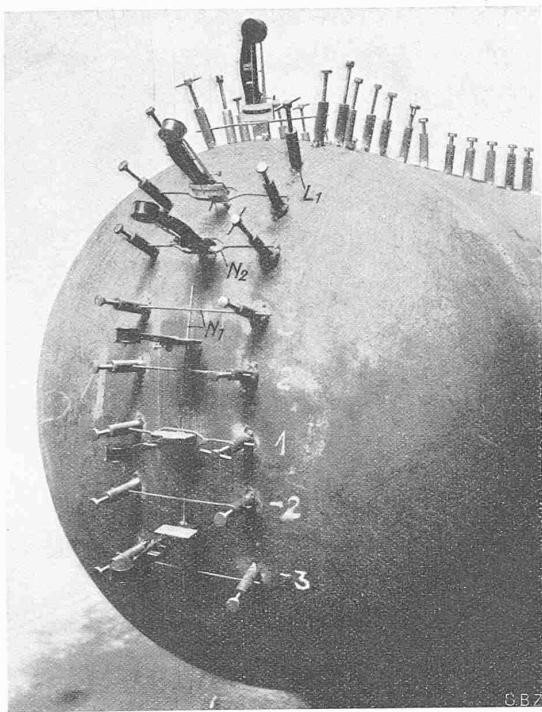


Abb. 10. Dehnungsmesser mittels Nadeln N_1 , N_2 und Stehschrauben L_1 in der Ringrichtung an der elliptischen Bodenschale befestigt. Messlänge 20 mm. Die Stehschrauben sind mittels elektrischer Lichtbogenschweissung leicht angeheftet.

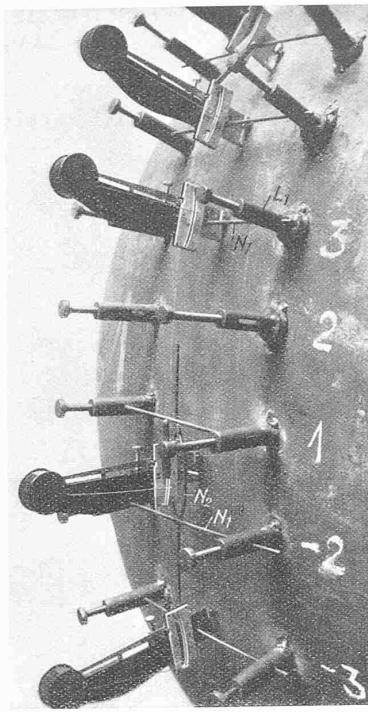


Abb. 11. Dehnungsmesser in gleicher Weise, wie in Abb. 10, aber in der Richtung des Meridians an der elliptischen Bodenschale befestigt. Messlänge 20 mm. Stehschrauben angeschweisst.

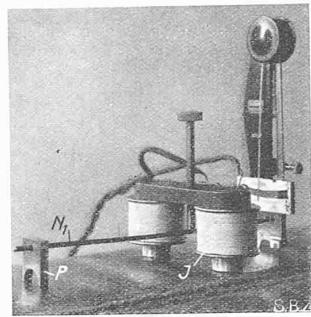


Abb. 12. Befestigung des Apparats mit Magnet J , Nadel N_1 und Nadelbock P .

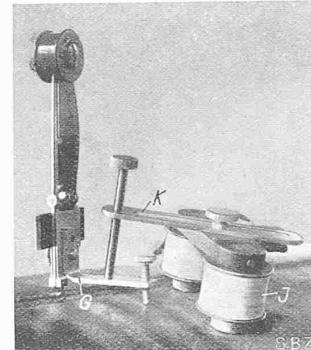


Abb. 13. Befestigung des Apparats mit Magnet J , Dreharm K und Winkel G .

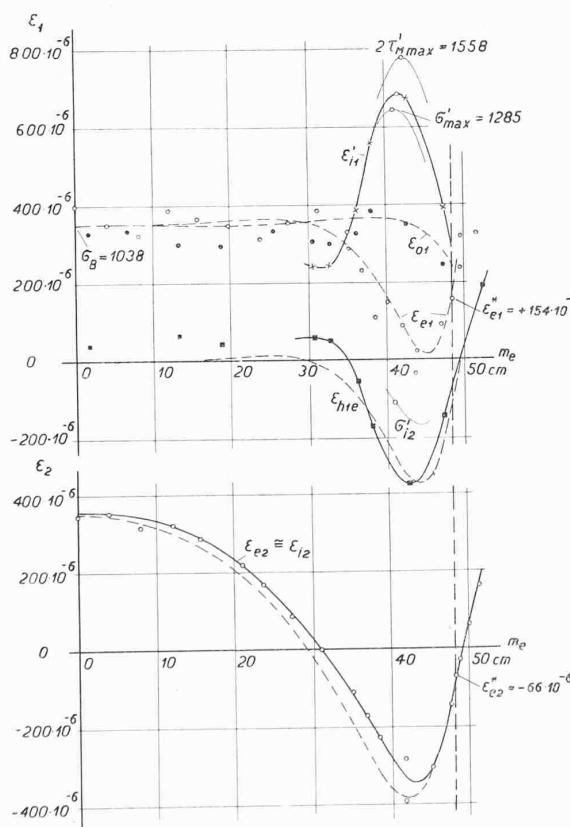


Abb. 14. Die mit Hilfe des Dehnungsmessers und des Verbiegungsmessers ermittelten Biegungs- und Längsdehnungen am zylindrischen Behälter P gleicher Dicke $2 h = 1,2$ cm mit elliptischen Böden $a : b = 2,031$; 1 für $p = 30$ at.

- an der Schalenseite gemessene totale Meridiandehnung und Ringdehnung,
- Biegungsdehnung in der Meridianrichtung,
- Längsdehnung in der Meridianrichtung,
- ✖ resultierende Meridiandehnung an der Schaleninnenseite,
- ✖ ϵ_{max}' grösste Normalspannung an der Schaleninnenseite,
- ✖ $2\tau'_{Mmax}$ grösste Schubspannung nach Guest-Mohr.

$$\left. \begin{aligned} \delta(\delta l_{e1})_0 &= \frac{h}{c_b} \frac{J(\delta l_{e1})''}{n_h} + \frac{c_b + h}{c_b} \frac{J(\delta l_{e1})'}{n} \\ \delta(\delta l_{e1})_h &= \frac{h}{c_b} \left[\frac{J(\delta l_{e1})''}{n_h} - \frac{J(\delta l_{e1})'}{n} \right] \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

berechnet werden¹⁾), wo n bzw. n_h die Uebersetzungszahl des Dehnungs- bzw. Biegungsmessers ist, während c_b der Abstand des Fusspunktes G und des Kupplungs-Einhängepunktes E gemäss Abbildung 8 bedeutet. Aus Abbildung 10 und 11 ist die Befestigungsweise des *Dehnungsmessers*²⁾ ersichtlich. Für einen Messpunkt werden zwei Stehschrauben L_1 winkelrecht zur Meridianlinie mittels elektrischer Lichtbogenschweissung oder durch Löten leicht angeheftet. Der Abstand der beiden Stehschrauben beträgt entsprechend der Nadellänge rd. 180 mm. Mit Hilfe der glatten Nadel N_1 und der Schlaufenadel N_2 kann der Dehnungsmesser sowohl in der Richtung des Meridians, wie quer dazu befestigt werden. Die Bedenken, dass durch das Anschweissen der Stehschrauben das Blech ungünstig beeinflusst werde, können durch die Verwendung des Magneten J überbrückt werden. In Abbildung 12 ist der Dehnungsmesser mittels Magnet J , der glatten Nadel N_1 und dem Nadelbock P gegen das zu untersuchende Blech gedrückt. Aus Abbildung 13 ist ersichtlich, wie der Apparat durch einen auf der Rückseite des Messgerätes befestigten Winkel G und durch den Dreharm K , der auf der Magnetplatte drehbar angeschraubt ist, angepresst wird.

Sind die beiden Komponenten bekannt, so kann unter der Annahme der linearen Spannungs- bzw. Dehnungsverteilung die Dehnung und damit die Spannung an der Schaleninnenseite berechnet werden. Es ist

$$\epsilon_{11} = \epsilon_{e1} - 2\epsilon_{h1e} \quad \dots \quad (33)$$

wo $\epsilon_{e1} = \delta(\delta l_{e1})/\delta l_{e1}$, $\epsilon_{h1e} = \delta(\delta l_{e1})_h/\delta l_{e1}$. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Abbildung 14 dargestellt. Die grösste Normalspannung beträgt $\sigma'_{max} = 1285 \text{ kg/cm}^2$, die grösste Schubspannung $2\tau'_{Mmax} = 1558 \text{ kg/cm}^2$ und die Normalspannung im Bodenscheitel 1038 kg/cm^2 . Die Ver-

¹⁾ Ausführliche Beschreibung des Messverfahrens und der Messgeräte siehe Huggenberger I. c., Seite 184 u. ff.

²⁾ Siehe auch „S. B. Z.“ Bd. 90, Nr. 19, S. 250. Die nähere Beschreibung des Biegungsverzerrungsmessers behalten wir uns für einen späteren Zeitpunkt vor.

AUS: DAS BÜRGERHAUS IN DER SCHWEIZ, BAND XIX, KANTON THURGAU.
Herausgegeben vom Schweizerischen Ingenieur- und Architekten-Verein. — Verlag Art. Institut Orell Füssli, Zürich.



Die Stadt Frauenfeld (aus Nordwesten), nach einem alten Stich von Merian.

suchsergebnisse bestätigen in praktischen Grenzen die durch Rechnung ermittelten Werte und ergeben, dass bei der elliptischen Bodenschale mit dem Halbaxenverhältnis von rd. $a:b = 2:1$

1. die grösste Normalspannung und die grösste Beanspruchung, die für den Fliessbeginn massgebend ist, auf der Innenseite der Krempe auftritt, wie das auch für korbogenförmige Bodenschalen der Fall ist. Im vorliegenden Versuch war der Normalspannungshöchstwert rd. 24% und nach der Rechnung rd. 13% grösser wie die Scheitelspannung.

2. Die grösste Beanspruchung, die für den Fliessbeginn massgebend ist, fällt wesentlich grösser aus, wie die Scheitelspannung und der Normalspannungshöchstwert. Bei dem untersuchten Behälter ist die für die Fliessgrenze ausschlaggebende grösste Beanspruchung rd. 50% bezw. nach der Rechnung rd. 45% grösser wie die Scheitelspannung.

3. Der elliptische Boden vom Halbaxenverhältnis rund $a:b = 2:1$ ist somit, entgegen der im Kesselbau und in der technischen Literatur noch vorherrschenden unzutreffenden Anschauung, nicht die günstigste Bodenform.

(Schluss folgt.)

Das Bürgerhaus in der Schweiz. Band XIX, Kanton Thurgau.

Herausgegeben vom Schweizerischen Ingenieur- und Architekten-Verein. — Verlag Art. Institut Orell Füssli, Zürich.
(Hierzu Tafeln 25 bis 28.)

Kunstmaler August Schmid in Diessenhofen, der den Text dieses Bandes, wie schon früher den des Bandes Schaffhausen mit bestem Gelingen verfasst hat, ist sich der besonderen Schwierigkeiten seiner Aufgabe durchaus bewusst gewesen; bildet doch der Kanton Thurgau keinerlei Einheit mit nur ihm eigentümlichen Zügen. Zu keiner Zeit ist er eine scharfumrissene „Kulturpersönlichkeit“ gewesen, wie etwa das Engadin oder das bäuerliche Berner Mittelland, und sein kultureller Schwerpunkt, die Stadt Konstanz, hat bei aller politischen Bedeutung nie ein so ausdrucksvolles Profil besessen wie etwa Basel oder Genf.

In der Einleitung schreibt der Bearbeiter:

„Topographisch ist das Land nach drei Seiten geöffnet; und offenes Land heißt offen Türen halten für alle nachbarlichen Einflüsse. Es ist darum kein Zufall, dass wir wohl oder übel den schönen Fachwerkbau, den wir als Thurgauerhaus zu bezeichnen belieben, der grossen schwäbischen Riegelhausgruppe zu verdanken haben. Südlich der Thur, oder wie wir vom nördlichen Thurgau sagen, hinter der Thur, stösst ein anderer Typus vor: das Ländlerhaus,

einerseits mit toggenburgisch-fürstenländischem, andererseits mit Zürcher-Oberländer Charakter. Aber diese drei Typen sind zum geringsten Teile Bürgerhäuser. Den Grossteil der Objekte unserer Sammlung müssen wir schon in der Hauptstadt Frauenfeld und in jenen freundlichen, wenig ausdehnungsfreudigen kleinen Städtchen wie Bischofszell und Diessenhofen suchen

Die uralte Verkehrstrasse folgt, altem Gesetz entsprechend, dem Hauptflusslaufe mitten durch den Kanton. Es ist das offene Thurtal von Sulgen abwärts. Aufwärts, dem Egnach zu, vom Flusse abschwenkend, vermittelte die Strasse den Verkehr vom und zum Bodensee. Andere Verkehrsadern stiessen von Konstanz über den „Seerücken“ herüber ins Thurtal, und Bischofszell galt als Hauptstützpunkt für den Verkehr ins St. Gallische. Ein überaus wichtiger Weg für Schiff und Wagenachse war natürlich die Strasse am Bodensee und Untersee entlang über Konstanz und Diessenhofen bis Schaffhausen und Basel. An diesen Verkehrswegen finden wir die grossen Wirtshäuser, die stattlichen Kehlhöfe (Sitze der niederen Gerichtsbarkeit), und