Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 91/92 (1928)

Heft: 9

Inhaltsverzeichnis

INHALT: Die Berechnung ankerloser gewölbter Böden von Druckbehältern auf Innendruck. — Arbeitsvorbereitung als Grundlage für einen wirtschaftlichen Baubetrieb. — Moderne amerikanische Landhäuser. — Baustahl mit Kupferzusatz. — Mitteilungen: Freileitungsmaste mit drehbaren Auslegern. Ausstellung der gewerblichen Fachschulen Bayerns im Kunstgewerbemuseum Zürich. Elektrizitätserzeugung in Deutschland im Jahre 1926. Ausstellung „Die Technische Stadt" in Dresden. Neuer Zweitaktmotor mit Ladegebläse. Schweizer Mustermesse. Der Deutsche Beton-Verein. — Wettbewerbe: Schulhaus im Gelbhausgarten in Schaffhausen. Schulhaus Balsthal. Schwimmbad Gstaad. Neubau für die Ersparniskasse Biel. — Literatur. — Schweizer. Verband für die Materialprüfungen der Technik. — Vereinsnachrichten: Technischer Verein Winterthur, Sektion des S. I. A. Section de Genève de la S. I. A. Vereinigung „Ehemaliger" in Lyon. S. T. S.

Band 91. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 9

Die Berechnung ankerloser gewölbter Böden von Druckbehältern auf Innendruck.

Von E. HÖHN, Zürich,
Oberingenieur des Schweizerischen Vereins von Dampfkesselbesitzern.

I. GEOMETRIE DES MERIDIANS KORBBOGENFÖRMIGER BÖDEN.

Bevor man der Frage der Festigkeit der Böden näher tritt, ist es nötig, über die Geometrie der Erzeugenden im Klaren zu sein. In Betracht fallen Halbkreis, Ellipse und Korbbogen. Die geometrischen Verhältnisse der Ellipse sind bekannt; die des korbbogenförmigen Meridians soll hier zuerst einer Betrachtung unterzogen werden, soweit dies unserm Zweck dienlich ist, unter Beschränkung auf den Meridian, der sich aus zwei ungleichen Kreisbögen zusammensetzt.

Ein Korbbogen-Boden lässt sich im Schnitt in Abb. 1 erkennen. An der Uebergangstelle des Kreisbogens mit r in jenen mit R muss die Tangente gemeinsam sein. Für Korbbogen und Ellipse ist das Tiefenverhältnis $k = a : b$ kennzeichnend, für den Korbbogen ausserdem das Krümmungsverhältnis $r : R$.

Innerhalb des Rechtecks $a \times b$ kann nur ein Ellipsen-Bogen gezeichnet werden, dagegen sind unendlich viele Korbbögen denkbar, wobei der Krempenhalbmesser von o bis r, der Wölbungshalbmesser gleichzeitig von $R = R_2$ bis $R = \infty$ zunimmt. Für Böden ist der Korbbogen als Meridian der zweckmässigste, bei dem der Krempenhalbmesser möglichst gross, der Wölbungshalbmesser möglichst klein wird, das Krümmungsverhältnis $(r : R)$ somit einen Höchstwert annimmt; diesen herauszufinden ist unsere nächste Aufgabe.

Aus Abb. 1 folgen die allgemeinen Beziehungen

$$\sin\alpha = \frac{a-r}{R-r}, \quad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \qquad (1)/(2)$$

$$b = R - (R-r)\cos\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Diese Gleichungen werden vollständig angeschrieben, weil sich bei der Untersuchung der Böden nach ihrer äussern Form die Aufgabe, die Bodentiefe b zu berechnen, häufig einstellt. Ausser diesen gilt noch die Beziehung

$$(a-r)^2 + (R-b)^2 = (R-r)^2 \quad (4)$$

und hieraus ergeben sich

$$r = \frac{2bR - a^2 - b^2}{2(R-a)} \quad . \quad (5)$$

$$R = \frac{2ar - a^2 - b^2}{2(r-b)} \quad . \quad (6)$$

oder mit trigonometr. Funktionen

$$r = \frac{b\sin\alpha + a\cos\alpha - a}{\sin\alpha + \cos\alpha - 1} \quad (7)$$

$$R = \frac{b\sin\alpha + a\cos\alpha - b}{\sin\alpha + \cos\alpha - 1} \quad (8)$$

$$\frac{r}{R} = \frac{\sin\alpha + k\cos\alpha - k}{\sin\alpha + k\cos\alpha - 1} \quad (9)$$

Die Funktion $r : R$ ist durch eine Schar von Sinus-Kurven dargestellt (Abb. 3), die von einem Koordinaten-Anfangspunkt mit den Werten $r : R = 0$ und $\alpha = 0$ ausgehen. Jedem Wert von k ist ein Bogen beigeordnet; in Abb. 3 sind die Bögen für $k = 2$ und $k = 3$ eingezeichnet. Zu jedem Wert von $r : R$ (Ordinaten, Abb. 3) gehören zwei Winkel α (Abszissen) und zwei Stellungen des Vektors MF (Abb. 1). Wird der Differentialquotient der Gleichung (9) $\frac{d(r/R)}{d\alpha} = 0$ gesetzt, so ergibt sich zunächst $r = R = a$, die Bedingung des Halbkugel-Bodens. Erinnert man sich daran, dass zu einem Extremum von $f(x)$ ein Minimum des Nenners $\psi(\alpha) = \sin\alpha + k\cos\alpha - 1$ entsprechen muss, und dass dabei $u''(\alpha) = -\psi''(\alpha) > 0$, so erhält man

$$k = \operatorname{cotg}\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Dieser Bedingung entspricht die höchste Ordinate eines Bogens von Abb. 3. Man beachte das Verhältnis $OA : OC = a : b = \operatorname{cotg}\alpha_1$ im Dreieck AOC (Abb. 1). Der Gleichung (10) wird genügt, sofern $\sphericalangle OAC = \sphericalangle CM_1F = \alpha_1$. Wächst somit im Dreieck OM_1E der Winkel α von o bis α_1, d. h. bis der Vektor MF senkrecht zur Diagonalen AC zu stehen kommt, so wächst der Wert des Krümmungsverhältnisses $r : R$ für einen bestimmten Wert von k von o bis zu einem Höchstwert, wobei $k = \operatorname{cotg}\alpha_1$. Für die Anfangsstellung mit $\alpha = 0$ (Abb. 3) ist $r : R = 0$ wegen $R = \infty$, d. h. M_1F parallel zur Rotationsaxe in Abb. 1; r ist dann $= b$, Fall des flachen Bodens mit Krempe. Wächst gemäss Abb. 1 der Winkel α über den Wert α_1 hinaus, so nimmt, wie Abb. 3 zeigt, der Wert des Verhältnisses $r : R$ wieder ab und verschwindet für $\alpha = \alpha_2$, d. h. für die Stellung M_2A des Vektors; dabei wird $r = 0$ (grösster Abszissenwert in Abb. 3), Fall des gewölbten Bodens ohne Krempe.

Der Wert k aus Gl. (10) in Gl. (9) eingeführt gibt

$$\left(\frac{r}{R}\right)_{\max} = \frac{\sin^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_1 - \cos\alpha_1}{\sin^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_1 - \sin\alpha_1} = \frac{1-\cos\alpha_1}{1-\sin\alpha_1}$$

und wegen

$$\sin\alpha_1 = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \cos\alpha_1 = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad . \quad (11)$$

$$\left(\frac{r}{R}\right)_{\max} = \frac{\sqrt{a^2+b^2} - a}{\sqrt{a^2+b^2} - b} = \frac{\sqrt{k^2+1} - k}{\sqrt{k^2+1} - 1} \quad . \quad (12)$$

Unter den unendlich vielen, bei gegebenem Tiefen-Verhältnis k möglichen Korbbogen-Böden genügt der zweckmässigste der Gleichung (12).

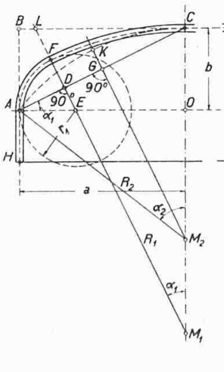

Abb. 1. Schnitt durch einen Korbbogen-Boden.

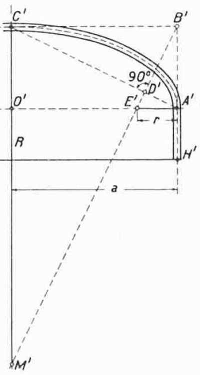

Abb. 2. Schnitt durch einen elliptischen Boden.

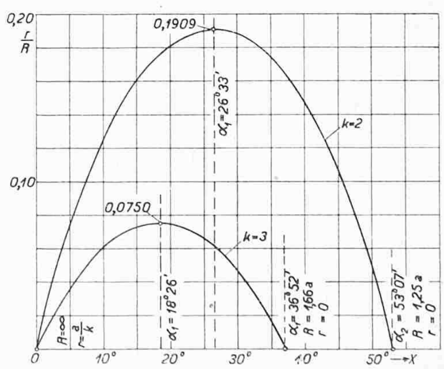

Abb. 3. Verhältnis von $r : R$ des Korbbogens gemäss Gleichung (9) in Funktion des Winkels α.

Werden in (7) und (8) die Gleichungen (11) berücksichtigt, so erhält man die Halbmesser dieses zweckmässigsten Korbbogens

$$r = \frac{a^2+b^2 - a\sqrt{a^2+b^2}}{a+b-\sqrt{a^2+b^2}} = a\,\frac{k^2+1-k\sqrt{k^2+1}}{k^2+k-k\sqrt{k^2+1}} = a r_0 \quad (13)$$

$$R = \frac{a^2+b^2 - b\sqrt{a^2+b^2}}{a+b-\sqrt{a^2+b^2}} = a\,\frac{k^2+1-\sqrt{k^2+1}}{k^2+k-k\sqrt{k^2+1}} = a R_0 \quad (14$$

Die Gleichungen (5) bis (9) sind allgemein gültig, (11) bis (14) jedoch nur für den Fall von $(r : R)_{\max}$.