

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	89/90 (1927)
<b>Heft:</b>	5
<b>Artikel:</b>	Neuer Beitrag zur elementaren Ableitung von Eigenschwingungszahlen der Maschinenwellen
<b>Autor:</b>	Kummer, W.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-41645">https://doi.org/10.5169/seals-41645</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Neuer Beitrag zur elementaren Ableitung von Eigenschwingungszahlen der Maschinenwellen. — Standseilbahn und Luftseilbahn. — Wettbewerb für ein Schulhaus für die kantonale landwirtschaftliche Schule auf Charlottenfels, Neuhausen. — Von der Stahlhaus-Bauweise. — Verpflegung des Mont Blanc-Observatoriums mittels des Flugzeugs. — Mitteilungen: Ingenieur-Tag in Lyon 1926. Wärmetechnischer Wert von Doppelfenstern. Neues Bauen und neues Wohnen. Bebauung

des Heimplatzes in Zürich. Fertigstellung des Boulevard Haussmann in Paris. Die Häufigkeit der Strassenverkehrsunfälle. Verbesserungen in der Kabeltelegraphie. Volta-Jahrhundertfeier in Como. Der Basler Rheinschiffahrts-Verkehr 1926. Ueber Fragen der künstlerischen Erziehung. — Korrespondenz. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Sektion Bern des S.I.A. Basler Ingenieur- und Architekten-Verein.

## Neuer Beitrag zur elementaren Ableitung von Eigenschwingungszahlen der Maschinenwellen.

Von Professor Dr. W. KUMMER, Ingenieur, Zürich.

In einem kurzen Aufsatze, der auf Seite 119 von Band 80 (9. September 1922) dieser Zeitschrift erschien, haben wir uns mit der elementaren Ableitung der Eigenschwingungszahlen solcher Maschinenwellen befasst, die kritischen Drehzahlen zufolge des schwingungsfähigen Energieaustauschs zwischen Trägheitskräften und elastischen Kräften in festen Konstruktionsteilen ausgesetzt sind. Neuerdings sind nun kritische Drehzahlen von Maschinenwellen bekannt geworden, die ihren Ursprung im Energieaustausch der Auftriebskraft der Oelpolster von Wellenlagern mit der Trägheitskraft am betreffenden Lagerzapfen haben. Den Lesern dieser Zeitschrift hat Prof. Dr. A. Stodola auf Seite 265 von Band 85 (23. Mai 1925) eine grundlegende Abhandlung über diese neue Störungerscheinung geliefert, an deren Schluss er auf im Gang befindliche Versuche im Maschinenlaboratorium der E. T. H. hinwies, durch die die bezügliche Theorie einer experimentellen Nachprüfung unterworfen werde. Die Ergebnisse der genannten, von Ch. Hummel ausgeführten Untersuchung sind kürzlich im Druck erschienen, einerseits als Doktorarbeit Nr. 420 der E. T. H., andererseits als Heft Nr. 287 der vom V. D. I. herausgegebenen „Forschungsarbeiten“.<sup>1)</sup> Wir entnehmen seinen Versuchsresultaten die Möglichkeit, die für die Praxis vor allem massgebende erste kritische Drehzahl einer im Lager in stabiler Gleichgewichtslage umlaufenden Welle auch auf elementarem Wege herleiten zu können. Die auf Grund der hydrodynamischen Lagertheorie von A. Stodola geschaffene, von Ch. Hummel weiter ausgebauten Berechnungsmethode für die neue Art kritischer Drehzahlen liefert im Stabilitätsfall eine mehrgliedrige Formel (Nr. 11 auf Seite 266 von Band 85 der „S. B. Z.“), die, ihrem Aufbau gemäss, zwei harmonische Eigenschwingungszahlen festzustellen erlaubt; die Messungen im Laboratorium zeigten nun, dass in einem weiten Bereich des Exzentrizitätsverhältnisses die kritische Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  durch die, dem ersten Gliede jener Formel entsprechende, einfache Beziehung:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$$

vorausberechnet werden kann. Auf ganz elementarem Wege und ohne Zubülfenahme der hydrodynamischen Lagertheorie gelangt man zu dieser Beziehung, in der  $g$  die Beschleunigung der Erdschwere,  $\delta$  das radiale Spiel im Lager bedeuten, wie folgt: Die sich als Zentrifugalkraft  $Z$  am Lagerzapfen einstellende Trägheitskraft erlangt einen extremen Wert, wenn die betriebsmässige Exzentrizität des Wellenmittels gerade gleich dem radialen Spiel  $\delta$  im Lager ist; alsdann gilt

$$Z = m \cdot \omega^2 \cdot \delta.$$

Nun ergibt sich der vollkommene und schwingungsfähige Ausgleich von  $Z$  mit der Auftriebskraft  $P$  des Oelpolsters, wenn  $Z$  und  $P$  gerade gleich gross und entgegengesetzt gerichtet sind, sodass

$$Z = P$$

gesetzt werden kann. Betrachtet man weiterhin die Welle als starr und als so belastet, dass  $P$  dem Gewichte der Massen gleich ist, d. h. gleich  $m \cdot g$  ist, so folgt:

$$\frac{P}{g} \cdot \omega^2 \cdot \delta = P;$$

<sup>1)</sup> Diese bringt im Anhang einen Abdruck der obenerwähnten Arbeit in Band 85 der „S. B. Z.“

aus dieser Gleichung folgt bei Auflösung nach  $\omega$ , das nun für diese Kräftegleichheit seinen kritischen Wert erlangt, der Wert:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\delta}}.$$

Diese elementare Herleitung der ersten kritischen Winkelgeschwindigkeit, als Folge der Nachgiebigkeit des Schmiermittels im Lager, gilt nur im Stabilitätsfalle, d. h. nur innerhalb eines gewissen Bereichs des Verhältnisses der Exzentrizität im Betrieb zum radialen Spiel. Den Umfang dieses Bereichs, in Zahlen ausgedrückt 1,0 bis 0,7, und den Grenzwert 0,7 des Exzentrizitätsverhältnisses, der die stabile und die labile Gleichgewichtslage des umlaufenden Wellenzapfens trennt, gibt erst die genauere, auf der hydrodynamischen Lagertheorie aufgebaute Betrachtungsweise. Allerdings kann auch diese Betrachtungsweise noch keinen Anspruch auf vollkommen ausreichende, treue Wiedergabe der tatsächlichen Verhältnisse erheben; die Versuche ergaben nämlich, dass sie die zweite kritische Drehzahl nur der Grössenordnung nach voraus zu berechnen erlaubt, während sie, wie die hier mitgeteilte Formel, die erste kritische Drehzahl mit genügender Genauigkeit berechnen lässt, wobei ein Betrieb im stabilen Bereich des Exzentrizitätsverhältnisses vorausgesetzt ist. Dem instabilen Bereich dieses Verhältnisses, mit Zahlenwerten unter 0,7, entsprechen keine kritischen Drehzahlen, sondern nur noch ein allgemein unruhiger Lauf der Welle.

Im Sinne einer blossen Vermutung, die aber doch zu weitern Versuchen anregen könnte, sei angedeutet, dass für die, besonders bei grossem Exzentrizitätsverhältnis noch bestehende, Unsicherheit in der Vorausberechnung der zweiten kritischen Drehzahl, neben der Unvollkommenheit der hydrodynamischen Lager-Erforschung, auch der Umstand massgebend sein könnte, dass grössere Trägheitskräfte am Lagerzapfen nicht nur mit der Auftriebskraft des Oelpolsters, sondern auch mit Formänderungskräften der vom schwingenden Zapfen getroffenen Lagerschale im Energieaustausch stehen dürften, wobei je nach Umständen eine dämpfende Wirkung oder ein elastischer Stoß die Erscheinung komplizieren würde.

Es möge noch darauf hingewiesen werden, dass die hier betrachteten, mit dem Lagerspiel zusammenhängenden, kritischen Drehzahlen keinerlei Verwandtschaft aufweisen zu den durch Lagerspiel hervorgerufenen kritischen Drehzahlen der Parallelkurbelgetriebe. In der Tat spielt das Schmiermittel bei der Lagerspielstörung der Parallelkurbelgetriebe keine Rolle, das Lager wird im Spielraum als leer betrachtet, der Zapfen durchläuft ihn bei grösserem Spiel geradezu ohne Kraftschluss; die bezüglichen Eigenschwingungszahlen ergeben sich als Folge eines Energieaustauschs zwischen Trägheitskraft und elastischer Kraft lauter fester Körper, wobei durch das Spiel vor allem störende Impulse, bzw. erzwungene Schwingungen geschaffen werden.<sup>1)</sup> Demgegenüber sind, wie hier bereits eingangs betont wurde, die hier behandelten, mit Lagerspiel zusammenhängenden kritischen Drehzahlen durchaus anderer Art; sie führen auf ein Schema eines schwimmend in einer Flüssigkeit schwingenden festen Körpers.

<sup>1)</sup> Auf Grund der Annahme harmonischer Schwingungen sind diese Erscheinungen eingehend behandelt auf Seite 129 und 135 von Band 64 (September 1914), unter Berücksichtigung ihres nur quasiharmonischen Charakters auf Seite 155 und 169 von Bd. 74 (Sept. und Okt. 1919).