

# Méthode purement optique de détermination des tensions intérieures se produisant dans les constructions

Autor(en): **Favre, Henry**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **89/90 (1927)**

Heft 23

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-41816>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Méthode purement optique. — Universal-Antrieb „Winterthur“ für elektrische Lokomotiven. — Wettbewerb für die Schweiz. Landesbibliothek in Bern. — Die meterspurigen Alpenbahnen der Schweiz. — Mitteilungen: Eine internationale Aussprache im Eisenbetonfach. Der Schweizer Verein Autostrasse Basel-italienische Grenze. Neues Pyrometer zur Messung von Oberflächen-Temperaturen. Zum Direktor der Wasserversorgung der Stadt Zürich. Eidgen. Technische Hochschule. Vortrag

über Betriebsführung. Britische Industriemesse für Bauwesen und verwandte Gebiete. Zentralamt für internationalen Eisenbahntransport. — Korrespondenz: Ein verhüteter Balkoneinsturz. — Wettbewerbe: Neubau für die Ersparnkasse Biel. Strassen-Unterführungsprojekt bei der Station Küssnacht. Bezirksrat Thierstein und Altersheim Dorneck-Thierstein. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizer. Ing.- und Arch.-Verein. Basler Ing.- und Arch.-Verein. Zürcher Ing.- und Arch.-Verein.

Band 90.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 23

## Méthode purement optique

de détermination des tensions intérieures se produisant dans les constructions.

Par HENRY FAVRE, ingénieur E. P. Z., Zurich.

### § 1. INTRODUCTION.

Il est de première nécessité pour l'ingénieur de pouvoir déterminer le jeu des forces intérieures qui sollicitent ses constructions. La Théorie générale de l'élasticité, fondée sur le Principe de l'indépendance des effets des forces quant aux déformations, ne lui permet de résoudre qu'un nombre très restreint de problèmes. Des théories approchées, connues sous le nom de Résistance des matériaux, sont basées sur un trop grand nombre d'hypothèses incertaines pour inspirer confiance.

L'ingénieur a dès lors senti la nécessité d'utiliser l'expérience directe, soit pour remplacer l'intégration des équations différentielles auxquelles conduit la Théorie générale de l'élasticité, soit pour vérifier les hypothèses et les résultats des théories de la Résistance des matériaux.

M. Mesnager a donné en 1900 une méthode permettant de calculer les tensions intérieures se produisant dans des modèles transparents de constructions toutes les fois qu'il s'agit d'un état de sollicitation à deux dimensions.<sup>1)</sup> Il a également montré qu'en s'appuyant sur une remarque due à Maurice Lévy<sup>2)</sup> il est facile de calculer les tensions intérieures de la construction elle-même lorsqu'on a préalablement déterminé celles qui se produisent dans un modèle de cette construction. La méthode de M. Mesnager a été appliquée depuis 1900 avec succès à la résolution d'un grand nombre de problèmes, par son auteur lui-même<sup>3)</sup>, et par d'autres ingénieurs.<sup>4)</sup>

Cette méthode consiste à déterminer, par des expériences faites sur un modèle transparent et isotrope de la construction :

1° A l'aide de la lumière polarisée,

a) la direction des tensions principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  en un nombre quelconque de points.

b) la valeur de la différence  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  en ces mêmes points.

2° A l'aide de mesures de déformation (dilatation latérale), la valeur de la somme  $(\sigma_1 + \sigma_2)$  des tensions principales aux points envisagés.

Connaissant  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  et  $(\sigma_1 + \sigma_2)$  on calcule facilement  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

Il ne nous est pas possible d'exposer ici en détail cette méthode et les belles applications qui en ont été faites. Nous renvoyons le lecteur aux articles de M. Mesnager dans les Annales des Ponts et Chaussées et La Technique Moderne, et à ceux de M. Coker dans l'Engineering (loc. cit.).<sup>5)</sup>

Ayant à organiser, sous la haute direction de M. le Prof. Dr. F. Tank, le nouveau „Laboratoire de détermina-

<sup>1)</sup> Mesnager. La déformation des solides. (Congrès international des méthodes d'essai des matériaux de construction, Paris, 1900, T. I, p. 149.)

<sup>2)</sup> Maurice Lévy. (Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, 2 Mai 1898.)

<sup>3)</sup> Citons, parmi les nombreuses publications de ce savant, les trois plus importantes: Contribution à l'étude de la déformation élastique (Annales des Ponts et Chaussées, 1901, T. IV, p. 129). — Détermination complète sur un modèle réduit des tensions qui se produisent dans un ouvrage. (Annales des Ponts et Chaussées, 1913, T. IV, p. 135). — Les Tensions intérieures rendues visibles. (La Technique Moderne, 15 Mars 1924.)

<sup>4)</sup> En tout premier lieu M. Coker. Citons principalement ses articles parus dans l'Engineering les 6 Janvier, 21 et 28 Avril 1911, 25 Février 1916, 20 et 27 Février 1920, 7 Janvier 1921, 6 Janvier 1922, 19 Octobre 1923.

tion optique des tensions intérieures“ de l'Ecole Polytechnique de Zurich, nous croyons utile de signaler la méthode que nous mettons actuellement au point, cette méthode différant sensiblement de celle utilisée depuis 1900.

Nous établissons tout d'abord, par deux voies différentes, deux relations fondamentales concernant la biréfringence accidentelle des plaques planes transparentes soumises à un état de sollicitation à deux dimensions au point de vue des tensions (§ 2 et § 3). Nous exposerons ensuite la „Méthode purement optique“ (§ 4), en indiquant comment on résout ses équations (§ 5), et comment on l'applique<sup>6)</sup> (§ 6). Pour terminer nous donnerons une première application de la méthode (§ 7).

### § 2. DEUX RELATIONS FONDAMENTALES.

#### PREMIÈRE DÉMONSTRATION.

Considérons une plaque plane mince, d'épaisseur constante que nous choisirons pour l'instant égale à l'unité (figure 1). Nous supposons cette plaque faite d'une matière transparente, homogène et isotrope.

Soient:

$E$  et  $\nu$  les constantes élastiques de la matière en question (module d'Young et coefficient de Poisson).

$n$  l'indice de réfraction<sup>7)</sup> de cette matière lorsqu'elle n'est soumise à aucun effort.

Supposons tout d'abord que la plaque ne soit sollicitée par aucune force extérieure. Dans ces conditions, un rayon polarisé  $SO^8$  (fig. 1) arrivant en  $O$  sur la plaque sous une incidence nulle et vibrant parallèlement à la direction  $\Delta$  traverse cette plaque

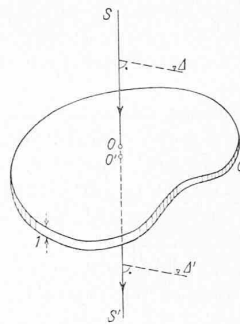


Fig. 1. Plaque non sollicitée  $SOO'S'$  rayon polarisé traversant la plaque sous une incidence nulle et vibrant parallèlement à  $\Delta'//\Delta$ .

de ses vibrations: à l'émergence, nous aurons donc encore un rayon polarisé  $O'S'$  vibrant parallèlement à  $\Delta'//\Delta$ .

Si maintenant nous appliquons à notre plaque sur son bord  $c$  un système de forces en équilibre  $P_1 P_2 \dots P_n$  situées toutes dans le plan équidistant des deux faces, elle prendra un état de sollicitation parfaitement défini, et cet état sera à deux dimensions au point de vue des tensions<sup>9)</sup> (figure 2). En chaque point tel que  $O$  tout élément de

<sup>5)</sup> Il vient également de paraître sur cette méthode un excellent mémoire de M. Delanghe, (Génie Civil des 10, 17 et 24 Septembre 1927.) Voir aussi: Heymans, La Photo-élasticité. (Bulletin de la Société Belge des Ingénieurs et des Industriels. 1921, T. II, p. 99 à 214). — Louis Baes, La Photo-élasticité. (Conférence du 22 Novembre 1924 publiée à Bruxelles en 1925). — Marcotte (Arts et Métiers, Février à Mai 1927)

<sup>6)</sup> Cette méthode, comme celle de M. Mesnager, ne permet de résoudre que les problèmes d'élasticité à deux dimensions dans lesquels le module d'élasticité  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  sont constants.

<sup>7)</sup> Nous supposons, dans tout ce qui va suivre, qu'il s'agit de lumière monochromatique de longueur d'onde bien déterminée  $\lambda$ ; l'indice  $n$  se rapporte donc à cette longueur d'onde.

<sup>8)</sup> Nous utilisons la théorie et le langage de Fresnel.

<sup>9)</sup> Pour que cet état de sollicitation soit rigoureusement à deux dimensions au point de vue des tensions, il faut que chaque force  $P$  soit répartie uniformément le long d'une génératrice du cylindre constituant le bord  $c$ .

surface perpendiculaire aux faces subira une tension normale  $\sigma$  et une tension tangentielle  $\tau$ , et il existera deux directions orthogonales bien déterminées 1 et 2 correspondant aux tensions principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  relatives à ce point.

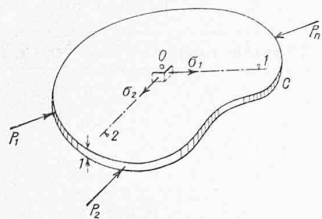


Figure 2. Plaque sollicitée par les forces P.  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  tensions principales au point O. 1 et 2 directions respectives de ces tensions:  $1 \perp 2$ .

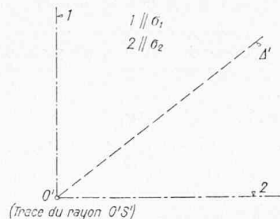


Figure 3. A': direction de vibration du rayon O'S' avant mise en charge. 1 et 2: directions respectives de vibration des deux rayons O'S' après mise en charge.

Quelles seront les modifications que subira à l'émergence le rayon lumineux O'S' défini ci-dessus, modifications produites par la mise en charge de la plaque par le système de forces P?

Nous savons:

1° Qu'à l'émergence le rayon O'S' se transformera en deux nouveaux rayons polarisés de même support O'S' et vibrant parallèlement aux axes 1 et 2, c'est-à-dire parallèlement aux tensions principales agissant en O (figure 3).

2° Que la différence de marche  $\delta_3$  de ces deux nouveaux rayons est donnée par la loi de Wertheim que nous écrivons sous la forme<sup>10)</sup>:

$$\delta_3 = c e (\sigma_1 - \sigma_2) \dots \dots \dots (1)$$

(dans cette formule, c représente une constante dépendant de la matière de la plaque et de la longueur d'onde  $\lambda$ , e l'épaisseur de la plaque que nous avons choisie pour le moment égale à l'unité).

Avec les deux lois que nous venons de citer, nous sommes parfaitement renseignés sur la marche relative des deux nouveaux rayons, mais non pas sur leur marche absolue. Or il est certain que la marche du rayon vibrant parallèlement à 1 est en avance ou en retard sur la marche du rayon primitif vibrant parallèlement à A', et qu'il en est de même quant à la marche du rayon vibrant parallèlement à 2 relativement à la marche du rayon primitif vibrant parallèlement à A'.

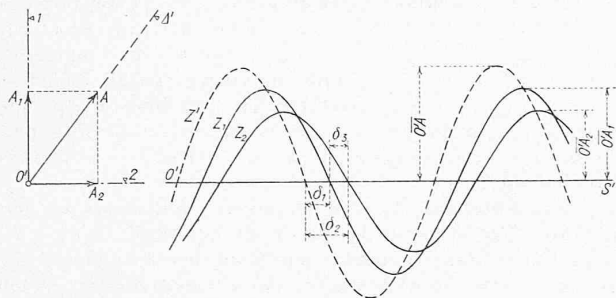


Fig. 4. Z': marche du rayon O'S' avant mise en charge. Z<sub>1</sub> et Z<sub>2</sub>: marches respectives des deux rayons O'S' après mise en charge. OA, OA<sub>1</sub>, OA<sub>2</sub>: amplitudes respectives de ces trois rayons.

Appelons (fig. 4):

$\delta_1$  la différence de marche entre le nouveau rayon vibrant parallèlement à 1 et le rayon primitif (avant mise en charge) vibrant parallèlement à A'.

$\delta_2$  la différence de marche entre le nouveau rayon vibrant parallèlement à 2 et le rayon primitif (avant mise en charge) vibrant parallèlement à A'.

Je dis que dans les conditions envisagées  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont des fonctions linéaires de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  de la forme:

$$\delta_1 = a \sigma_1 + b \sigma_2$$

$$\delta_2 = b \sigma_1 + a \sigma_2$$

<sup>10)</sup> Nous affectons tout de suite  $\delta$  de l'indice 3, cela en vue de la symétrie de nos équations futures.

$\sigma_1$  et  $\sigma_2$  variant entre des limites convenables, a et b étant des constantes dépendant évidemment de la longueur d'onde  $\lambda$  et des propriétés optiques et élastiques de la matière de la plaque.

En effet:

$\delta_1$  et  $\delta_2$  ne peuvent dépendre que de la longueur d'onde  $\lambda$ , des propriétés optiques et élastiques de la matière de la plaque, et de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . Comme, par hypothèse, les propriétés optiques et élastiques de cette matière sont les mêmes en tous les points de la plaque, et que nous n'utilisons que la longueur d'onde  $\lambda$ ,  $\delta_1$  et  $\delta_2$  ne dépendent que de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour une matière de plaque donnée. Nous avons donc:

$$\delta_1 = f_1(\sigma_1, \sigma_2),$$

$$\delta_2 = f_2(\sigma_1, \sigma_2).$$

Développons par exemple  $f_1(\sigma_1, \sigma_2)$  en série, en négligeant les termes dont le degré est supérieur à un (l'expérience seule pourra nous dire entre quelles limites devront varier  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  pour que cette négligence soit permise). Il vient:

$$\delta_1 = f_1(\sigma_1, \sigma_2) = f_1(0,0) + \frac{1}{1} \left( \frac{\partial f_1(0,0)}{\partial \sigma_1} \sigma_1 + \frac{\partial f_1(0,0)}{\partial \sigma_2} \sigma_2 \right)$$

Nous avons en tout cas  $f_1(0,0) = 0$ , car lorsque  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ,  $\delta_1 = 0$  (conséquence du principe de causalité).

On peut donc écrire, pour des valeurs convenables de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ :

$$\delta_1 = \frac{\partial f_1(0,0)}{\partial \sigma_1} \sigma_1 + \frac{\partial f_1(0,0)}{\partial \sigma_2} \sigma_2;$$

en posant

$$\frac{\partial f_1(0,0)}{\partial \sigma_1} = a, \quad \frac{\partial f_1(0,0)}{\partial \sigma_2} = b,$$

nous obtenons:

$$\delta_1 = a \sigma_1 + b \sigma_2;$$

et en remarquant qu'il suffit, par suite de la symétrie, de permuter a et b pour avoir  $\delta_2$ :

$$\delta_2 = b \sigma_1 + a \sigma_2.$$

La proposition énoncée ci-dessus est donc démontrée.

Si notre plaque a une épaisseur non plus égale à l'unité, mais égale à e,  $\delta_1$  et  $\delta_2$  auront pour valeur:

$$\begin{cases} \delta_1 = a e \sigma_1 + b e \sigma_2 & (2) \\ \delta_2 = b e \sigma_1 + a e \sigma_2 & (3) \end{cases}$$

Et maintenant ces formules (2) et (3) nous renseignent parfaitement sur la marche absolue de nos deux nouveaux rayons.

Ces formules satisfont à la loi de Wertheim (1). En effet, par définition (voir fig. 4):

$$\delta_3 = \delta_1 - \delta_2,$$

d'où, en remplaçant  $\delta_1$  et  $\delta_2$  par les valeurs trouvées, et en posant  $a - b = c$ :

$$\delta_3 = c e (\sigma_1 - \sigma_2).$$

Remarquons que l'établissement des formules (2) et (3) à l'aide du développement en série suppose que les coefficients a et b ne sont pas tous les deux nuls. Or ces coefficients ne sont certainement pas nuls ensemble, car si c'était le cas le coefficient c de la loi de Wertheim le serait aussi en vertu de la relation  $a - b = c$ , ce qui est impossible.

Disons tout de suite que nos premières expériences, en particulier celle indiquée au § 7, nous ont permis de constater que pour le verre les lois (2) et (3) sont satisfaites pour des valeurs de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  comprises entre 0 et  $\pm 1,30$  kg/mm<sup>2</sup>.

§ 3. DEUX RELATIONS FONDAMENTALES.

SECONDE DÉMONSTRATION.

On peut arriver aux équations (2) et (3) établies ci-dessus par une autre voie. Neumann<sup>11)</sup> a créé en 1841 une belle théorie de la biréfringence accidentelle des corps isotropes transparents soumis à un état de sollicitation quelconque à trois dimensions. Cette théorie a été reprise par Mach<sup>12)</sup> et d'autres physiciens, notamment M. Bouasse<sup>13)</sup>.

<sup>11)</sup> Neumann. Die Gesetze der Doppelbrechung des Lichtes in comprimierten oder ungleichförmig erwärmten unkrystallinischen Körpern 1841. (Gesammelte Werke, Bd. III 1912 Teubner Leipzig)

<sup>12)</sup> Mach. Die Doppelbrechung des Glases durch Druck. (Optisch-Akustische Versuche. Prague 1873 Calve'sche Univ. Buchhandlg.)

<sup>13)</sup> Bouasse. Cours de Physique: Double Réfraction. 1925. p. 355 et suiv.

Appliquons cette théorie en nous basant sur le Cours de Physique de M. Bouasse (loc. cit). Les premières notes qui suivent sont tirées de ce livre. Nous avons, pour la facilité de notre exposition, apporté quelques modifications aux notations et au texte.

„Hypothèse: la matière non sollicitée est isotrope. L'ellipsoïde des indices se réduit donc à la sphère:

$$v^2 (x^2 + y^2 + z^2) = 1$$

$v$  étant la vitesse de propagation de la lumière dans le milieu non déformé.“

„Après déformation l'ellipsoïde est représenté, les axes de coordonnées étant convenablement choisis, par l'équation:

$$A^2 x^2 + B^2 y^2 + C^2 z^2 = 1$$

$A, B, C$  étant les vitesses de propagation principales après déformation.“

„La théorie de l'élasticité admet que les phénomènes dus à la déformation sont des fonctions linéaires des six quantités  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  qui définissent la déformation. Relativement à un système d'axes cartésiens  $x, y, z$ , et en appelant  $u, v, w$  les composantes du déplacement d'un Point  $P(x, y, z)$  suivant ces axes, nous avons:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; & \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}; & \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}; & \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; & \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned}$$

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  sont les déformations linéaires spécifiques;  $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  les déformations angulaires.“

„Pour les directions principales de déformation les  $\gamma$  disparaissent, appelons  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  les déformations linéaires spécifiques correspondantes. Par raison de symétrie, les axes de l'ellipsoïde des indices coïncident en chaque point avec les directions principales de déformation en ce point.“

„Nous poserons, conformément à ces hypothèses:

$$A^2 - v^2 = a_{11} \epsilon_1 + a_{12} (\epsilon_2 + \epsilon_3)$$

et deux équations symétriques. A cause de la petitesse des coefficients  $a_{11}$  et  $a_{12}$  nous pouvons extraire la racine par approximation. Soit  $a_{12} = 2pv, a_{11} = 2qv$ , il vient:

$$\begin{aligned} A &= v + q \epsilon_1 + p (\epsilon_2 + \epsilon_3) \\ B &= v + q \epsilon_2 + p (\epsilon_1 + \epsilon_3) \\ C &= v + q \epsilon_3 + p (\epsilon_1 + \epsilon_2) \end{aligned}$$

„Soient  $V$  la vitesse de la lumière dans le vide,  $n$  l'indice de réfraction de la matière non sollicitée,  $n_1, n_2, n_3$  les indices principaux après la déformation.<sup>14)</sup> Nous avons:

$$V = n v = n_1 A = n_2 B = n_3 C$$

$$\frac{V}{n_1} - \frac{V}{n} = \frac{n - n_1}{n n_1} V = q \epsilon_1 + p (\epsilon_2 + \epsilon_3),$$

et à cause de la petitesse des coefficients  $p$  et  $q$ :

$$n - n_1 = n \left( \frac{q}{v} \epsilon_1 + \frac{p}{v} (\epsilon_2 + \epsilon_3) \right) \quad (4)$$

On obtient des formules symétriques pour  $n_2$  et  $n_3$ .“

„Les quantités  $\frac{q}{v}$  et  $\frac{p}{v}$  sont des grandeurs numériques. Ce sont les paramètres qui règlent le phénomène.“

„D'une manière générale, chaque élément d'un corps isotrope est transformé en biaxe. Les formules précédentes satisfont au principe de superposition formulé par Brewster: quand on impose au milieu des déformations consécutives puis simultanées, l'effet produit par ces dernières est la somme des effets résultant des impositions successives. Cela revient à dire que les formules qui donnent la variation des indices sont linéaires par rapport aux six quantités qui définissent la déformation.“

Nous allons maintenant appliquer la formule (4), donnée par la théorie de Neumann, au calcul de  $\delta_1$  et  $\delta_2$ .

Considérons comme précédemment une plaque plane mince faite d'une matière transparente, homogène et isotrope. Soient  $E$  et  $\nu$  les constantes élastiques,  $n, \frac{p}{v}$  et  $\frac{q}{v}$  les constantes optiques de la matière de la plaque. Soit encore  $e$  (et non plus 1) son épaisseur (figure 5).

<sup>14)</sup>  $p, q, \nu, n, n_1, n_2, n_3$ , etc. sont relatifs à une longueur d'onde déterminée  $\lambda$ .

Appliquons au bord  $c$  de notre plaque un système de forces en équilibre  $P_1 P_2 \dots P_n$  situées toutes dans le plan équidistant des deux faces. Nous aurons alors un état de sollicitation à deux dimensions au point de vue des tensions.

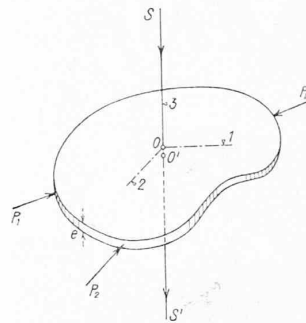


Figure 5. Plaque sollicitée par les forces  $P_1, P_2, \dots, P_n$ .

1, 2, 3 directions principales de déformation en  $O$ .  
1 et 2 sont respectivement parallèles aux tensions principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  agissant en  $O$ ; 3 perpendiculaire à 1 et 2.  
 $SOO'S'$  rayon traversant la plaque sous une incidence nulle.

A tout point tel que  $O$  correspondent deux directions orthogonales 1 et 2 qui sont celles des tensions principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  agissant en ce point.

Les directions principales de déformation en  $O$  sont les directions 1 et 2 (toutes deux parallèles aux faces de la plaque) et la direction 3 perpendiculaire à 1 et 2.

Les déformations linéaires spécifiques relatives aux axes 1, 2, 3 ont ici pour expression:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2); \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1); \\ \epsilon_3 &= -\frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \right\} (5)$$

Supposons qu'un rayon polarisé  $SO$  arrive sur la plaque en  $O$  sous une incidence nulle, en vibrant parallèlement à la direction 1. Que la plaque soit sollicitée par le système  $P$  ou non, ce rayon la traversera sans modifier la direction de ses vibrations: le rayon émergent  $O'S'$  vibrera encore parallèlement à la direction 1. Seulement, par la mise en charge, le rayon  $O'S'$  subit une variation de marche: soit  $\delta_1$  cette variation.

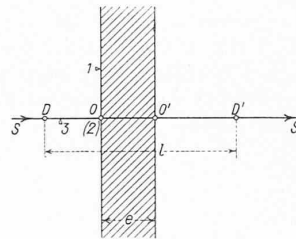


Figure 6. Coupe de la plaque suivant le plan 1-O-3.

$SOO'S'$  rayon traversant la plaque sous une incidence nulle.  $D$  et  $D'$  points arbitraires de ce rayon, situés de part et d'autre de la plaque.

Pour calculer  $\delta_1$  considérons deux points  $D$  et  $D'$  situés de part et d'autre de la plaque sur le rayon  $SOO'S'$  (figure 6). Soit  $l$  la distance géométrique  $DD'$ .

Le chemin optique  $L$  du rayon  $SOO'S'$  relatif à l'espace géométrique  $DD'$  a pour expression, avant la mise en charge:

$$L = l + (n - 1)e \quad (6)$$

Par suite de la mise en charge,  $L$  varie de  $dL$ . Différentions l'équation (6), en remarquant que seuls  $n$  et  $e$  varient.

$$\begin{aligned} dL &= (n - 1) de + e dn. \\ \text{Or } \delta_1 &= -dL. \text{ Nous avons donc:} \\ \delta_1 &= -[(n - 1) de + e dn] \quad (7) \end{aligned}$$

Nous pouvons facilement calculer  $de$  et  $dn$ .

$de = \epsilon_3 e$  et en vertu de la formule (4):

$$dn = n_1 - n = -n \left( \frac{q}{v} \epsilon_1 + \frac{p}{v} (\epsilon_2 + \epsilon_3) \right);$$

d'où, en substituant dans la formule (7):

$$\delta_1 = e \left[ -(n - 1) \epsilon_3 + n \left( \frac{q}{v} \epsilon_1 + \frac{p}{v} (\epsilon_2 + \epsilon_3) \right) \right].$$

En introduisant les valeurs de  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  données par les équations (5), il vient:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= e \frac{1}{E} \left( (n - 1) \nu + n \frac{q}{v} - 2 n \nu \frac{p}{v} \right) \sigma_1 + \\ &e \frac{1}{E} \left( (n - 1) \nu + (1 - \nu) n \frac{p}{v} - n \nu \frac{q}{v} \right) \sigma_2 \quad (8) \end{aligned}$$

Si le rayon incident  $SO$ , au lieu de vibrer parallèlement à 1, vibre parallèlement à 2, on obtient pour la variation de marche  $\delta_2$  du rayon  $O'S'$  vibrant parallèlement à 2:

$$\delta_2 = e \left[ -(n - 1) \epsilon_3 + n \left( \frac{q}{v} \epsilon_2 + \frac{p}{v} (\epsilon_1 + \epsilon_3) \right) \right];$$



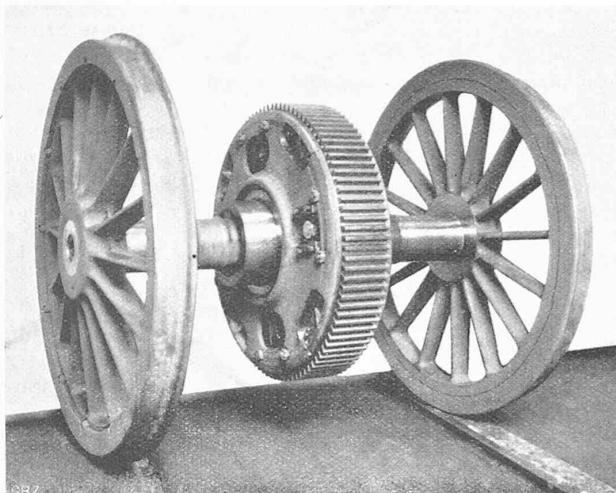


Abb. 4. Triebbradsatz mit als Kupplungs-Gehäuse ausgestaltetem Zahnrad.

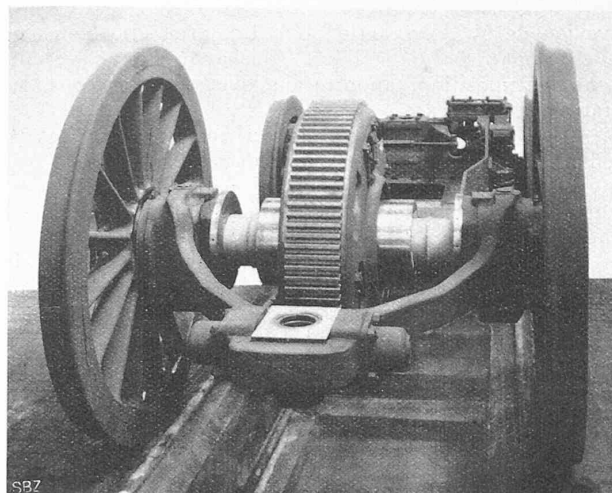


Abb. 6. Sogenanntes „Java“-Drehgestell.

d'où, en introduisant comme précédemment  $\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3$  données par (5):

$$\delta_2 = e \frac{1}{E} \left( (n-1) v + (1-v) n \frac{p}{v} - n v \frac{q}{v} \right) \sigma_1 + e \frac{1}{E} \left( (n-1) v + n \frac{q}{v} - 2 n v \frac{p}{v} \right) \sigma_2 \quad (9)$$

Enfin si le rayon  $SO$  arrive en  $O$  sur la plaque en vibrant parallèlement à une direction  $\Delta$  qui ne coïncide ni avec 1 ni avec 2, le rayon émergent  $O'S'$  sera, avant mise en charge un rayon polarisé vibrant parallèlement à  $\Delta$ , après mise en charge un rayon composé de deux vibrations de support  $O'S'$  dont l'une vibre parallèlement à 1 et l'autre parallèlement à 2. Les différences de marche  $\delta_1$  et  $\delta_2$  de ces deux vibrations relatives à la vibration du rayon  $O'S'$  avant mise en charge, sont données par les formules (8) et (9).

Posons

$$\frac{1}{E} \left( (n-1) v + n \frac{q}{v} - 2 n v \frac{p}{v} \right) = a,$$

$$\frac{1}{E} \left( (n-1) v + (1-v) n \frac{p}{v} - n v \frac{q}{v} \right) = b;$$

nous avons finalement:

$$\begin{cases} \delta_1 = a e \sigma_1 + b e \sigma_2 & \dots \dots \dots (1') \\ \delta_2 = b e \sigma_1 + a e \sigma_2 & \dots \dots \dots (2') \end{cases}$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes dépendant de la matière de la plaque et de la longueur d'onde utilisée.

Les relations (1') et (2') sont exactement les mêmes que les relations (1) et (2) trouvées au § 2. (à suivre)

### Universal-Antrieb „Winterthur“ für elektrische Lokomotiven.

Von Ing. J. BUCHLI, Winterthur.

Vor kurzer Zeit brachte die Schweizerische Lokomotiv- und Maschinenfabrik (SLM) den mechanischen Teil einer elektrischen Lokomotive zur Ablieferung, die in ihrem konstruktiven Aufbau verschiedene Neuerungen besitzt, und auch in bezug auf die hohen Anforderungen, die der Betrieb an sie stellt, interessant ist. Die Lokomotive (Abbildungen 1 und 2), über die hier bereits kurz berichtet worden ist<sup>1)</sup>, ist für die Strecke Bombay-Paona-Igatpuri der Great Indian Peninsula Railway bestimmt, die mit 1500 Volt Gleichstrom betrieben wird; sie muss bei den Abnahmeversuchen die Geschwindigkeit von 137 km/h erreichen, eine Bedingung, die bis heute von keiner elektrischen Schnellzuglokomotive gefordert wurde, und die besonders an die mechanische Gestaltung der Maschine ausserordentliche Anforderungen stellt.

<sup>1)</sup> Vgl. Band 89, Seite 174 (26. März 1927).

Red.

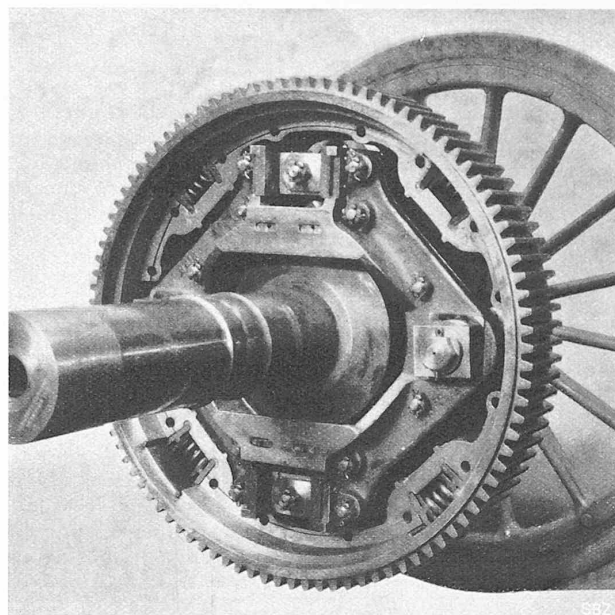


Abb. 5. Blick in das Innere der Kreuzkupplung der S. L. M.

Für den Schnellzugsdienst sind vorgängig der Beschaffung einer grösseren Anzahl drei Probelokomotiven in Auftrag gegeben worden. Es ist kein Zufall, dass daran drei Schweizerfirmen direkt oder indirekt beteiligt sind, denn die Elektrifikation der S. B. B. hat der schweizerischen Maschinenindustrie Gelegenheit gegeben, in reichem Masse Erfahrungen im Bau von elektrischen Fahrzeugen zu sammeln, sodass sie als Lieferanten von Qualitätserzeugnissen ihre Stellung im internationalen Wettbewerb weiter befestigen konnten.

Ein Produkt dieser reichen Erfahrung ist der *Universal-Antrieb „Winterthur“*, mit dem die eingangs erwähnte Schnellzuglokomotive ausgerüstet ist.

Der Einzelachsantrieb als solcher nimmt, dank seiner anerkannten Vorteile, wenigstens bei Personen- und Schnellzuglokomotiven, eine dominierende Stellung ein. Es bestehen verschiedene Systeme solcher Antriebe, die sich durchaus bewährten, aber weitere Verbesserungen nicht ausschliessen. Der *Universal-Antrieb „Winterthur“* wurde gebaut mit dem Zweck, die günstigen Eigenschaften des Systems beizubehalten, unter Aufhebung der Schwächen der bestehenden Ausführungen und unter Hinzufügung weiterer Vorteile besonders betriebstechnischer Natur. Er ist durch zwei hauptsächlich Merkmale gekennzeichnet: durch die koaxiale Lage der Motoren über den Triebbrädern sym-