

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 89/90 (1927)  
**Heft:** 10

## Inhaltsverzeichnis

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Beitrag zur Berechnung von Schrumpfverbindungen. — Die Häuser der Architekten H. W. Moser und M. Kopp (mit Tafeln 6 bis 9). — Druckverteilung im Baugrunde. — Mitteilungen: Die 39. Generalversammlung der G. E. P. Das neue Untergrund-Umformerwerk der Stadt Leipzig. Alte Gotthardbahn-Ingenieure. „Hafraba“. Normalien des Vereins schweizerischer Maschinen-Industrieller. Der „Bund zur För-

derung der Farbe im Stadtbild“. Ausstellung neuer schweizerischer Architektur in Aarau. — Wettbewerbe: Ueberbauung des Stampfenbach-Areals in Zürich. Völkerbund-Gebäude in Genf. — Necrologie: Heinrich Meili-Wapf. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. S. T. S.

## Beitrag zur Berechnung von Schrumpfverbindungen.

Von Dipl.-Ing. W. JANICKI, Zürich-Baden.

Im Anschluss an die in der „S. B. Z.“ vom 7. August 1926 (Band 88, Nr. 6) unter obigem Titel erschienene Arbeit soll die Spannungs- und Deformations-Verteilung bei einer Schrumpfverbindung in dem Falle untersucht werden, wo der Kernkörper eine Hohlwelle von verhältnismässig beträchtlicher Wandstärke ist, während der Mantelkörper wiederum ein Schrumpfring sein möge, wie im erstbehandelten Falle. Die Berechnung einer Schrumpfverbindung mit einem dünnwandigen Rohr als Kernkörper soll einer späteren Betrachtung vorbehalten bleiben.

Fassen wir den in Abb. 1 dargestellten, in der Mitte durch ein ausserordentlich schmales Band von der Breite  $2h$  umschnürten Hohlwellenstumpf ins Auge, den wir uns der Einfachheit der Rechnung halber ohne Beeinträchtigung der Genauigkeit nach beiden Seiten unbegrenzt fortgesetzt denken wollen, so ist der Spannungs-Zustand in der Hohlwelle durch die beiden folgenden partiellen simultanen Differentialgleichungen gekennzeichnet, die man als die statischen Grundgleichungen des Problems ansprechen kann und die die Elastizitätstheorie aller rotations-symmetrisch belasteten Umdrehungskörper beherrschen:

$$\left. \begin{aligned} r \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} (r \tau) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_r) + r \frac{\partial \tau}{\partial x} &= \sigma_t \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (1)$$

Die Bedeutung der vier Spannungskomponenten  $\sigma_r$ ,  $\sigma_t$ ,  $\sigma_x$  und  $\tau$ , durch die der Spannungszustand in einem Punkte  $(x, r)$  des dargestellten Meridianes vollständig beschrieben wird, ist aus der Abbildung ersichtlich.

Ausser der Annahme, dass die Länge der Hohlwelle gegenüber ihrem Aussendurchmesser gross genug ist, um sie mit hinreichender Genauigkeit als unendlich gross ansehen zu können, sei noch die Voraussetzung getroffen, dass die Gesamtkraft  $P$ , mit der das Band den ungefähr in der Mitte der ganzen Länge liegenden Querschnitt umschlingt, eine lineare spezifische Flächendruckverteilung über die halbe Breite  $h$  des Ringes ergibt, also dem Ansatz genügt:

$$p_x = p_o \frac{h-x}{h} \quad \dots \quad (2)$$

worin  $p_o$  den Druck pro Flächeneinheit in der Mitte bedeutet. Die Gesamtkraft  $P$  verteilt sich also demmassen über den ringförmigen Streifen von der Höhe  $2h$ , (wobei  $h$  sehr klein gegenüber  $2r_a$  ist), dass die Beziehung besteht:

$$P = p_o r_a h \quad \dots \quad (3)$$

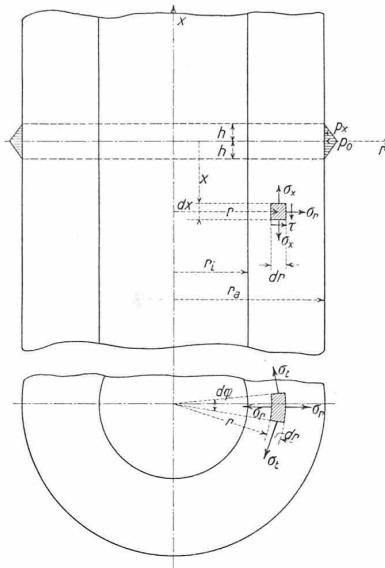


Abb. 1.

Die Spannungsverteilung im Hohlzylinder lässt sich nun nach dem von Ritz aufgestellten Prinzip des Minimums der Formänderungsarbeit mit beliebiger Genauigkeit in der Weise durch ein Näherungsverfahren ermitteln, dass man für zwei Spannungskomponenten, z. B. am geschicktesten für  $\tau$  und  $\sigma_r$ , Ansätze aufstellt, die den Grenzbedingungen genügen und mit grosser Wahrscheinlichkeit das wirkliche elastische Verhalten des Körpers wiedergeben, und dann aus den statischen Gleichungen (1) die beiden fehlenden Spannungskomponenten ermittelt, wobei man dafür Sorge trägt, dass in den beiden ersten Ansätzen noch einige disponible Parameter auftreten. Hierauf berechnet man durch Ausführung einer Integration über den ganzen Rauminhalt des Körpers die diesem angenommenen Spannungszustände entsprechende Formänderungsarbeit, und verfügt über die willkürlichen Freiwerte in der Weise, dass sie die Deformationsarbeit zu einem Minimum machen, wodurch man die beste, mit dem gewählten Ansatz verträgliche Näherungslösung erhält.

Wegen der Symmetrie des Problems kann man alle Betrachtungen auf den in der Richtung der positiven  $x$ -Axe fallenden Teil des Kernkörpers beschränken. Zerlegt man für die Berechnung der Formänderungsarbeit diesen oberen Teil des Hohlzylinders in zwei Abschnitte (Abschnitt I:  $h \leq x \leq \infty$ , Abschnitt II:  $0 \leq x \leq h$ ), so lassen sich für  $\tau$  und  $\sigma_r$  im ersten Abschnitt folgende einfachste Ausdrücke aufstellen:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= c e^{-\gamma x} (r_a - r) (r - r_i) \\ \sigma_r &= \frac{k}{r_a - r_i} e^{-\gamma x} (r_a - r) (r - r_i) \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (4)$$

wobei  $c$ ,  $k$ ,  $\gamma$  disponible Parameter sind. Der exponentielle Dämpfungsfaktor  $e^{-\gamma x}$  trägt dem Umstand Rechnung, dass die Spannungen mit wachsendem  $x$  rasch abklingen, während die beiden Klammerglieder die Tatsache zum Ausdruck bringen, dass die äussere und innere Mantelfläche des Zylinders im ersten Abschnitt frei von äusseren Kräften sind.<sup>1)</sup>

Aus (1) findet man:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{c}{\gamma} e^{-\gamma x} \left( 3r - 2(r_a + r_i) + \frac{r_a r_i}{r} \right) \\ \sigma_t &= -e^{-\gamma x} \left( \frac{k}{r_a - r_i} (3r^2 - 2(r_a + r_i)r + r_a r_i) \right. \\ &\quad \left. + \gamma c r (r_a - r) (r - r_i) \right) \end{aligned} \right\} \quad \begin{matrix} (h \leq x \leq \infty) \\ (r_i \leq r \leq r_a) \end{matrix} \quad (5)$$

Für den zweiten Abschnitt werden die Ansätze (4) beibehalten, wobei allerdings Zusatzglieder hinzunehmen sind, wie sie von den veränderten Anschlussbedingungen gefordert werden. Man findet:

$$\tau = c (r_a - r) (r - r_i) \left( e^{-\gamma x} - \frac{h-x}{h} \right) \quad \dots \quad (6)$$

mit der Grenz- und Uebergangsbedingung:

$$\tau = 0 \text{ für } x = 0 \text{ und } (\tau)_{x=h} = (\tau)_{x=h}$$

woraus aus (1a):

$$\sigma_x = c \left( 3r - 2(r_a + r_i) + \frac{r_a r_i}{r} \right) \left( -\frac{1}{\gamma} e^{-\gamma x} + \frac{(h-x)^2}{2h} \right) \quad (7)$$

<sup>1)</sup> Durch Multiplikation beider Ansätze für  $\tau$  und  $\sigma_r$  mit einem Polynom von der Form  $\sum c_n r^n$  und  $\sum k_n r^n$ , d. h. durch Einführung weiterer Freiwerte  $c_i$  und  $k_i$  in der Anzahl  $2n$  könnte die Genauigkeit des hier angewandten Verfahrens beliebig gesteigert werden, wovon aber an dieser Stelle der Umständlichkeit der Rechnung abgesehen sei.