

Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **89/90 (1927)**

Heft 10

PDF erstellt am: **21.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

INHALT: Beitrag zur Berechnung von Schrumpferverbindungen. — Die Häuser der Architekten H. W. Moser und M. Kopp (mit Tafeln 6 bis 9). — Druckverteilung im Baugrunde. — Mitteilungen: Die 39. Generalversammlung der G. E. P. Das neue Untergrund-Umformerwerk der Stadt Leipzig. Alte Gotthardbahn-Ingenieure. „Hafraba“. Normalien des Vereins schweizerischer Maschinen-Industrieller. Der „Bund zur För-

derung der Farbe im Stadtbild“. Ausstellung neuer schweizerischer Architektur in Aarau. — Wettbewerbe: Ueberbauung des Stampfenbach-Areals in Zürich. Völkerbund-Gebäude in Genf. — Nekrologe: Heinrich Meili-Wapf. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. S. T. S.

Band 90.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 10

### Beitrag zur Berechnung von Schrumpferverbindungen.

Von Dipl.-Ing. W. JANICKI, Zürich-Baden.

Im Anschluss an die in der „S. B. Z.“ vom 7. August 1926 (Band 88, Nr. 6) unter obigem Titel erschienene Arbeit soll die Spannungs- und Deformations-Verteilung bei einer Schrumpferverbindung in dem Falle untersucht werden, wo der Kernkörper eine Hohlwelle von verhältnismässig beträchtlicher Wandstärke ist, während der Mantelkörper wiederum ein Schrumpfring sein möge, wie im erstbehandelten Falle. Die Berechnung einer Schrumpferverbindung mit einem dünnwandigen Rohr als Kernkörper soll einer spätern Betrachtung vorbehalten bleiben.

Fassen wir den in Abb. 1 dargestellten, in der Mitte durch ein ausserordentlich schmales Band von der Breite  $2h$  umschnürten Hohlwellenstumpf ins Auge, den wir uns der Einfachheit der Rechnung halber ohne Beeinträchtigung der Genauigkeit nach beiden Seiten unbegrenzt fortgesetzt denken wollen, so ist der Spannungs-Zustand in der Hohlwelle durch die beiden folgenden partiellen simultanen Differentialgleichungen gekennzeichnet, die man als die statischen Grundgleichungen des Problems ansprechen kann und die die Elastizitätstheorie aller rotations-symmetrisch belasteten Umdrehungskörper beherrschen:

$$\left. \begin{aligned} r \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r}(r \tau) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r}(r \sigma_r) + r \frac{\partial \tau}{\partial x} &= \sigma_t \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

Die Bedeutung der vier Spannungskomponenten  $\sigma_r$ ,  $\sigma_t$ ,  $\sigma_x$  und  $\tau$ , durch die der Spannungszustand in einem Punkte  $(x, r)$  des dargestellten Meridianes vollständig beschrieben wird, ist aus der Abbildung ersichtlich.

Ausser der Annahme, dass die Länge der Hohlwelle gegenüber ihrem Aussendurchmesser gross genug ist, um sie mit hinreichender Genauigkeit als unendlich gross ansehen zu können, sei noch die Voraussetzung getroffen, dass die Gesamtkraft  $P$ , mit der das Band den ungefähr in der Mitte der ganzen Länge liegenden Querschnitt umschlingt, eine lineare spezifische Flächendruckverteilung über die halbe Breite  $h$  des Ringes ergibt, also dem Ansatz genügt:

$$p_x = p_0 \frac{h-x}{h} \dots (2)$$

worin  $p_0$  den Druck pro Flächeneinheit in der Mitte bedeutet. Die Gesamtlast  $P$  verteilt sich also dermassen über den ringförmigen Streifen von der Höhe  $2h$ , (wobei  $h$  sehr klein gegenüber  $2r_a$  ist), dass die Beziehung besteht:

$$P = p_0 r_a h \dots (3)$$

Die Spannungsverteilung im Hohlzylinder lässt sich nun nach dem von Ritz aufgestellten Prinzip des Minimums der Formänderungsarbeit mit beliebiger Genauigkeit in der Weise durch ein Näherungsverfahren ermitteln, dass man für zwei Spannungskomponenten, z. B. am geschicktesten für  $\tau$  und  $\sigma_r$ , Ansätze aufstellt, die den Grenzbedingungen genügen und mit grosser Wahrscheinlichkeit das wirkliche elastische Verhalten des Körpers wiedergeben, und dann aus den statischen Gleichungen (1) die beiden fehlenden Spannungskomponenten ermittelt, wobei man dafür Sorge trägt, dass in den beiden ersten Ansätzen noch einige disponible Parameter auftreten. Hierauf berechnet man durch Ausführung einer Integration über den ganzen Rauminhalt des Körpers die diesem angenommenen Spannungszustande entsprechende Formänderungsarbeit, und verfügt über die willkürlichen Freiwerte in der Weise, dass sie die Deformationsarbeit zu einem Minimum machen, wodurch man die beste, mit dem gewählten Ansatz verträgliche Näherungslösung erhält.

Wegen der Symmetrie des Problems kann man alle Betrachtungen auf den in der Richtung der positiven  $x$ -Axe fallenden Teil des Kernkörpers beschränken. Zerlegt man für die Berechnung der Formänderungsarbeit diesen oberen Teil des Hohlzylinders in zwei Abschnitte (Abschnitt I:  $h \leq x \leq \infty$ , Abschnitt II:  $0 \leq x \leq h$ ), so lassen sich für  $\tau$  und  $\sigma_r$  im ersten Abschnitt folgende einfachste Ausdrücke aufstellen:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= c e^{-\gamma x} (r_a - r) (r - r_i) \\ \sigma_r &= \frac{k}{r_a - r_i} e^{-\gamma x} (r_a - r) (r - r_i) \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

wobei  $c, k, \gamma$  disponible Parameter sind. Der exponentielle Dämpfungsfaktor  $e^{-\gamma x}$  trägt dem Umstand Rechnung, dass die Spannungen mit wachsendem  $x$  rasch abklingen, während die beiden Klammernglieder die Tatsache zum Ausdruck bringen, dass die äussere und innere Mantelfläche des Zylinders im ersten Abschnitt frei von äusseren Kräften sind.<sup>1)</sup>

Aus (1) findet man:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{c}{\gamma} e^{-\gamma x} \left( 3r - 2(r_a + r_i) + \frac{r_a r_i}{r} \right) \\ \sigma_t &= -e^{-\gamma x} \left( \frac{k}{r_a - r_i} (3r^2 - 2(r_a + r_i)r + r_a r_i) \right. \\ &\quad \left. + \gamma c r (r_a - r) (r - r_i) \right) \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

$\left( \begin{aligned} h &\leq x < \infty \\ r_i &\leq r < r_a \end{aligned} \right)$

Für den zweiten Abschnitt werden die Ansätze (4) beibehalten, wobei allerdings Zusatzglieder hinzuzunehmen sind, wie sie von den veränderten Anschlussbedingungen gefordert werden. Man findet:

$$\tau = c (r_a - r) (r - r_i) \left( e^{-\gamma x} - \frac{h-x}{h} \right) \dots (6)$$

mit der Grenz- und Uebergangsbedingung:

$$\tau = 0 \text{ für } x = 0 \text{ und } (\tau)_{x=h} = (\tau)_{x=h}$$

woraus aus (1a):

$$\sigma_x = c \left( 3r - 2(r_a + r_i) + \frac{r_a r_i}{r} \right) \left( -\frac{1}{\gamma} e^{-\gamma x} + \frac{(h-x)^2}{2h} \right) (7)$$

<sup>1)</sup> Durch Multiplikation beider Ansätze für  $\tau$  und  $\sigma_r$  mit einem Polynom von der Form  $\sum c_n r^n$  und  $\sum k_n r^n$ , d. h. durch Einführung weiterer Freiwerte  $c_i$  und  $k_i$  in der Anzahl  $2n$  könnte die Genauigkeit des hier angewandten Verfahrens beliebig gesteigert werden, wovon aber an dieser Stelle der Umständlichkeit der Rechnung wegen abgesehen sei.

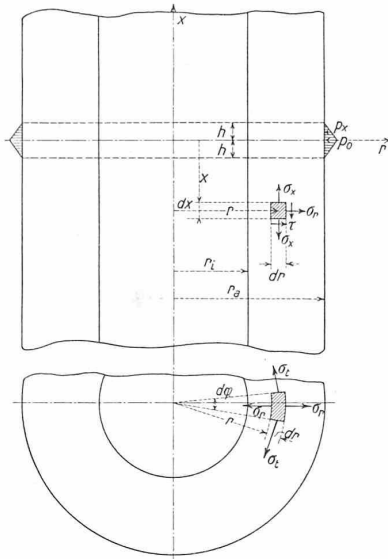


Abb. 1.