Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 89/90 (1927)
Heft: 1

Artikel: Berechnung der Eigenfrequenzen von Dampfturbinenschaufeln
Autor: Jaquet, E.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-41718

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Berechnung der Eigenfrequenzen von Dampfturbinenschaufeln. — Römisch-katholische St. Antonius-Kirche in Basel (mit Tafeln 1 bis 4). — Zur Finanzlage der S. B. B. — Mitteilungen: Eidgen. Technische Hochschule. Internationaler Orientierungskurs über Arbeitsrationalisierung, 6. bis 9. Juli 1927 in Zürich. Bundesratsbeschluss über die Konzessionierung regelmässiger, öffentlicher und gewerblicher Rundfahrten. Reussbrücke Mellingen. Zürcher Kunstgewerbe in München. Die Hochbrücke über die Meerstrasse von Carquinez. Glasers Annalen. Schweizer. Naturforschende Gesellschaft. Lorraine-Brücke in Bern. Neue reformierte Kirche in Olten. — Nekrologie: Marius Kastler. — Wettbewerbe: Greisenasyl in Burgdorf. Völkerbunds-Gebäude Genf. Kantonalbankgebäude in Arbon. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Generalversammlung der G. E. P. in Schaffhausen. S. T. S.

Band 90. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 1

Berechnung der Eigenfrequenzen von Dampfturbinenschaufeln.

Von Dr. E. JAQUET, Dipl. Masch.-Ing., Pilsen.

Die Schwingungen der Laufschaufeln gehören zu den unangenehmsten Erscheinungen im Dampfturbinenbau und können, wie bekannt, zu verheerenden Folgen führen. Die Kanäle der Leitapparate sind durch mehr oder weniger starke Stege von einander getrennt, sodass die Schaufel durch einen „zerhackten" Dampfstrom saust, der eine erzwungene Schwingung hervorruft. Besteht nun Resonanz zwischen der Eigenfrequenz der Laufschaufel und der Frequenz dieser Impulse, so kann bei ungenügender Dämpfung ein Ermüdungsbruch eintreten. Ueber die Art der Dämpfung sind schon verschiedene Ansätze gemacht worden, die aber noch nicht zu voller Befriedigung geführt haben. Um den Schwingungen tunlichst aus dem Wege zu gehen, trachtet man am besten danach, die erregende Kraft klein zu machen, was durch dünne Leitstege (gefräste statt gegossene Düsen) erreicht werden kann, sodass der auftretende Dampfstrom kontinuierlicher wird. Ferner wird es angeraten sein, Resonanzgebiete möglichst zu vermeiden. In der vorliegenden Arbeit sollen nun einige Methoden zur Berechnung der Eigenfrequenzen besprochen und für Spezialfälle ein Verfahren zu deren leichter Ermittlung angegeben werden.

Es sind dafür drei verschiedene Methoden gebräuchlich: eine analytische, eine graphische und eine gemischte.

Die *analytische Methode,* nach den Ansätzen von Rayleigh [1]), ist überall da anwendbar, wo wir es mit zylindrischen Schaufeln (Querschnitt und Trägheitsmoment = konstant) aus homogenem Material zu tun haben [2]).

Die *graphische Methode* [3]) geht ebenfalls auf Rayleigh zurück. Sie ist die einzige, mit der man auch verjüngte Schaufeln (Querschnitt und Trägheitsmoment = variabel), mit oder ohne Bandage, behandeln kann. Sie ist somit die allgemeinste Methode, nur leider etwas umständlich, besonders bei den Oberschwingungen, wo das Verfahren nicht mehr konvergent [4]) ist, und wo man sich mit Probieren oder Superposition mehrerer Schwingungen aushelfen muss. Diese beiden ersten Methoden sind hinreichend bekannt und sollen daher nicht weiter besprochen werden.

Die *gemischte Methode,* eine graphisch-analytische Interpolationsmethode wird mit Vorteil verwendet für zylindrische Schaufeln mit einer Einzelmasse am freien Ende. Es gibt Firmen [5]), die die Bandage so ausführen, dass sie die radiale Abdeckung des Schaufelkanals jeweilen mit der betreffenden Schaufel aus einem Stück herstellen, wodurch das Aufnieten der Bandagebleche entfällt. Die weitern Rechnungen befassen sich ausschliesslich mit solchen Schaufeln, die am Fusse eingespannt sind und am freien Ende eine Einzelmasse tragen [6]).

Es bezeichne:

l	die Länge der Schaufel
m_1	die Masse der Schaufel pro Längeneinheit
J	das Trägheitsmoment
E	den Elastizitätsmodul
$m_S = m_1 l$	die Masse der Schaufel
m_D	die Masse der Deckplatte
$n = \lambda/2\pi$	die Frequenz.

[1]) J. W. Rayleigh, „Theorie des Schalles".

[2]) Siehe z. B. W. Hort, „Technische Schwingungslehre", § 90, sowie „Zeitschrift für technische Physik", 1925, Nr. 6, Seite 216, wo erzwungene Schwingungen mit Hilfe von sogen. Normalfunktionen behandelt werden.

[3]) Siehe z. B. Stodola, „Dampf- und Gasturbinen", V. Aufl., S. 946.

[4]) Aehnlich wie bei den kritischen Drehzahlen der Wellen, siehe Stodola, l. c. Seite 386.

[5]) Z. B. die A.-G. vormals Skodawerke in Pilsen.

Legen wir ein rechtwinkliges Koordinatensystem so, dass der Ursprung mit der Einspannungsstelle, die x-Richtung mit der Schaufelaxe zusammenfällt. Die Querschwingung möge in der x-y-Ebene stattfinden. Für die Form der elastischen Linie lässt sich dann der folgende Ausdruck schreiben:

$$y = [a e^{\varkappa x} + a' e^{-\varkappa x} + b \cos \varkappa x + b' \sin \varkappa x] \cos \lambda t \quad (1)$$

wobei t die Zeit bedeutet und $\varkappa$ eine Abkürzung für

$$\varkappa = \left(\frac{m_1 \lambda^2}{JE}\right)^{1/4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Die Koeffizienten a, a', b, b' bestimmen sich aus den Randbedingungen:

1. für $x = 0$: $y = y' = 0$ [7]) . . . . . (3)
2. für $x = l$: $y'' = 0$ d. h. Moment $= 0$. (4)

Ferner ist am freien Ende eine Schubkraft vorhanden, von der Trägheit der Deckplatte herrührend, sodass

$$m_D \ddot{y} = JE y''' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

nach einigen Zwischenrechnungen erhält man für die Masse m_D der Deckplatte den Ausdruck:

$$m_D = \frac{2 + \cos \varkappa l \,(e^{\varkappa l} + e^{-\varkappa l})}{A\,[e^{\varkappa l}(\sin \varkappa l - \cos \varkappa l) + e^{-\varkappa l}(\sin \varkappa l + \cos \varkappa l)]} \quad (6)$$

wobei

$$A = \lambda^2 / JE \varkappa^3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Aus den bekannten Grössen λ zu berechnen ist ziemlich umständlich. Es führt rascher zum Ziel, wenn man einige λ annimmt und m_D berechnet. Durch graphische Interpolation findet man beim wahren Wert von m_D den zugehörigen Wert von λ.

Allein auch diese Rechnung nimmt viel Zeit in Anspruch und bietet dem Ungeübten einige Schwierigkeit in der vernünftigen Wahl der Werte von λ. Bei der Vielstufigkeit der modernen Turbinen wäre es erwünscht, Formeln oder Kurven zu besitzen, die ein rasches und sicheres Auffinden der Schwingungszahlen gestatten.

Die Masse m_D bewirkt, dass die Frequenz des Grundtones und der Obertöne herabgesetzt wird, verglichen mit der Schaufel ohne Einzelmasse. Der Grundton n_0 der Schaufel ohne Deckel ist gegeben durch [8])

$$n_0 = 0{,}56 \left(\frac{JE}{m_1 l^4}\right)^{1/2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

die folgenden Obertöne n_1 und n_2 stehen im Verhältnis

$$n_0 : n_1 : n_2 = 1 : 6{,}3 : 17{,}5 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Wir wollen nun untersuchen, um wieviel diese Frequenzen herabgesetzt werden bei einem beliebigen Massenverhältnis α = Masse der Deckplatte : Masse der Schaufel. Setzen wir in den Ausdruck (8) $\varkappa \lambda = \xi$ ein, so finden wir

$$\alpha = \frac{m_D}{m_S} = \frac{2 + \cos \xi \,(e^{\xi} + e^{-\xi})}{\xi\,[e^{\xi}(\sin \xi - \cos \xi) + e^{-\xi}(\sin \xi + \cos \xi)]} \quad (10)$$

Diskussion dieser Gleichung $\alpha = f(\xi)$.

a) Die Nullstellen:

$$0 = 1 + \cos \xi \,\frac{(e^{\xi} + e^{-\xi})}{2} = 1 + \cos \xi \cosh \xi \quad (11)$$

Dies ist die bekannte Periodengleichung für den Stab ohne Einzelmasse. Die Lösungen [9]) dazu hat schon Rayleigh angegeben:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= 0{,}597\,\pi \\ \xi_2 &= 1{,}494\,\pi \sim {}^3/_2\,\pi \\ \xi_3 &= {}^5/_2\,\pi \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

[6]) Das selbe Problem behandelt W. Hort in anderer Form. Vergl. „Technische Schwingungslehre", 2. Auflage, Seite 458.

[7]) Striche bedeuten Ableitung nach der Länge x, Punkte nach der Zeit.

[8]) Siehe z. B. Stodola, l. c., Seite 296,

[9]) Siehe z. B. Hort, l. c., Seite 458.

b) Die Unendlichkeitstellen: α wird unendlich für $\xi = 0$, oder wenn der eckige Klammerausdruck im Nenner von Gleichung (10) verschwindet

$$e^{\xi}(\sin\xi - \cos\xi) + e^{-\xi}(\sin\xi + \cos\xi) = 0 \qquad (13)$$

Für grosse ξ ist der zweite Summand neben dem ersten vernachlässigbar und α wird ∞ für $\sin\xi = \cos\xi$, d. h.

$$\xi_\infty = {}^5/_4\,\pi,\ {}^9/_4\,\pi,\ {}^{13}/_4\,\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (14)$$

Dies entspricht genau den Lösungen für den an einem Ende eingespannten, am andern Ende drehbar gestützten Stab. Eine sehr schwere Masse am freien Ende setzt einer raschen Bewegung einen so grossen Trägheits-Widerstand entgegen, dass die Schaufel schwingt, als wäre sie am Ende frei drehbar gelagert. Bei den Oberschwingungen rücken die Knotenpunkte der elastischen Linie mit wachsendem α, d. h. grösser werdender Einzelmasse, ceteris paribus, gegen das frei schwingende Schaufel-Ende.

c) Die Ableitung der Funktion an den Nullstellen. Man setze

$$\alpha = \frac{u(\xi)}{v(\xi)}$$

wobei u dem Zähler des Ausdrucks (10) und v dem Nenner entspricht, bilde die Ableitung nach ξ und setze darin $u = 0$. Es wird

$$\left(\frac{d\alpha}{d\xi}\right)_{\alpha=0} = \frac{-1}{\xi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (15)$$

Tragen wir α als Ordinate über ξ als Abszisse auf und ziehen an den Nullstellen die Tangenten, so besitzen diese einen gemeinsamen Schnittpunkt auf der Ordinaten-Axe bei $\alpha = 1$.

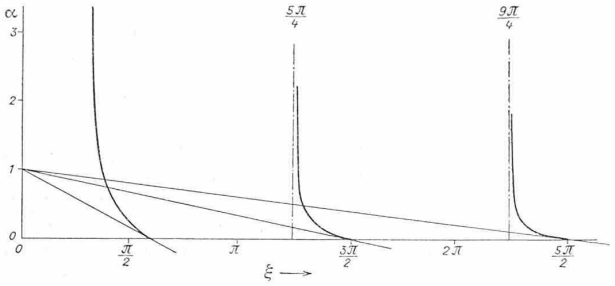

Abb. 1.

In Abbildung 1 ist der Verlauf der Funktion $\alpha(\xi)$ für die Grundschwingung und die beiden ersten Oberschwingungen dargestellt. Die Kurvenäste für negatives α sind weggelassen, da sie im vorliegenden Fall keine praktische Bedeutung haben.

d) Der Zusammenhang zwischen α und den Schwingungszahlen λ Aus $\xi = \varkappa l$ und der Gleichung (2) folgt, dass λ proportional ξ^2 ist. Man braucht also nur den Masstab der Abszisse proportional ξ^2 zu verändern, um die $(\alpha\lambda)$-Kurve zu erhalten. Setzen wir

$$\xi^2 = b\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (16)$$

dann folgt aus (15)

$$\xi\left(\frac{d\xi}{d\alpha}\right)_{\alpha=0} = -\xi^2 = -b\lambda \quad . \quad . \quad . \qquad (17)$$

woraus sich

$$\left(\frac{d\lambda}{d\alpha}\right)_{\alpha=0} = -2\lambda_{\alpha=0} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (18)$$

die Neigung der Tangenten an die λ-Kurve an den Nullstellen ergibt.

Es bezeichne λ_0 die Frequenzen der Schaufel ohne Deckplatte, λ_m die mit einer solchen. Das Verhältnis $\lambda_m/\lambda_0 = \varepsilon$ lässt sich aus den λ-Kurven ermitteln und ist in Abbildung 2 veranschaulicht. Aus (18) folgt, dass für die Grund- und die Oberschwingungen eine gemeinsame Tangente an die ε-Kurven im Punkte $\alpha = 0$ besteht. Es ist nämlich

$$\left(\frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)_{\alpha=0} = \frac{1}{\lambda_0}\left(\frac{d\lambda_m}{d\alpha}\right)_{\alpha=0} = -2 \quad . \quad . \qquad (19)$$

Sollen nun die Schwingungszahlen einer bestimmten Schaufel ermittelt werden, so verfährt man folgendermassen: Man rechnet zuerst die Grundschwingung n_0 der Schaufel ohne Deckel aus, gemäss Gl. (8). Die Oberschwingungen stehen dazu in bestimmten Verhältnissen

$$n_0 : n_1 : n_2 : \ldots\ldots = 1 : 6{,}3 : 17{,}5 : \ldots\ldots$$

Nun rechnet man das Massenverhältnis α aus und liest aus den Kurven die Werte von ε_0, ε_1, ε_2 ab. Dann erhält man für die Frequenzen n^* der Schaufel mit einer Deckplatte

Grundschwingung $= n_0^* = \varepsilon_0 n_0$
1. Oberschwingung $= n_1^* = \varepsilon_1 n_1 = \varepsilon_1\ 6{,}3\, n_0$
2. Oberschwingung $= n_2^* = \varepsilon_2 n_2 = \varepsilon_2\, 17{,}5\, n_0$

Aus dem allgemeinen Verlauf der ε-Kurven geht hervor, dass die Grundschwingung am meisten durch die Einzelmasse beeinflusst wird, während die höhern Obertöne das viel weniger werden. Nur der Grundton kann durch eine zusätzliche Masse ständig erniedrigt werden. Bei den Obertönen wird dieser Erniedrigung ein Halt geboten durch die Trägheit der Einzelmasse, die den raschen Bewegungen nicht mehr folgen kann. Die ε-Kurven für die Obertöne schmiegen sich asymptotisch einem Endwert an, den man erhält, wenn man das Verhältnis der Schwingungszahlen einer aussen drehbar gelagerten zu einer freischwingenden Schaufel ohne Masse bildet.

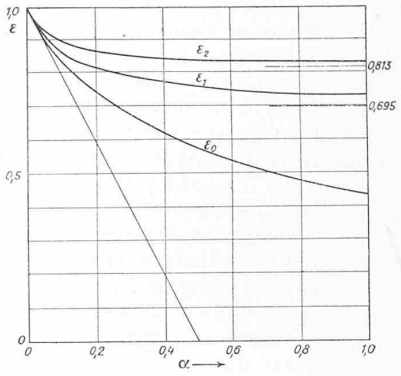

Abb. 2.

Nach Rayleigh gilt für eine zylindrische Schaufel, die an einem Ende eingespannt, am andern frei ist:

$$n = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\nu^2}{2\pi}\left(\frac{JE}{m_s\, l^4}\right)^{1/2}$$

dabei hat ν der Gleichung $\operatorname{tgh}\nu = \operatorname{tg}\nu$ zu gehorchen, woraus für ν die Lösungen

$$\nu = {}^5/_4\,\pi,\ {}^9/_4\,\pi,\ {}^{13}/_4\,\pi$$

folgen. Für die erste Oberschwingung folgt nun der Wert der Asymptote von ε

$$\varepsilon_{\mathrm{I}} = \left(\frac{n}{n_0}\right)_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{5\pi}{4}\right)^2 \frac{1}{0{,}56\cdot 6{,}3} = 0{,}695$$

und für die 2. Oberschwingung

$$\varepsilon_{\mathrm{II}} = \left(\frac{n}{n_0}\right)_{\mathrm{II}} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^2 \frac{1}{0{,}56\cdot 17{,}5} = 0{,}813$$

Aus den Kurven geht hervor, dass die höhern Obertöne bei wachsendem Massenverhältnis α relativ rasch ihre maximale Frequenzerniedrigung erreichen.

Näherungsmethode nach Dunkerley zur Bestimmung der Grundschwingung.

Es sei

$$n_0 = 0{,}56\sqrt{\frac{JE}{m_s\, l^4}} = 0{,}56\sqrt{\frac{JE}{m_S\, l^3}} \quad . \quad . \qquad (20)$$

die Frequenz der Schaufel ohne Deckplatte. Ferner $n_D =$ Frequenz der Deckplatte mit masseloser Schaufel und $n_m =$ die Frequenz der Schaufel mit Deckel. Dann ist nach Dunkerley

$$\frac{1}{n_m^2} = \frac{1}{n_0^2} + \frac{1}{n_D^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (21)$$

Um n_D zu ermitteln, setzen wir die Trägheitskraft auf den Deckel m_D

$$P = m_D y \lambda^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (22)$$

Nach der Elastizitätstheorie ist die Durchbiegung am freien Ende

$$y = \frac{P\lambda^3}{3JE} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (23)$$

Aus (22) und (23) folgt

$$n_D^2 = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 = \frac{1}{(2\pi)^2}\,\frac{1}{m_D}\,\frac{3JE}{l^3} \quad . \quad . \qquad (24)$$

Setzt man (20) und (24) in (21) ein und bildet das Verhältnis der Frequenzen mit und ohne Deckel, so erhält man den Ausdruck:

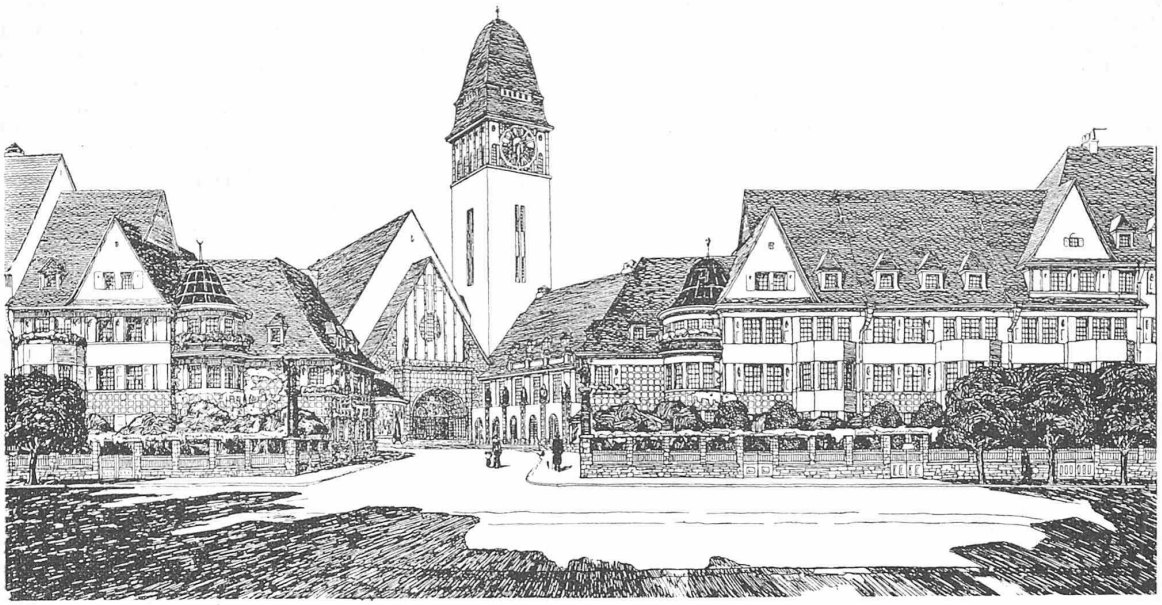

Abb. 1. Im Wettbewerb von 1911 erstprämiierter Entwurf von Arch. G. Doppler, Basel. — Ansicht der Baugruppe aus Osten.

$$\varepsilon_0 = \frac{n_m}{n_0} = \left(1 + \frac{n_0^2}{n_p^2}\right)^{-1/2} = \left(1 + \frac{0{,}56}{3}\, 4\,\pi^2\, \frac{m_p}{m_S}\right)^{-1/2}$$
$$= (1 + 4{,}13\,\alpha)^{-1/2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Diese Kurve fällt praktisch mit der vorhin für die Grundschwingung ermittelten ε-Kurve zusammen, was ein indirekter Beweis für die Brauchbarkeit dieser Näherungsmethode ist.

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene Methoden zur Berechnung der Eigenfrequenzen von Dampfturbinenschaufeln angeführt. Speziell wird ein Verfahren angegeben für zylindrische Schaufeln mit Einzelmasse (Deckplatte, Bandage) am freien Ende. Es werden Kurven ermittelt, an Hand deren ein rasches und sicheres Auffinden der Grund- und Oberschwingungen solcher Schaufeln für beliebige Verhältnisse der Deckelmasse zur Gesamtmasse der Schaufel möglich ist.

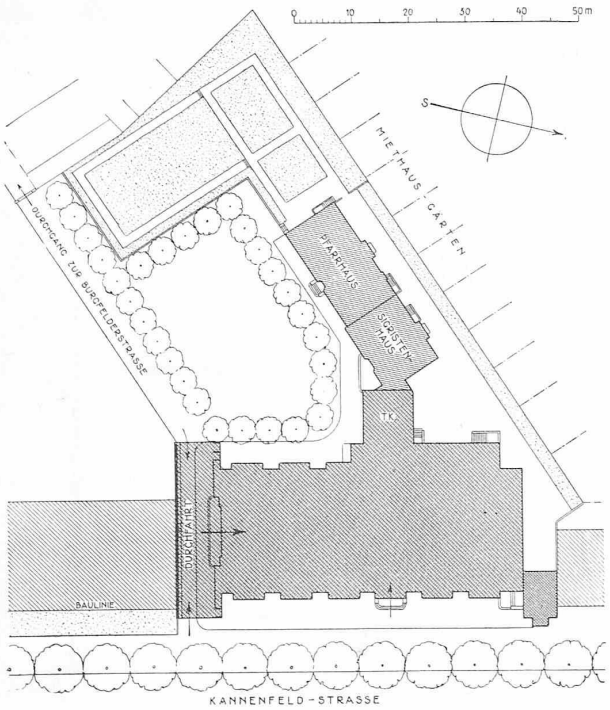

Abb. 2. Lageplan der St. Antoniuskirche in Basel. — Masstab 1 : 1200.

Röm.-katholische St. Antoniuskirche in Basel.

Architekten Prof. KARL MOSER (Zürich), G. DOPPLER & SOHN (Basel).

(Hierzu Tafeln 1 bis 4.)

Die Ueberbauung des in seinem hintern Teil schiefwinklig abgedrehten Grundstücks an der Kannenfeldstrasse in Basel war 1911 Gegenstand eines Wettbewerbs, aus dem Arch. Gustav Doppler als Sieger hervorgegangen war.[1]) Sein Entwurf sah, wie die übrigen prämiierten, vor, die Kirche in den hintern Teil, also schräg zur Strasse zu stellen, und vorn eine durch abgestufte Firsten von Wohnhäusern flankierte Einfahrt in einen intimen Kirchenvorplatz zu schaffen, wie es das unserer damaligen Berichterstattung entnommene Bild zeigt (Abb. 1). Dem Lageplan (Abb. 2) der nunmehr verwirklichten Kirche ist zu entnehmen, dass sich in den seither verstrichenen anderthalb Dezennien die Situation gründlich, sozusagen in ihr Gegenteil verändert hat. Das nämliche gilt auch von der formalen Gestaltung, wie die nachfolgenden Bilder zeigen. Dieses Beispiel für den Wandel der architektonischen Anschauungen, hier in Basel wie überall, ist so eindrucksvoll, dass wir nicht versäumen wollten, Einst und Jetzt unsern Lesern vor Augen zu führen. Die Unterlagen zu nachfolgender Beschreibung verdanken wir den Herren Prof. Karl Moser (dem Lehrer des jungen Doppler, mit dem sich die Basler Architektenfirma für die Ausführung verbunden hat), und Ing. Otto Ziegler in Basel, dem der besonders wichtige konstruktive Teil dieses Eisenbeton-Bauwerks anvertraut war.

Der Grundgedanke war, die Kirche in die beidseitig mit vier- bis fünfstöckigen Häusern bebaute und mit einer Allee bepflanzte Kannenfeldstrasse zu rücken, um einen sonnigen, gegen Südosten gelegenen freien Hof zu gewinnen, und die Kirche als kräftige Erscheinung zwischen die Miethäuser hineinzusetzen. Die Folge davon war, dass der Hauptzugang zur Kirche vom Durchgang zum Hofe aus erfolgen musste. Die Heraushebung des Kirchenbaues aus der profanen Häuserreihe wurde durch Vorziehen des kräftigen Portalbaues auf der einen und des Turmes auf der andern Seite erreicht (Abb. 2 und Tafelbild 2) Im Hof liegen mit Hauptfront gegen Südosten Pfarrhaus, Sigristenhaus, Taufkapelle (diese in direkter Verbindung mit der Kirche), Pfarrgarten und Spielplatz (Abb. 8, S. 5). Im Pfarrgarten können später noch andere notwendige Gemeindebauten, wie Vereinslokale, Säle usw., erstellt werden.

Die skizzierte Idee findet ihren Ausdruck im architektonischen Aufbau: Der Kirchenfirst liegt höher als die

[1]) Vergl. Darstellung der Entwürfe Bd. 57, Nr. 20 u. 21 (Mai 1911).