Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 89/90 (1927)

Heft: 16

Artikel: Wachstumsgesetze und spezifische Drehzahlen der Maschinen

Autor: Kummer, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-41678

INHALT: Wachstumsgesetze und spezifische Drehzahlen der Maschinen. — Das alte Schloss Rhaezüns, ein Ferienheim für Auslandschweizer (mit Tafeln 13/14). — Der Abbruch der alten Eisenbahnbrücke über die Sitter bei Bruggen, St. Gallen. — Pompes funèbres. — Mitteilungen: Ueber die zukünftige Entwicklung des Eisenbahn-, Signal- und Sicherungswesens. Pompes funèbres. Eine Ausstellung im Kunstgewerbe-museum in Zürich. Städtebauliche Studienreise durch die nordischen Länder. Eine betriebswissenschaftliche Bücherstube. Betonstrassen. Arnold Böcklin-Gedächtnis-Ausstellung in Basel. Basler Rheinhafen-Verkehr. Hafenbautechnische Gesellschaft Hamburg. Ueber die Schreibweise physikalischer Gleichungen. Elektrische Anlagen Norwegens. — Wettbewerbe: Wandmosaik in der Rosenberg-Friedhofkapelle Winterthur. Gewerbeschule und Kunstgewerbemuseum in Zürich. Völkerbundgebäude Genf. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizer. Ing.- u. Arch.-Verein. Sektion Bern.

Band 89. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 16

Wachstumsgesetze und spezifische Drehzahlen der Maschinen.

Von Prof. Dr. W. KUMMER, Ingenieur, Zürich [1]).

Eine Ausstellung mehrerer verschieden grosser Maschinen der selben Spezies macht uns einen ähnlichen Eindruck, wie eine Ausstellung mehrerer verschieden grosser organischer Wesen der selben Spezies; da bei diesen letzten normalerweise der Grössenunterschied auf einen Altersunterschied, d. h. auf einen Unterschied im Wachstum hinausläuft, vermengen wir etwa auch bei Maschinen die Begriffe „Grössenunterschied" und „Wachstumsunterschied". Als „Wachstumsgesetze" der Maschinen erscheinen uns dann die funktionsmässig angebbaren Zusammenhänge zwischen den einzelnen Maschinen von verschiedener Grösse. Unter diesen Zusammenhängen sind vor allem die Beziehungen zwischen den Leistungen und den Drehzahlen der einzelnen Maschinen bemerkenswert. Da stärkere Maschinen in der Regel weniger hohe Drehzahlen aufweisen, als schwächere Maschinen derselben Spezies, so darf bezüglich der Leistungs-Drehzahl-Beziehungen ein Wachstumsgesetz von der allgemeinen Form:

$$L\, n^x = \text{konstant}$$

von vornherein vermutet werden, wobei die Leistung L und die Drehzahl n in beliebigen Massgrössen erscheinen können, während der Exponent x nur eine ganze oder gebrochene rationale Zahl sein kann. Dadurch, dass wir die Konstante auf der rechten Seite unserer Gleichung in der Form n_l^x schreiben, führen wir in der Grösse n_l die *spezifische Drehzahl*, nämlich die Drehzahl bei der Leistung 1, in die Betrachtung ein.

Solche spezifische Drehzahlen, und dazu noch in der erweiterten Kennzeichnung n_s, mit Bezugnahme nicht nur auf die Leistung 1, sondern auch auf das ausgenützte Gefälle 1, verwendet der Wasserturbinenbau regelmässig seit etwa zwei Jahrzehnten, wobei er natürlich auch von der entsprechenden Leistungs-Drehzahl-Beziehung Gebrauch macht. Wir haben für andere, insbesondere für die elektrischen Maschinen, wiederholt [2]) auf entsprechende Zusammenhänge hingewiesen. In der vorliegenden Gesamtbetrachtung der Wachstumsgesetze und spezifischen Drehzahlen hoffen wir solche Zusammenhänge im weitesten Bereich bieten und als bedeutungsvoll ausweisen zu können. Vor der Durchführung dieser Betrachtung soll hier noch kurz die historische Entwicklung der Leistungs-Drehzahl-Beziehung bei den Wasserturbinen berührt werden. Die Gesetze der Arbeitsweise normal verwendeter, verlustloser Wasserturbinen sind bereits vollständig im Schlussabschnitt (Nr. 129) der 1754 der Berliner Akademie vorgelegten Arbeit „Théorie plus complète des machines, qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau", von *Leonhard Euler* [3]), enthalten; aus den bezüglichen Formeln kann man sogleich die zwei Beziehungen:

$$L = C_1\, h^{3/2}$$
$$n = C_2\, h^{1/2}$$

herauslesen, wobei L die Leistung, n die Drehzahl, h das Gefälle und C_1, sowie C_2, Konstante bedeuten. Diese zwei Beziehungen finden sich, zwecks Schaffung von Grundlagen für die Bildung von Turbinensätzen, in dem, 1899 von *E. A. Brauer* herausgegebenen, kurzen „Grundriss der Turbinentheorie" (auf Seite 84) verwendet. Die multiplikative Vereinigung der Beziehung über L mit der ins Quadrat erhobenen Beziehung über n zur Formel:

$$L\, n^2 = C\, h^{5/2}$$

scheint ihre erstmalige Veröffentlichung 1904 durch *R. Camerer* [1]) gefunden zu haben, wobei für die Konstante C (n_s^2), d. h. das Quadrat der spezifischen Drehzahl n_s, d. h. der Drehzahl für die Turbine von der Leistung 1 beim Gefälle 1 gesetzt wurde. Da wir innerhalb einer Typenreihe von Turbinen und weitern, mit Gefällen in Beziehung stehenden Maschinenarten das jeweilige Gefälle stets als eine Konstante betrachten, schreiben wir die letztgenannte Gleichung in der Folge in der Form:

$$L\, n^2 = n_l^2$$

in der n_l die, lediglich in Bezug auf die Leistung, „spezifische" Drehzahl bedeutet.

Damit für alle, einer energetischen Betrachtung überhaupt hinreichend zugänglichen Maschinenarten Wachstumsgesetze und spezifische Drehzahlen nachweisbar seien, müssen stets drei allgemeine, grundlegende Abhängigkeiten erkennbar sein: Erstens ein Zusammenhang zwischen normal umgesetzter Wirkungsgrösse und einer, für die jeweilige Maschine massgebenden Raumabmessung, zweitens eine Bestimmungsregel für die genannte Raumabmessung innerhalb einer Maschinen-Typenreihe, und drittens eine Festlegung der Bewegungs-Geschwindigkeit für das, diese Raumabmessung im wesentlichen erfüllende, massgebend bewegte Maschinenorgan.

Was nun zunächst den Zusammenhang zwischen normal umgesetzter Wirkungsgrösse und massgebender Raumabmessung betrifft, so lässt sich dieser stets in der Form der Proportionalität zwischen umgesetztem Drehmoment und sogenanntem aktivem Maschinenvolumen darstellen. Dies kann bei verlustlosen Energie-Umsetzungen allgemein auf folgende Weise eingesehen werden: Bei seiner Bewegung weist der bewegte Anteil des Maschinenvolumens senkrecht zur Bewegungsrichtung s eine kraftführende Ebene auf, deren Fläche F innerhalb einer Maschinen-Typenreihe der geführten Kraft proportional ist, wobei eine Verrückung Δs gleichzeitig eine zu Δs proportionale Arbeit und auch ein Volumen $F \Delta s$ bilden lässt. Für eine Arbeitsperiode vom Wege s, die einem normalen Hin- und Hergang, bezw. einem normalen Umlauf, des massgebend bewegten Organs entspricht, kann dann wiederum eine Proportionalität zwischen Arbeit und Volumen festgestellt werden, wofür auch, wegen der Dimensionsgleichheit von Arbeit und Drehmoment einerseits, und wegen der allgemein möglichen Ueberführung von Translation in Rotation anderseits, stets die Proportionalität von Drehmoment und Volumen gesetzt werden kann. Bei einer geradlinig hin- und hergehenden Bewegung ist das betrachtete Volumen Fs identisch mit dem „aktiven" Maschinenvolumen und als solches in der Regel ein Kreiszylinder, der sich in Richtung seiner Axe hin- und herbewegt; bei einer rotierenden Bewegung ist Fs der ringförmige Raum am Umfang eines rotierenden Kreiszylinders, dessen Volumen dann insofern zum aktiven, dem umgesetzten Drehmomente proportionalen, Volumen wird, als Fs innerhalb einer Maschinen-Typenreihe zum Volumen des rotierenden Kreis-

[1]) Nach dem Vortrag des Verfassers vom 8. Dezember 1926 vor dem Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Das Protokoll findet sich auf Seite 348 von Band 88 (18. Dezember 1926). Red.

[2]) Vergleiche Seite 308 und besonders auch Fussnote 1 auf Seite 311 von Band 53 (am 12. Juni 1909) der „S. B. Z.", ferner Seite 357 bis 363 von Band I (Dezember 1910) des „Bulletin" des S. E. V., sowie Seite 107 bis 109 von Band 79 (am 4. März 1922) der „S. B. Z.".

[3]) In deutscher Sprache, speziell für Techniker, mit Anmerkungen, von *E. A. Brauer* und *W. Winkelmann* herausgegeben als Nr. 182 der Sammlung „Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften", Leipzig 1911.

[1]) „Z. V. D. I.", 1905, Seite 380.

zylinders selbstverständlich in einem festen Verhältnis stehen muss.

In Bezug auf die Bestimmungsregel für die, durch eine ihrer Abmessungen, auch zum Wege s in festem Verhältnis stehende, massgebende Raumabmessung, d. h. für das eben eingeführte aktive Volumen innerhalb einer Maschinen-Typenreihe, für das wir, der Einfachheit halber, *stets* den Kreiszylinder nehmen dürfen[1]), gilt nun Folgendes: Aus Kreiszylindern können regelmässige Modellreihen auf drei einfache Arten gebildet werden; entweder hält man die Axenlänge konstant und variiert den Durchmesser, oder man hält den Durchmesser konstant und variiert die Axenlänge oder man bildet endlich Reihen von Zylindern mit konstantem Verhältnis „Durchmesser zu Axenlänge". Diesen dritten Fall einer Bestimmungsregel für das aktive Volumen innerhalb einer Maschinen-Typenreihe werden wir, der überwiegenden Häufigkeit des praktischen Vorkommens halber, als den wichtigsten zu betrachten haben und reservieren ihm in der Folge das Zeichen V für das bezügliche Volumen ausschliesslich.

Hinsichtlich der Festlegung der Bewegungs-Geschwindigkeit des periodisch den Weg s zurücklegenden, massgebend bewegten Maschinenorgans, also auch unseres, das aktive Maschinenvolumen bildenden Kreiszylinders sind wieder verschiedene Möglichkeiten gegeben. Bei Maschinen mit kontinuierlicher Flüssigkeitsströmung (d. h. bei den Turbomaschinen und allen weitern Maschinen mit Zellen- oder Schaufelrädern) ist diese Geschwindigkeit von vornherein mit der, je nach dem Wert der zweiten Wurzel aus dem Flüssigkeitsdruck gegebenen Strömungsgeschwindigkeit tropfbarer, gasförmiger oder dampfförmiger Betriebsflüssigkeiten, in einem festbleibenden Zusammenhange, somit, ohne Rücksicht auf das aktive Maschinenvolumen, zum voraus festliegend. Die Bewegungsgeschwindigkeit des massgebend bewegten Maschinenorgans kann dagegen bei andern Maschinenarten, bald abhängig, bald unabhängig von s, bezw. vom aktiven Volumen, vom Maschinen-Erbauer frei gewählt werden.

In den aufgeführten drei grundlegenden Abhängigkeiten finden wir die zur Lösung der gestellten Aufgabe ausreichenden Zusammenhänge. Die Proportionalität des umgesetzten Drehmoments mit dem aktiven Volumen, die Bestimmungsregel für dasselbe und die Darstellung der Leistung L durch das proportionale Produkt „Drehmoment mal Drehzahl" ergibt, bei Einführung der, das aktive Volumen berücksichtigenden Funktion $f_1(s)$, eine Beziehung:

$$L = n f_1(s) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die Festlegung der Geschwindigkeit, in Verbindung oder auch ohne eine solche, mit der Bestimmungsregel für das aktive Volumen, führt auf die weitere Beziehung:

$$n s = f_2(s) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

deren linke Seite dimensionsmässig die bezügliche Geschwindigkeit ausdrückt; gemäss dem Funktionswert auf der rechten Seite der Gleichung ist diese Seite von s abhängig oder eventuell auch unabhängig. Die Elimination von s aus (1) und (2) liefert den gewünschten Zusammenhang von L mit n in der Form:

$$L n^x = n_l^x$$

Die praktische Bedeutung dieses Zusammenhangs soll hier übrigens mit einigen Worten dargelegt werden. Da das Endziel einer jeden maschinellen Vorrichtung in der Verbindung von Kraft- und Arbeitsmaschine liegt, deren jeweilige Drehzahlen entweder die direkte Kupplung erlauben oder ein Uebersetzungsgetriebe erheischen, so sind die Wachstumsgesetze bezüglicher Verbindungen bedingt durch die Wachstumsgesetze der Einzelmaschinen. Der Idealfall der Kupplung besteht, wenn die zu verbindenden Kraft- und Arbeitsmaschinen übereinstimmende Wachstumsgesetze und spezifische Drehzahlen aufweisen. In allen andern Fällen sind für eine Kupplung Kompromisse von nöten, die für die eine oder für die andere, oder gar für beide Maschinenarten mehrere Wachstumsreihen von verschiedener Schnelläufigkeit, d. h. von verschieden hohen spezifischen Drehzahlen erheischen.

Die bedeutendsten Verbindungen von Kraft- und Arbeitsmaschinen sind heute zweifellos diejenigen, bei denen die eine der zu verbindenden Maschinen eine *elektrische Maschine* ist; im Elektrizitätswerk ist diese ein Generator, beim Elektrizitätsverbraucher ein Motor. Im Gleichstrombetriebe, bei dem kein durch eine normalisierte Periodenzahl bedingter Zwang herrscht, können für Generatoren und Motoren die natürlichen Formen des Wachstumsgesetzes und die Zahlenwerte der spezifischen Drehzahl besonders leicht festgestellt werden. An die Stelle von Beziehung (1) tritt, mit V als aktivem Volumen und mit K_1 als Konstante:

$$L = K_1 V n$$

Ferner tritt für (2) die besondere Beziehung:

$$n \sqrt[3]{V} = \sqrt[6]{K_2 V}$$

auf, welche, mit K_2 als einer weitern Konstanten, die aus Festigkeitsgründen gestellte Forderung einer konstanten Zentrifugalkraft für die am Rotorumfang angebrachte Masse erfüllt. Die Elimination von V aus diesen zwei Gleichungen liefert das Wachstumsgesetz:

$$L n^5 = n_l^5$$

Wie gut für den Ansatz:

$$n_l = 1750 \text{ Uml/min}$$

bei L in PS und n in Uml/min dieses Wachstumsgesetz einer, seit 30 Jahren vielfach zur Verwendung gebrachten Typenreihe entspricht, zeigt Abbildung 1[1]).

Innerhalb der, im Energiefluss umkehrbaren, also als Kraftmaschinen und als Arbeitsmaschinen vorkommenden *Kolbenmaschinen* können dieselben Grundformeln als zutreffend erkannt werden, nämlich:

$$L = K_1 V n$$

sowie:

$$n \sqrt[3]{V} = \sqrt[6]{K_2 V}$$

von denen nun die letztere die Aussage darstellt, dass die Kolbengeschwindigkeit mit der Quadratwurzel aus dem Kolbenhub wachsend angenommen werden dürfe.[2]) Das resultierende Wachstumsgesetz lautet natürlich ebenfalls wieder:

$$L n^5 = n_l^5$$

In Abbildung 2 ist für, ebenfalls seit nahezu drei Jahrzehnten gebräuchliche, zweistufige Kolben-Dampfmaschinen mit:

$$n_l = 450 \text{ Uml/min}$$

bei Vertikalanordnung, bezw. mit:

$$n_l = 310 \text{ Uml/min}$$

bei Horizontalanordnung, die gute Uebereinstimmung der Kurve des Wachstumsgesetzes mit den, den Ausführungsbeispielen entnommenen Daten über L und n ersichtlich. Weder die eine noch die andere Reihe dieser zweistufigen Dampfmaschinen ist einer direkten Kupplung mit elektrischen Maschinen gleicher Leistung beim vorhin angegebenen Werte $n_l = 1750$ Uml/min fähig, der eine Reihe von Normalläufern kennzeichnet. Es bietet dem Elektro-Techniker jedoch keine Schwierigkeit, eine Reihe Langsamläufer mit $n_l = 450$ Uml/min zu bauen, die für die Verbindung mit vertikalen Dampfmaschinen mittels direkter Kupplung ausgezeichnet passt. Daneben sind auch noch als sehr verbreitet eine Schnelläufer-Reihe elektrischer Maschinen, mit etwa $n_l = 3000$ Uml/min, sowie eine moderne Expressläufer-Reihe, mit etwa $n_l = 13\,000$ Uml/min, ohne weiteres feststellbar.

[1]) Bei der Aufteilung des aktiven Volumens in zwei oder mehr Teile soll grundsätzlich die Bestimmungsregel auch an diesen Teilen und bei festen Abhängigkeiten unter ihnen gültig bleiben.

[1]) In den Abbildungen 1 bis 6 sind die mittels der Wachstumsgesetze berechneten Kurven ausgezogen, die den von Fabrikanten herausgegebenen Listen entnommenen gestrichelt dargestellt.

[2]) Wenn, wie bei Kolben-Dampfmaschinen, die Kolbengeschwindigkeit auch noch von der Wurzel aus der Dampfspannung, die im Sinne unserer Betrachtung für jede Typenreihe eine Konstante ist, abhängig gemacht wird, so begründet dies keinen andern Ansatz.

WACHSTUMSGESETZE UND SPEZIFISCHE DREHZAHLEN VON MASCHINEN.

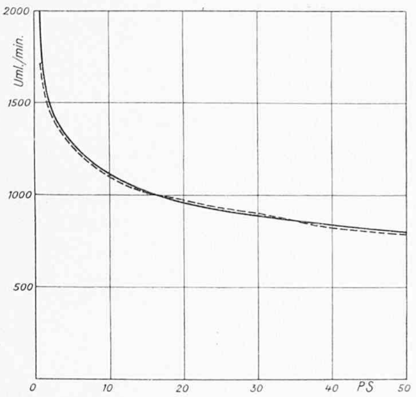

Abb. 1. Elektrische Maschinen
$n_l = 1750$ Uml/min.

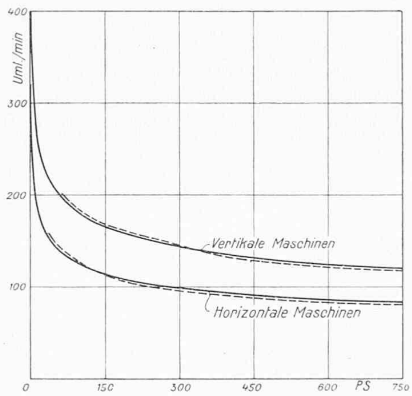

Abb. 2. Zweistufige Kolben-Dampfmaschinen
horizontal $n_l = 310$, vertikal $n_l = 450$ Uml/min.

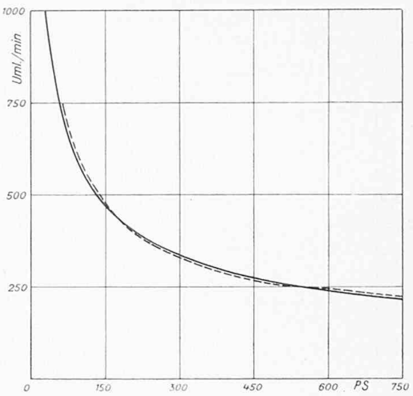

Abb. 3. Gruben-Zentrifugalventilatoren
$n_l = 5800$ Uml/min.

Betrachten wir nun die Verhältnisse der im Energiefluss ebenfalls umkehrbaren *Turbomaschinen,* einschliesslich aller weitern Maschinen mit Zellen- oder Schaufelrädern. Für solche ist an Stelle der Beziehung (1) wieder:

$$L = K_1 V n$$

und anstelle von (2) die weitere Beziehung:

$$n \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{K_2}$$

mit K_2 als einer Konstanten, zu berücksichtigen. Dann folgt durch Elimination von V das Wachstumsgesetz:

$$L n^2 = n^2{}_l$$

von dem bereits die Rede war. Die Pressung, bezw. das Gefälle, ist in K_1 als Faktor mit dem Exponenten 1, in K_2 als Faktor mit dem Exponenten $^3/_2$ enthalten; in n_l steckt sie deshalb als Faktor mit dem Exponenten $^5/_4$.

Als Beispiel guter Uebereinstimmung der Kurve unseres Wachstumsgesetzes mit einer tatsächlich seit mindestens zwei Jahrzehnten bestehenden Reihe von Gruben-Zentrifugalventilatoren bei:

$$n_l = 5800 \text{ Uml/min}$$

dient Abbildung 3.

Anlässlich des Vortrages wurde auch das Kurvenbild einstufiger Hochdruck-Zentrifugalpumpen mit

$$n_l = 18\,5000,$$

und jenes moderner mehrstufiger Dampfturbinen mit

$$n_l = 350\,000 \text{ gezeigt.}$$

Wird die Aufgabe gestellt, Turbomaschinen mit Elektromaschinen zu kuppeln, so entstehen, zufolge der Nicht-Uebereinstimmung der Wachstumsgesetze, Einzelverbindungen, bei denen auf einer oder auf beiden Seiten Glieder von Reihen verschiedener Grade der Schnelläufigkeit mit einander verbunden werden müssen. Prinzipiell besteht zwar auch die Möglichkeit, Reihen von Elektromaschinen nach dem Wachstumsgesetze:

$$L n^2 = n^2{}_l$$

zu entwickeln, und zwar wie folgt. Man kombiniert ebenfalls die Beziehungen:

$$L = K_1 V n$$

und:

$$n \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{K_2}$$

von denen nun die letztere die Forderung einer konstanten Rotor-Umfangsgeschwindigkeit auch auf elektrische Maschinen ausdehnt; sie führt dabei aber auf Reihen unwirtschaftlicher Typen und kommt deshalb in Verbindung mit der Beziehung:

$$L = K_1 V n$$

nicht vor.

Nichtsdestoweniger lassen sich aber Reihen elektrischer Spezialmaschinen namhaft machen, für die der Ansatz einer konstanten Rotor-Umfangsgeschwindigkeit, wenn auch nicht in der soeben gegebenen analytischen Form, wohl angemessen erscheint. Dies ist der Fall beim *Einzelachsantrieb elektrischer Fahrzeuge von Adhäsionsbahnen,* für die die Motoranordnung auf oder parallel zu den Triebachsen die Axenlänge des aktiven Motorvolumens je nach der Spurweite, und je nachdem es sich um Motoren mit oder ohne Zahnräder handelt, reihenweise festlegt. Anstelle von (1) gilt dann, mit D als Durchmesser des aktiven Motorvolumens, die Beziehung:

$$L = K_1 n D^2.$$

Da der axiale Platzmangel weiterhin zum Bau von Kollektoren mit einem, der Abmessung D sehr nahekommenden Durchmesser führt, für die eine Maximal-Umfangsgeschwindigkeit in Betracht fällt, so tritt anstelle von (2) die Beziehung:

$$n D = K_2.$$

Die Elimination von D aus den zwei angeschriebenen Beziehungen führt auf das Wachstumsgesetz:

$$L n = n_l.$$

Das selbe Wachstumsgesetz gilt aber auch für die zugehörige Arbeitsmaschine, die *Triebachse.* Da, bei gleichmässiger Ausnutzung der Adhäsion, die Triebachsenzugkraft durch die Achsbelastung gemessen wird, die ihrerseits reihenweise der aus Raddurchmesser D und Spurweite gebildeten, parallel zum Geleise liegenden Fläche proportional gesetzt werden kann, so folgt auch für die Triebachse als Leistungsformel:

$$L = K_1 n D^2.$$

Ebenso gilt auch die Geschwindigkeitsformel:

$$n D = K_2.$$

und besagt, dass für die, durch die Zentrifugalkraft auf Zug beanspruchte Bandagenfestigkeit ein Geschwindigkeitsmaximum, durch dessen Quadrat die Zugspannung bedingt ist, nicht überschritten werden darf. So entsteht, bei Elimination von D, nicht nur für den antreibenden Motor, sondern auch für die angetriebene Triebachse das Wachstumsgesetz:

$$L n = n_l.$$

Für Normalspur-Hauptbahnen kann man für die Triebachse und für den, eventuell auf sie aufzubauenden, sogenannten Achsmotor:

$$n_l = 150\,000 \text{ Uml/min}$$

für einen parallel zur Achse einzubauenden Zahnradmotor:

$$n_l = 400\,000 \text{ Uml/min}$$

setzen, wie dies in Abbildung 4 dargestellt und über einem beschränkten Gebiet der Leistung auch durch Ausführungen belegt werden kann. Durch eine innerhalb der Reihe verwendete Zahnrad-Uebersetzung vom konstanten Verhältnis 4 : 1,5, erscheint dann der Einzelachsantrieb mittels Zahnradmotoren reihenweise vollständig einheitlich durchgeführt.

Eine Arbeitsmaschinen-Reihe, die das selbe Wachstumsgesetz aufweist wie die Triebachsenreihe, wird gebildet durch *Seilwinden* für konstante, übrigens kleine Seilgeschwindigkeit und für konstante aufzuwindende Seillänge.

WACHSTUMSGESETZE UND SPEZIFISCHE DREHZAHLEN VON MASCHINEN.

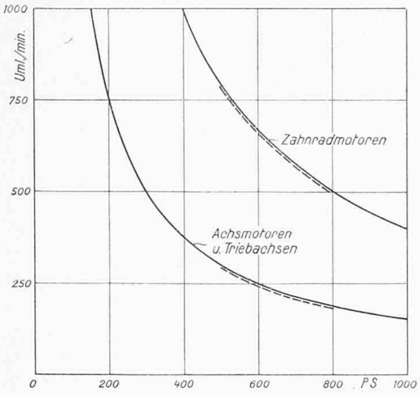

Abb. 4. Einzelachsantrieb elektr. Adhäsions-Fahrzeuge, Achsmot. $n_l = 150000$, Z'radmot. $n_l = 400000$ Uml/min.

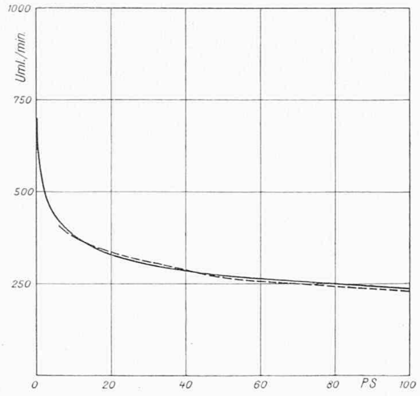

Abb. 5. Giesserei-Kapselgebläse $n_l = 600$ Uml/min.

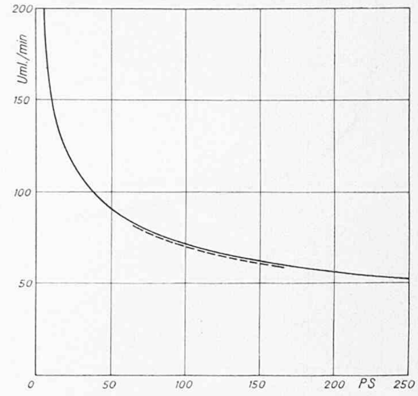

Abb. 6. Triebräder der Fahrzeuge von Zahnradbahnen $n_l = 330$ Uml/min.

Zugehörige elektrische Motoren werden indessen aus Reihen mit deren gewöhnlichem Wachstumsgesetze:

$$L n^5 = n_l^5$$

gewählt, derart, dass Elektrowinden reihenweise unkonstante Räderübersetzungen und ähnliche Ausgleichsmittel der für die Kraft- und die Arbeitsmaschine vorhandenen Abweichungen in den Wachstumsverhältnissen benötigen.

Förderbänder, Kratzer, Raupenfahrwerke, Becher-Elevatoren u. dergl. weisen ebenso wie die Seilwinden eine kleine und konstante Bandgeschwindigkeit auf, für die aber, aus Gründen der Bestimmungsregel für das aktive Maschinenvolumen, das ohne weiteres aus der angetriebenen Bandrolle besteht, ein anderer analytischer Ausdruck zu setzen ist. Indem man die im Bandquerschnitt übertragene Kraft proportional mit der Bandbreite und der Banddicke wachsen lässt und letztere dem Rollendurchmesser, nach Massgabe der Band-Biegungsfestigkeit, proportional setzt, erhält man die Beziehung (1) in der bekannten Normalform:

$$L = K_1 V n.$$

Weiter tritt nun, wie bei Turbomaschinen, anstelle von (2) die Form:

$$n \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{K_2}.$$

Man erhält, natürlich ebenso wie bei den Turbomaschinen, wieder das Wachstumsgesetz:

$$L n^2 = n_l^2.$$

Wir erhalten, im Gebiete der hier noch nicht berücksichtigten Arbeitsmaschinen, auch nochmals das Wachstumsgesetz der Kolbenmaschinen, bezw. der Elektromaschinen; es betrifft die *Kapselwerke,* sowie überhaupt alle *Maschinen mit zahnradartigen Rotoren,* wie sie an zahlreichen Zerkleinerungsmaschinen, Mischmaschinen usw. festgestellt werden können. Bei den Zahnrädern, deren Moment bekanntlich der dritten Potenz der Teilung, und damit auch dem, durch den Teilkreisdurchmesser und die Radbreite bestimmten, aktiven Volumen proportional ist, gilt die Beziehung (1) ebenfalls in der Normalform:

$$L = K_1 V n$$

Andererseits ist, wie bei Elektromaschinen, für (2) die besondere Beziehung:

$$n \sqrt[3]{V} = \sqrt[6]{K_2 V}$$

anzuwenden, die die aus Festigkeitsgründen gestellte Forderung einer konstanten Zentrifugalkraft für die am Rotorumfang angebrachte Masse erfüllt. Die Elimination von V aus den beiden Beziehungen liefert wieder das Wachstumsgesetz:

$$L n^5 = n_l^5$$

In Abbildung 5 ist veranschaulicht, wie gut für die spezifische Drehzahl:

$$n_l = 600 \text{ Uml/min}$$

dieses Wachstumsgesetz bei einer seit mehr als zwei Jahrzehnten in Verwendung befindlichen Reihe von Giesserei-Kapselgebläsen den tatsächlichen Ausführungs-Exemplaren gerecht wird.

Auch Reibungsgetriebe verhalten sich analog; als bezügliches Beispiel wurde im Vortrag das Kurvenbild der *Kollergänge* gezeigt mit

$$n_l = 25.$$

Ein durchaus anderes, und bisher noch nicht beobachtetes Wachstumsgesetz können wir bezüglich derjenigen Triebräder feststellen, die der Bewegung von oder an Zahnstangen von gegebener Breite dienen; hierher gehören insbesondere die *Triebräder der Fahrzeuge von Zahnradbahnen.* Für solche Triebräder ist wegen deren von vornherein festliegender Breite der Durchmesser D allein bestimmend, und tritt an Stelle von (1) die Beziehung:

$$L = K_1 D^2 n$$

Die Forderung einer konstanten Zentrifugalkraft für die am Rotorumfang angebrachte Masse modifiziert dann die Beziehung (2) in die folgende:

$$D n^2 = \sqrt{K_2}$$

wobei K_2 wieder eine Konstante bedeutet. Die Elimination von D aus den zwei angeschriebenen Formeln führt auf das Wachstumsgesetz:

$$L n^3 = n_l^3$$

Aus Abbildung 6 ist ersichtlich, dass für:

$$n_l = 330$$

eine befriedigende, wenn auch, bezüglich der ausgeführten Anlagen nur ein kleines Leistungsgebiet erfüllende Uebereinstimmung zwischen gerechneter und aus den Ausführungen abgeleiteter Kurve besteht.

Nachdem wir nun mittels der beiden Ansätze zur Festlegung der Bewegungsgeschwindigkeit des massgebend bewegten, formal stets durch einen Kreiszylinder darstellbaren Maschinenorgans für zwei Bestimmungsregeln dieses Zylinders die entsprechenden Wachstumsgesetze aufgefunden und als praktisch bestätigt nachgewiesen haben, erwächst die Frage, ob auch die dritte Bestimmungsregel für Reihen von Kreiszylindern praktisch in Betracht fallende Wachstumsgesetze ergebe. Diese Bestimmungsregel, gekennzeichnet durch Kreiszylinder von konstantem Durchmesser und variabler Länge, kann für eine, mit dieser Länge in Beziehung stehende Bewegungsgeschwindigkeit nur für Kolbenmaschinen in Betracht fallen. Dabei ist anstelle der Beziehung (1) stets die Formel:

$$L = K_1 s n$$

zu gebrauchen. Wenn bezüglich der Beziehung (2) die dem Produkte $s n$ proportionale Bewegungsgeschwindigkeit als konstant angenommen wird, so entsteht für die ganze Maschinenreihe eine konstante Leistung, d. h. *keine* Leistungs-Drehzahl-Beziehung. Wenn dagegen für (2) der für Kolbendampfmaschinen vorzüglich passende Ansatz:

$$n^2 s = K_2$$

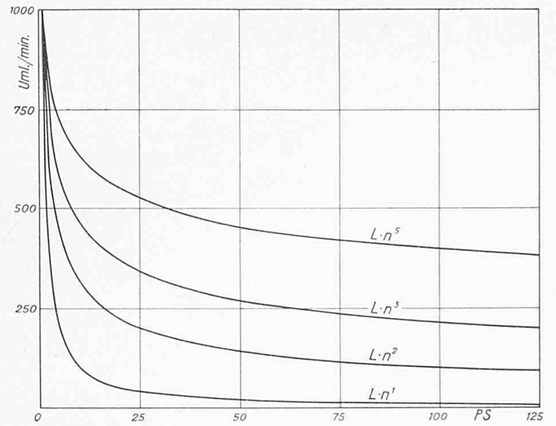

Abb. 7. Vergleich der Wachstumsgesetze verschiedener Maschinenreihen bei n_l = 1000 Uml/min.

gemacht wird, liefert die Elimination von s aus den zwei angeschriebenen Formeln das Wachstumsgesetz:

$$L n = n_l$$

das wir bereits für Reihen von Triebrädern und von Spezial-Elektromotoren für Adhäsionsbahnen als passend erkannten; das selbe Gesetz scheint nun auch für Reihen von Spezial-Dampfmotoren solcher Bahnen, bei Annahme konstant bleibender Durchmesser der Dampfzylinder gültig zu sein.

Maschinenreihen mit zylindrischen Rotoren von konstantem Durchmesser und konstanter Drehzahl, mit Leistungen, die dann der Rotorlänge proportional sind, treten uns endlich in Turbogeneratoren für konstante Polzahl entgegen, die wohl Modellreihen, aber kein L und n verbindendes Wachstumsgesetz aufweisen.

Für die vier Exponenten $x = 1, = 2, = 3, = 5$, die wir in unserer umfassenden Betrachtung der Entstehung von Wachstumsgesetzen:

$$L n^x = n_l{}^x$$

ausschliesslich kennen lernten, ergeben sich in jeder Reihe relative Grade der Schnelläufigkeit, die wir am konkreten Beispiel:

$$n_l = 1000 \text{ Uml/min}$$

an Hand von Abbildung 7 beurteilen wollen. Die Kurve mit dem höchsten Exponenten:

$$L n^5 = 1000^5 = 10^{15}$$

stellt auf dem Gebiete der elektrischen Maschine eine mässige Normalläufigkeit dar; für Kapselräder wäre sie extrem schnelläufig, für Kolbenmaschinen überhaupt unausführbar schnellaufend. Die in Abbildung 7 anschliessende Kurve:

$$L n^3 = 1000^3 = 10^9$$

ergibt für die Triebräder der Fahrzeuge von Zahnradbahnen einen Grad der Schnelläufigkeit, der über dem heute möglichen, bezw. üblichen liegt. Die folgende Kurve:

$$L n^2 = 1000^2 = 10^6$$

in Abbildung 7 gilt ohne weiteres für die Normalläufigkeit zahlreicher Turbomaschinen bei einem entsprechenden Flüssigkeitsdrucke; beiläufig sei erwähnt, dass moderne Dampfturbinen seit etwa zwei Jahrzehnten mit n_l = 350 000 Uml/min gebaut werden. Die letzte Kurve in Abbildung 7 mit der Gleichung:

$$L n = 1000 = 10^3$$

ergibt für die Triebräder der Fahrzeuge von Adhäsionsbahnen eine extreme Langsamläufigkeit, wie sie z. B. für Elektroflurwagen im Fabrikbetrieb in Betracht fällt.

Von den vier Exponenten unseres allgemeinen Wachstumsgesetzes sind also zwei, nämlich 1 und 3, nur in Sonderfällen, und zwar besonders bei der Zugförderung mittels Adhäsions- oder mittels Seilbetrieb, bezw. mittels Zahnradbetrieb, anzutreffen, wobei das aktive Volumen in den Modellreihen stets durch Zylinder konstanter Axenlänge, bezw. Durchmesser gebildet wird; bei konstanter Axenlänge entspricht dem Exponenten 1 eine Geschwindigkeitsnormierung auf Grund einer zulässigen Festwertes derselben, während der Exponent 3 durch eine Geschwindigkeitsnormierung auf Grund eines Festwertes der am Rotorumfang zulässigen Zentrifugalkraft bewirkt erscheint; bei konstantem Durchmesser liefert dieser Festwert den Exponenten 1. Die beiden andern Exponenten, 2 und 5, unseres allgemeinen Wachstumsgesetzes umfassen alle gewöhnlichen, d. h. im Energieflusse umkehrbaren Kraftmaschinen und Arbeitsmaschinen, sowie auch mehrere Gruppen weiterer Arbeitsmaschinen, wobei das aktive Volumen in den Modellreihen stets durch Zylinder vom festen Verhältnis „Durchmesser zu Axenlänge“ gebildet wird. Dem Exponenten 2 (Fall der Turbomaschinen, Förderbänder usw.), als dem niedrigeren Exponenten, entspricht wieder die Geschwindigkeitsnormierung auf Grund eines zulässigen oder (wie bei den Turbomaschinen) eines von vornherein gegebenen, bei grosser Zahl Laufräder zwar sehr variationsfähigen Festwertes [1]) derselben, während der Exponent 5 (Fall der Kolbenmaschinen, der Elektromaschinen, Kapselwerke usw.), als der höhere Exponent, wieder der Geschwindigkeitsnormierung auf Grund eines Festwertes der am Rotorumfang zulässigen Zentrifugalkraft entspringt.

Die der Bildung aller Wachstumsgesetze zu Grunde liegende Abhängigkeit des aktiven Volumens vom umgesetzten Drehmomente begründet eine sogenannte, beispielsweise in dm^3/mkg gemessene Maschinenkonstante, die über ganze Typenreihen nur bei gleichbleibendem Wirkungsgrad der Maschinen der Reihe (z. B. beim Wirkungsgrad 1 des Falls der Verlustlosigkeit, von dem wir eigentlich ausgegangen sind), und auch nur bei gleichbleibenden Möglichkeiten der Raumausnützung im allgemeinen, einen tatsächlichen Festwert darstellt. Sie ist dann für eine Typenreihe das wahre relative Mass der Materialausrüstung, während n_l das wahre relative Mass der Schnelläufigkeit der Reihe bildet. Sofern aber diese „Maschinenkonstante“ über eine Typenreihe hinweg erheblich variiert, liefert auch das resultierende Wachstumsgesetz einen andern als den erwarteten Verlauf. Wie die Erfahrung zeigt, sind jedoch die Variationen in der Maschinenkonstanten im grossen und ganzen durchaus ohne beachtenswerten Einfluss auf das Wachstumsgesetz.

Neben der Möglichkeit praktischer und rascher Orientierung über die Betriebsdrehzahlen der Maschinen (wobei jedoch für Wasserturbinen und Turbopumpen, mit der überaus grossen Mannigfaltigkeit im Flüssigkeitsdrucke, besser n_s statt n_l benutzt wird), kann sich unsere Betrachtung der Wachstumsgesetze und spezifischen Drehzahlen auch in grundsätzlicher Hinsicht als wertvoll erweisen. Sie eröffnet uns nämlich die Möglichkeit, gewisse, das grosse Gebiet der Maschinen recht eigentlich beherrschende Zusammenhänge zu erkennen; diese sind übrigens identisch mit den grundlegenden Abhängigkeiten, deren Vorhandensein wir zunächst nur im Sinne von Postulaten in Betracht zogen, die sich aber, zufolge der bemerkenswerten Uebereinstimmung, die wir zwischen den vorausberechneten und den, den Ausführungs-Typenreihen entnommenen Wachstumsgesetzen feststellen konnten, als Tatsachen erweisen; es gelten also: die universelle Existenz der Maschinenkonstanten, die normale Existenz der Zylinderreihen vom konstanten Verhältnis „Durchmesser zu Axenlänge“, neben der ausnahmsweisen Existenz von Zylinderreihen von konstanter Axenlänge bezw. konstantem Durchmesser, sowie endlich die Existenz von nur zwei Festlegungsregeln der massgebenden Bewegungsgeschwindigkeit. Mit so wenig Bestimmungselementen ist also die scheinbar so mannigfaltige Buntheit der Leistungs-Drehzahl-Beziehungen der Maschinen geordnet. Man mag diese Ordnung als unwichtig erklären, uns erscheint sie deshalb als wertvoll, weil sie unser intellektuelles Bedürfnis einer einheitlichen und naheliegenden Betrachtungsweise der Wachstumsgesetze in ausreichendem Masse zu befriedigen vermochte.

[1]) Die Proportionalität der Bewegungsgeschwindigkeit mit der idellen Strömungsgeschwindigkeit, bezw. mit der Quadratwurzel aus dem Flüssigkeitsdruck, gilt über ganze Typenreihen weg nur näherungsweise, wenn auch genau genug, um unsere Folgerungen aufrecht zu erhalten.