Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 87/88 (1926)

Heft: 6

Artikel: Beitrag zur Berechnung von Schrumpfvermögen

Autor: Janicki, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-40933

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Beitrag zur Berechnung von Schrumpfverbindungen — Römischkatholische Sankt Antonius-Kirche in Bosel. — Versuche über den Spannungszustand genieteter Stäbe. — Das Donau-Kraftwerk "Kachlet-Stufe" bei Passau. — Eidgenössische Technische Hochschule. — Miscellanea: Die Durchdringung Afrikas mit dem Automobil und dem Flugzeug. Zur Nordpolfahrt des Luftschiffs "Norge". Das elastische Verhalten des Viaduc de la Recoumène. Museum im "Segerhof" in Basel. Schweizer. Bundesbahnen. Zur Geschichte der Dampfturbinen-Lokomotive. "Weckbeton". Schweizer. Verein von Gas- und Wasserfachmännern. — Nekrologie: Thomas Luchsinger. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizer. Ingenieur- und Architekten-Verein. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein.

Band 88. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 6

Beitrag zur Berechnung von Schrumpsverbindungen.

Von Dipl.-Ing. W JANICKI, Zürich-Baden.

Die Verwendung der Verbindung von Maschinenteilen durch Aufschrumpfen hat sich in der Praxis schon seit langem eingeführt und im allgemeinen gut bewährt. In dem Masse jedoch, wie der Konstrukteur durch die technische und wirtschaftliche Forderung einer vermehrten Ausnutzung der Baustoffe dazu geführt wird, mit den Beanspruchungen des Materials immer höher zu gehen und gelegentlich fast bis in die Nähe der Streckgrenze zu gelangen1), ergibt sich die Notwendigkeit, eine möglichst klare Vorstellung von dem tatsächlich auftretenden Deformationsund Spannungszustand zu gewinnen. Schrumpfverbindungen werden häufig bei hochbeanspruchten Maschinenteilen, wie z. B. den Trommeln und Radscheiben schnellaufender Turbinen, Radkränzen von Zahnradgetrieben, Kurbelwangen von Kolben-, Dampf- und Oelmaschinen, Kollektoren elektrischer Maschinen²) usw. verwendet. Da diese Konstruktionselemente oft auch im Betriebe grossen Temperatur-Unterschieden ausgesetzt sind, ergibt sich die Notwendigkeit, deren Einfluss ebenfalls genau zu untersuchen, da sie unter Umständen eine vollständige Veränderung des erwarteten Spannungs- und Formänderungsbildes zur Folge haben können.

Die bis anhin im Maschinenbau gebräuchlichen Berechnungsarten von Schrumpfverbindungen umfassen in der Hauptsache zwei Näherungsverfahren: das eine behandelt den Kernkörper - meistens eine Welle oder ein Zapfen — als ein vollständig starres Konstruktionselement und berücksichtigt nur die Elastizität des Mantelkörpers, der eine Trommel, Radscheibe, Platte, Kurbelwange, Ring usw. sein kann³). Bei der andern Rechenmethode wird auch die Nachgiebigkeit des Kernkörpers in Betracht gezogen, wobei Kern- und Mantelkörper als scheibenförmige Gebilde aufgefasst werden und dementsprechend die aus der höhern Festigkeitslehre bekannte Theorie der Scheiben zur Anwendung gelangt 4). Eine sehr gute Zusammenstellung der bis jetzt im Maschinenbau üblichen Grundlagen für die Berechnung von Schrumpfverbindungen gibt die Arbeit von H. Böhm und H. Kreczy 5), und einen Hinweis auf die Wünschbarkeit eines weiteren Ausbaues der bis anhin gebräuchlichen Berechnungsverfahren, wozu die wissenschaftliche Literatur genügend Unterlagen bietet, der in der Zeitschrift "Maschinenbau" veröffentlichte Aufsatz von F. László 6).

Im Nachfolgenden wird der Versuch unternommen, einen Beitrag zur Berechnung von Schrumpfverbindungen

Siehe z. B. Stodola, Dampf- u. Gasturbinen, 6. Aufl, 1924, S. 349.
 Siehe H. de Pistoye, Etude mécanique et usinage des machines

électriques, 1924, Seite 431 bis 437.

3) Siehe z. B. Dr. Hermann Pflieger-Haertel: Die Beanspruchung einer aufgeschrumpften rotierenden Platte. "Siemens Zeitschrift", Heft

Nr. 1, 1922, Seiten 32 bis 37

4) Siehe z. B. A. Stodola: "Dampf- und Gasturbinen". 6. Auflage, 1924, Seite 342, sowie A. Föppl, "Lehrbuch der technischen Mechanik", Band V, 1907, Seiten 45 bis 144 und A. & L. Föppl "Drang und Zwang", Band I, 2. Aufl., 1924, Seiten 244 bis 328. Ferner Dr. E. Honegger: Ueber das Aufschrumpfen von Rädern auf Wellen oder Trommeln, "BBC-Mitteilungen", September 1919, Seiten 222 bis 230 und E. Müller: Beitrag zur Kenntnis der beim Aufpressen von Scheibenrädern auf ihre Wellen entstehenden Beanspruchungen, "S. B. Z.", 24. Juni 1916, Seiten 307 bis 310.

⁵/ Dipl. Ing. H. Böhm und Dipl. Ing. H. Kreczy: Ueber die Berechnung von Schrumpfspannungen, "Werft, Reederei, Hasen", Hest Nr. 6,

22. März 1925.

6) Dr. Ing. Franz László: Schrumpfverbindungen. "Maschinenbau", Heft Nr. 12 vom 18. Juni 1925. für den Fall beizusteuern, wo der Mantelkörper als scheibenförmiges elastisches Gebilde aufgefasst werden kann und der Kernkörper eine Voll- oder Hohlwelle ist, deren Elastizität ebenfalls im vollen Masse berücksichtigt wird. Die geeigneten Grundlagen für die festigkeitstheoretisch richtige Erfassung und Verfolgung der soeben angedeuteten Probleme bieten die Untersuchungen von A. & L. Föppl¹) über die Umdrehungskörper, an denen ringsum symmetrisch verteilte Kräfte angreifen, die alle in den durch ihre Angriffspunkte gelegten Meridianebenen enthalten sind.

In Anlehnung an die von A. & L. Föppl aufgestellten Formeln für den Spannungs- und Formänderungszustand einer unendlich langen, in der Mitte ringsum symmetrisch belasteten Vollwelle lässt sich die Berechnung der in Frage stehenden Schrumpfverbindung auf verschiedene Arten durchführen, je nachdem die Belastung in der Mitte oder am Ende der Welle (Zapfen) nur auf einem sehr schmalen Streifen konzentriert oder auf eine gewisse Länge verteilt angeordnet ist, und je nachdem man die Berechnung auf die, auf Grund des Satzes von dem Minimum der Formänderungsarbeit (Theorem von Ritz) aus einem Variationsproblem gewonnenen Formeln oder auf jene aus der genauen Integration der massgebenden partiellen Differential-Gleichungen des Problems, unter Berücksichtigung der entsprechenden Randbedingungen hervorgegangenen, aufbaut. Wegen der Umständlichkeit der mit der letzterwähnten Methode verbundenen Rechnungen sollen an dieser Stelle nur die beiden sich auf den Satz von dem Minimum der Deformationsarbeit stützenden Berechnungsverfahren behandelt werden. Die Berechnungsgrundlagen für den Fall einer Hohlwelle oder eines hohlen Zapfens bleiben einer spätern Arbeit vorbehalten.

Erste Berechnungsart.

Betrachtet man zuerst einen Kernkörper von der Gestalt eines Kreiszylinders und von einer Länge, die gegenüber dem Durchmesser gross genug ist, um sie mit praktisch vollkommen ausreichender Genauigkeit als unendlich gross ansehen zu können, und setzt voraus, dass die einzige Belastung, die der Körper aufzunehmen hat, auf ihn durch einen sehr schmalen Ring übertragen wird, der den Zylinder auf einem ungefähr in der Mitte der ganzen Länge liegenden Streifen umfasst, so wird auf die Welle ein, längs des Umfanges eines jeden Querschnitts ringsum gleichmässig verteilter Anpressungsdruck p_x ausgeübt. Dieser spezifische Flächendruck p_x wirke gemäss der einfachsten Annahme nach dem Gesetz

$$p_x = p_o \frac{h-x}{h} \dots \dots (1)$$

wenn p_o den spezifischen Flächendruck in der Mitte be deutet und die Last über einen ringförmig in der Mitte der ganzen Welle angeordneten Streifen von der Breite 2h verteilt ist, wobei h nicht nur als klein gegenüber der Länge der Welle, sondern auch als klein gegenüber ihrem Halbmesser anzusehen ist. x bedeutet dabei den Abstand des ins Auge gefassten Querschnittes vom mittleren Querschnitt. In diesem Falle ergibt die nach dem Ritz'schen Verfahren des Minimums der Formänderungsarbeit als Variationsproblem durchgeführte Rechnung in guter Annäherung für die Radial-, Tangential-, Axial- und

¹⁾ A. & L. Föppl: "Drang und Zwang", Band II, 1920, Seiten 161 bis 181 und 190 bis 225, sowie 284 bis 297.

Schubspannung an einer beliebigen Stelle der Welle innerhalb des Belastungstreifens ($o \le |x| \le |h|$) die Ausdrücke¹):

$$\sigma_{r} = k e^{-\gamma x} (a - r) - p_{o} \frac{h - x}{h}$$

$$\sigma_{t} = e^{-\gamma x} [k (a - 2r) - c \gamma r^{2} (a - r)] + \frac{c}{h} r^{2} (a - r) - p_{o} \frac{h - x}{h}$$

$$\sigma_{x} = c \left(\frac{1}{\gamma} e^{-\gamma x} - \frac{(h - x)^{2}}{2h} \right) (2 a - 3 r)$$

$$\tau = c r (a - r) \left(e^{-\gamma x} - \frac{h - x}{h} \right)$$
(2)

wobei r und x die rechtwinkligen karthesischen Koordinaten eines Punktes der Welle, in radialer und axialer Richtung gemessen, bedeuten und c, γ , k feste Zahlenkoeffizienten, die folgende Werte aufweisen:

$$c = \frac{h p_o}{a^2 (0,660 h + 0,238 a)} = \sim 4,202 p_o \cdot \frac{h}{a^3}$$

$$\gamma = 4,04 \cdot \frac{1}{a}$$

$$k = -\frac{0,269 p_o h}{a (0,660 h + 0,238 a)} = \sim -1,130 \frac{p_o h}{a^2}$$
(3)

wenn man der Einfachheit halber den Wert der Poissonschen Konstanten $m=\infty$ setzt, was nach Föppl in diesem Falle zulässig ist, ohne die Genauigkeit der Rechnung allzu sehr zu beeinträchtigen. Jedenfalls steht nichts im Wege, die Rechnung für eine andere Grösse des "Querkoeffizienten" m (z. B. für das im Maschinenbau übliche $m={}^{10}/{}_3$) durchzuführen , falls darauf besonderer Wert gelegt wird. Für $m={}^{10}/{}_3$ ergeben sich folgende Werte der Konstanten c, γ , k:

$$c = \frac{\frac{f_o h}{a^2 (0.948 h + 0.337 a)}}{a^2 (0.948 h + 0.337 a)} = \sim 2.967 \frac{\frac{f_o h}{a^3}}{a^3};$$

$$\gamma = 4.50 \cdot \frac{1}{a}$$

$$k = -0.3234 a c = -0.3234 \cdot 2.967 \frac{f_o h}{a^3}$$

Da es aber bei den hier angestellten Betrachtungen mehr auf die grundsätzliche Darlegung des Rechnungsganges, als auf die genaue Ausarbeitung des Verfahrens bis in alle Einzelheiten ankommt, sei auf die Durchführung der Rechnung für einen andern Wert der Poissonschen Konstanten m an dieser Stelle verzichtet.

Berechnet man noch die elastische Verkürzung Δa , die ein Halbmesser a des Zylinders an irgend einer Stelle x innerhalb des Belastungstreifens ($o \le |x| \le |h|$) erfährt und die man für die weiteren Ueberlegungen braucht, so findet man

$$\Delta a = \int_{0}^{a} \varepsilon_{r} dr = \frac{1}{E} \int_{0}^{a} \left[\sigma_{r} - \frac{1}{m} \left(\sigma_{x} + \sigma_{t} \right) \right] dr =$$

$$\frac{1}{E} \int_{0}^{a} \left[k e^{-\gamma x} \left(a - r \right) - p_{0} \frac{h - x}{h} \right] dr$$

$$(\text{für } m = \infty) = -\frac{f_{0}}{E} \left(0,565 h e^{-4,04 x/a} + \frac{h - x}{h} a \right)$$
(4)

wobei ε_r die Dehnungskomponente in radialer Richtung und E den Elastizitätsmodul des Materials für Zug bedeutet.

Fasst man andererseits den scheibenförmigen Mantelkörper ins Auge, so gelten nach der Scheibentheorie folgende Beziehungen für die elastische Vergrösserung u irgend eines Zwischenradius r der Scheibe, und für die radiale und tangentiale Spannung σ_r^* und σ_t^* an einer beliebigen Stelle (die axiale Spannung σ_x^* ist nach dieser Theorie gleich Null zu setzen):

$$u = Br + \frac{C'}{r}$$

$$\sigma_{r}^{*} = E \frac{1}{1 - v^{2}} \left[(1 + v) B - (1 - v) \frac{C}{r^{2}} \right]$$

$$\sigma_{t}^{*} = E \frac{1}{1 - v^{2}} \left[(1 + v) B + (1 - v) \frac{C}{r^{2}} \right]$$
(5)

wobei $v=\mathrm{I}/m$ bedeutet und B und C Integrationskonstanten sind, die vorläufig unbestimmt bleiben. Setzt man wiederum zur Vereinfachung der Rechnung $m=\infty$, also $v=\mathrm{o}$, so nehmen die Gleichungen (5) folgende Gestalt an:

1) Siehe A. & L. Föppl: "Drang und Zwang", Band II, 1920, S. 172.

$$u = B r + \frac{C}{r}$$

$$\sigma_r^* = E \left(B - \frac{C}{r^2} \right)$$

$$\sigma_t^* = E \left(B + \frac{C}{r^2} \right)$$

$$(6)$$

Ist nun das Schrumpfmass oder die Zugabe Δ vorgeschrieben (dieser Wert schwankt in der Praxis zwischen 0,5 0 / $_{00}$ bis 1,5 0 / $_{00}$ des inneren Durchmessers 2 R_1 des Mantelkörpers), so stellt sich jetzt die Aufgabe, die maximale spezifische Flächenpressung p_0 , sowie die Integrationskonstanten B und C des Scheibenproblems zu bestimmen. Diese drei Grössen lassen sich nun aus folgenden drei Randbedingungen ermitteln:

ı. Weil am äussern Scheibenrand ($r=R_2$) keine Belastung vorhanden ist, so muss dort die Radialspannung

den Wert $(\sigma_r^*)_{r=R_2}$ = o haben.

2. Die algebraische Summe der radialen Ausdehnung u für den Mantelkörper und der negativ genommenen Ausdehnung, d. h. Zusammendrückung Δa für den Kernkörper muss gleich der Zugabe Δ sein.

3. In der Berührungsfläche, d. h. beim Kernkörper für r=a und beim Mantelkörper für $r=R_1$ müssen die

Radialspannungen σ_r und σ_r^* gleich sein.

Diese Bedingungen führen auf folgende drei Gleichungen:

$$E\left(B - \frac{C}{R_2^2}\right) = 0$$

$$BR_1 + \frac{C}{R_1} - \frac{p_0}{E} (0,565 h + a) = \Delta$$

$$E\left(B - \frac{C}{R_1^2}\right) = p_0$$
(7)

Da $R_1=a-\Delta$ und Δ nur Tausendstel von a betragen darf, kann in den Gleichungen (7) unbedenklich $R_1=a$ gesetzt werden, wodurch sich die Auflösung vereinfacht und folgende Werte für p_0 , B und C liefert:

$$B = \frac{a^{2} \Delta}{a (R_{2}^{2} + a^{2}) + (R_{2}^{2} - a^{2}) (0,565 h + a)} = \sim \frac{a \Delta}{2 R_{2}^{2}}$$

$$C = \sim \frac{a \Delta}{2}; \ p_{0} = \sim -E \frac{\Delta}{2 R_{2}^{2}} \frac{R_{2}^{2} - a^{2}}{a}$$

$$(8)$$

Es sei noch hervorgehoben, dass zur Vereinfachung der Rechnung der Mantel- und der Kernkörper als aus gleichem Material bestehend vorausgesetzt sind, was die Gleichheit der Elastizitätsmodulen in den Formelgruppen (4), (5), (7) und (8) zur Folge hat.

Zahlenbeispiel: Die gefundenen Ergebnisse sollen nun an einem Zahlenbeispiel erläutert werden. Es seien folgende Grössen der Berechnung zugrunde gelegt:

$$a=20~{\rm cm},~R_2=40~{\rm cm},~h=0.5~{\rm cm}$$
 $A=1.5^{0}/_{00}~{\rm von}~a=1.5\cdot 10^{-3}\cdot 20=0.03~{\rm cm}$ $E=2.2\cdot 10^{6}~{\rm kg/cm^2}~(m=\infty,~{\rm I}/m=\nu=0)$ Daraus erhält man gemäss den Formeln (8), (6) und (3):

Datatis erhalt main geniass then Formem (0), (0) and (3).
$$B = \sim \frac{a \Delta}{2 R_2^2} = \frac{0.03 \cdot 20}{2 \cdot 1600} = 18,75 \cdot 10^{-5}$$

$$C = \sim \frac{a \Delta}{2} = \frac{20 \cdot 0.03}{2 \cdot 1600} = 0,3 \text{ cm}^2$$

$$p_0 = \sim -2,2 \cdot 10^6 \frac{0.03}{2 \cdot 1600} \cdot \frac{1600 - 400}{20} = 6,6 \cdot 62,5 \cdot 3 = -1237,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$k = +1,130 \cdot \frac{1237,5 \cdot 0.5}{400} = 1,748; \quad \gamma = \frac{4,04}{20} = 0,202$$

$$c = -\frac{k}{0,269 a} = -0,325$$

$$(\sigma_r^{*})_{r=R_2} = 2,2 \cdot 10^6 \left(18,75 \cdot 10^{-5} - \frac{0,3}{1600}\right) = 0$$

$$(\sigma_t^{*})_{r=R_2} = 2,2 \cdot 10^6 \left(18,75 \cdot 10^{-5} + \frac{0,3}{1600}\right) = 825 \text{ kg/cm}^2$$

$$(\sigma_r^{*})_{r=R_1=a} = 2,2 \cdot 10^6 \left(18,75 \cdot 10^{-5} - \frac{0,3}{400}\right) =$$

$$- 1237,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$(\sigma_t^*)_{r=R_1=a} = 2.2 \cdot 10^6 \left(18.75 \cdot 10^{-5} + \frac{0.3}{400}\right) = 2062.5 \text{ kg/cm}$$

Trifft man die Voraussetzung, dass es sich um Material mit einer niedern Streckgrenze, z. B. 1800 kg/cm² (weiches Flusseisen) handelt, so kann man den obigen Zahlenergebnissen entnehmen, dass, während die maximale Radialspannung am Schrumpfring noch erheblich unter der Streckgrenze bleibt, diese durch die Tangentialspannung in so bedeutendem Masse überschritten wird, dass eine mit einer der Berechnung zugrunde gelegten Zugabe $\Delta=1,5\,{}^{0}\!/_{00}$ ausgeführte Schrumpfung zwecklos ist, da nach der jetzt allgemein anerkannten Theorie der Bruchgefahr, die von Guest Mohr aufgestellt worden ist 1), die grösste in einem Querschnitt auftretende Schubspannung als Mass für die Beanspruchungsgefahr eines Baustoffes betrachtet werden muss, und diese grösste Schubspannung nach der Elastizitätslehre gleich dem halben Unterschied der algebraisch genommenen grössten und kleinsten Normalhauptspannung gesetzt werden muss. Bei der der Betrachtung zu Grunde gelegten Scheibe sind σ_r^* und σ_t^* zwei Hauptspannungen, die dritte, die zur Scheibenmittelebene senkrecht stünde, ist Null. Die grösste Schubspannung ist daher $\frac{\sigma_r^*}{2}$ oder

 $\frac{\sigma_t^*}{2}$, je nachdem σ_r^* oder σ_t^* grösser ist. Im vorliegenden Zahlenbeispiel ergibt sich für die maximale Schubspannung ein Wert von rund 2062/2 = 1031 kg/cm², der somit den im Maschinenbau für das in Betracht gezogene Material im allgemeinen zulässigen Wert schon überschreitet. Um die maximale Schubspannung herabzusetzen, müsste man also entweder das Schrumpfmass 1 verkleinern, oder aber die Breite des Ringes ändern.

Es sei noch darauf aufmerksam gemacht, dass auf Grund der Formeln (2) und (4) mit Hilfe der jetzt numerisch festgelegten Konstanten k, c und y der gesamte Spannungs- und Deformationszustand der Welle an irgend einer Stelle innerhalb des Belastungstreifens bestimmt werden kann. Auch für eine beliebige Stelle ausserhalb des Belastungstreifens gelten ähnliche Beziehungen wie die unter (2) angegebenen, auf deren Wiedergabe aber hier verzichtet sei, sodass tatsächlich die von der Schrumpfung herrührende Spannungsverteilung an jedem beliebigen Punkt der Welle ermittelt werden kann.

Handelt es sich statt um eine Welle um einen Zapfen, auf dem ein Schrumpfring sitzt, also um einen Belastungsfall, bei dem die einschnürende Last am Ende des Kreiszylinders angreift, so lässt sich dieser Fall auf den weiter oben behandelten zurückführen, indem man in den dort vorkommenden Formeln po durch 2 po ersetzt. Das beruht auf der Ueberlegung, dass die eine Hälfte des Zylinders von der Symmetrieebene x = 0 ab sich ungefähr unter den gleichen Bedingungen befindet, wie der Zylinder in dem hier betrachteten Falle. Genau trifft dies freilich nicht zu, weil in der Symmetrieebene x = 0 des früheren Falles zwar keine Schubspannungen, wohl aber Axialspannungen σ_x auftreten, die hier fehlen. Immerhin wird man diese Abweichung nicht als so wesentlich anzusehen haben, dass dadurch eine schätzungsweise Uebertragung des früheren Ergebnisses unmöglich gemacht würde. Andernfalls würde aber auch nichts im Wege stehen, die frühere Untersuchung mit den entsprechenden sinngemässen Abänderungen von Anfang an nochmals durchzuführen.

Zweite Berechnungsart.

Die zweite Berechnungsart bezieht sich auf Schrumpfringe von solcher Breite, die gegenüber den andern Abmessungen nicht mehr vernachlässigt werden kann, und gründet sich auf die von A. & L. Föppl abgeleiteten Formeln für den Spannungs- und Deformationszustand einer unendlich langen Welle, die in der Mitte auf eine Länge l ringsum gleichmässig mit einer konstanten spezifischen Flächenpressung p_0 belastet ist 2). In diesem Falle lauten die Ausdrücke für die Spannungen σ_r , σ_t , σ_x und τ , sowie die elastische Zusammendrückung w an einer beliebigen Stelle (x, r) innerhalb der Belastungstrecke l folgendermassen (m wiederum $= \infty$ gesetzt):

masser (*m* wiederum =
$$\infty$$
 gesetzt):

$$\sigma_{r} = -0.280 p_{0} \frac{a-r}{a} \left(2 - e^{-4.04 (l-2x)/2a} - e^{-4.04 (l+2x)/2a}\right) - p_{0}$$

$$\sigma_{t} = 0.2476 \frac{p_{0}}{a^{3}} \left[1.13 a^{2} \left(2 r - a\right) - 17.0 r^{2} \left(a - r\right)\right] \times \left(2 - e^{-4.04 (l-2x)/2a}\right) - e^{-4.04 (l+2x)/2a}\right) - p_{0}$$

$$\sigma_{x} = 0.257 p_{0} \frac{2 a - r}{a} \left(2 - e^{-4.04 (l-2x)/2a} - e^{-4.04 (l+2x)/2a}\right)$$

$$\tau = 1.04 p_{0} \frac{r(a-r)}{a^{2}} \left(e^{-4.04 (l-2x)/2a} - e^{-4.04 (l+2x)/2a}\right)$$

$$w = -0.140 a \frac{p_{0}}{E} \left(2 - e^{-4.04 (l-2x)/2a} - e^{-4.04 (l+2x)/2a}\right)$$

$$e^{-4.04 (l+2x)/2a} - \frac{p_{0}a}{E}$$

Da die Ausdrücke für die Radial- und Tangentialspannung σ_r * und σ_t *, sowie für die elastische Verschiebung u beim scheibenförmigen Mantelkörper die selben bleiben und auch die Anschluss- und Randbedingungen sich gegenüber dem Fall 1 nicht ändern, so ergeben sich entsprechend den Formeln (7) folgende Bestimmungsgleichungen zur Ermittlung der drei unbekannten Grössen po, B und C:

Explicitly der dref unbekannten Grössen
$$p_0$$
, B und C :
$$E\left(B - \frac{C}{R_2^2}\right) = 0$$

$$BR_1 + \frac{C}{R_1} - \frac{p_0 a}{E} \left(1,280 - 0,280 e^{-2,02 l/a}\right) = A$$

$$E\left(B - \frac{C}{R_1^2}\right) = p_0$$

Ersetzt man wiederum R1 durch a, was in Anbetracht der Kleinheit des Schrumpfmasses 1 ohne weiteres zulässig ist, so ergibt die Auflösung der Gleichungen (10):

$$B = \frac{a \Delta}{(R_2^2 + a^2) + (R_2^2 - a^2) (1,280 - 0,280 e^{-2,02 t/a})}$$

$$C = \frac{a \Delta R_2^2}{(R_2^2 + a^2) + (R_2^2 - a^2) (1,280 - 0,280 e^{-2,02 t/a})}$$

$$p_0 = -\frac{E \Delta}{a} \frac{R_2^2 - a^2}{(R_2^2 + a^2) + (R_2^2 - a^2) (1,280 - 0,280 e^{-2,02 t/a})}$$
Zum Zwecke des Vergleiches seien dem folgenden Zahlenheispiel die selben Daton gewande select

Zahlenbeispiel die selben Daten zugrunde gelegt wie dem ersten Beispiel, mit Ausnahme der Ringbreite, die hier doppelt so gross angenommen sei.

Zahlenbeispiel:
$$a = R_1 = 20 \text{ cm}, R_2 = 40 \text{ cm}, l = 2 h = 2 \text{ cm}$$
 $\Delta = 1.5^{0}/_{00} \text{ von } a = 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot 20 = 0.03 \text{ cm} (m = \infty);$

$$\frac{1}{m} = v = 0)$$
 $E = 2.2 \cdot 10^{6} \text{ kg/cm}^{2}.$

Daraus berechnen sich die massgebenden Grössen:

Daraus berechnen sich die massgebenden Grössen:
$$B = \frac{20 \cdot 0,03}{(1600 + 400) + (1600 - 400) (1,280 - 0,280 e^{-0,202})} = \frac{20 \cdot 0,030}{3261,44} = 1,84 \cdot 10^{-4}$$

$$C = R_2{}^2B = 1600 \cdot 1,84 \cdot 10^{-4} = 0,294$$

$$p_0 = -E C \frac{R_2{}^2 - a^2}{a^2 R_2{}^2} = 2,2 \cdot 10^6 \cdot 0,294 \cdot \frac{1600 - 400}{400 \cdot 1600} = -1210 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_r^*_{\text{max}} = 2,2 \cdot 10^6 \left(1,84 \cdot 10^{-4} - \frac{0,294}{400}\right) = -2,2 \cdot 10^6 \cdot 5,5 \cdot 10^{-4} = -1210 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_t^*_{\text{max}} = 2,2 \cdot 10^6 \left(1,84 \cdot 10^{-4} + \frac{0,294}{400}\right) = 2,2 \cdot 10^6 \cdot 9,2 \cdot 10^{-4} = 2020 \text{ kg/cm}^2$$
Somit beträgt die maximale Schubspannung τ_{max} in

Somit beträgt die maximale Schubspannung au_{max} in diesem Falle

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma^*_{\ell \text{ max}}}{2} = 2020 : 2 = 1010 \text{ kg/cm}^2,$$

überschreitet also auch schon etwas die im Maschinenbau im allgemeinen zulässige Grenze.

Nach Ermittlung der Grössen B, C und po lassen sich jetzt auch die verschiedenen Spannungskomponenten σ_r , σ_t σ_x und τ an einer beliebigen Stelle der Welle sowohl innerhalb wie ausserhalb des Belastungstreifens be-

¹⁾ Siehe z. B. Stodola "Dampf- und Gasturbinen", 6. Aufl., 1924, S. 314, sowie A. &L. Föppl "Drang und Zwang", Bd. I, 2. Aufl., 1924, S. 46 bis 48 und "Lehrbuch der technischen Mechanik", Bd. V, S. 19 bis 28.

²) A. & L. Föppl "Drang und Zwang", Band II, 1920, Seiten 178 und 179, Formeln (38) bis (40).

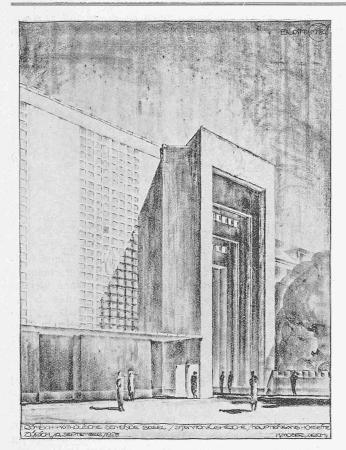


Abb. 5. Haupteingang vom grossen Hof her.

stimmen, sowie auch alle Dehnungskomponenten in irgend einem Punkt der Welle ermitteln, worauf aber hier nicht näher eingegangen werden soll.

Zum Vergleich sei das gleiche Zahlenbeispiel noch nach dem zweiten der in der Einleitung erwähnten Näherungsverfahren durchgerechnet, bei dem sowohl der Mantel, als auch der Kernkörper als scheibenförmige Gebilde aufgefasst werden und somit für beide die Scheibentheorie zur Anwendung gelangt. In diesem Falle lauten die Formeln (für $m=\infty$) für die elastischen Verschiebungen u_1 und u_2 und die tangentialen und radialen Spannungen σ_{r_1} , σ_{r2} und σ_{t_1} , σ_{t_2} beider Konstruktionselemente folgender-

massen:
$$u_1 = a_1 r + \frac{b_1}{r}; \ \sigma_{r_1} = E\left(a_1 - \frac{b_1}{r^2}\right); \\ \sigma_{t_1} = E\left(a_1 + \frac{b_1}{r^2}\right); \\ u_2 = a_2 r + \frac{b_2}{r}; \ \sigma_{r_2} = E\left(a_2 - \frac{b_2}{r^2}\right); \\ \sigma_{t_2} = E\left(a_2 + \frac{b_2}{r^2}\right)$$
 wobei die Integrationskonstanten $a_1, \ a_2, \ b_1, \ b_2$ folgende Werte haben:

Werte haben:

We fix Habel?
$$a_1 = \frac{\Delta (R_1^2 - R_2^2)}{2 R_1 R_2}$$
; $b_1 = 0$; $a_2 = \frac{\Delta R_1}{2 R_2^2}$; $b_2 = \frac{\Delta R_1}{2}$ (13)

Zahlenbeispiel: Führt man die Rechnung für die

Werte $a=R_1=$ 20 cm, $R_2=$ 40 cm, $\Delta=$ 1,5 · 10⁻³ von a durch, so findet man:

a durch, so findet man:
$$a_1 = -\frac{0.03 (1600 - 400)}{2 \cdot 20 \cdot 1600} = -5.625 \cdot 10^{-4} \cdot b_1 = 0 \cdot a_2 = 1.875 \cdot 10^{-4} \cdot b_2 = 0.3$$

$$\sigma_{r_{1} max} = \sigma_{r_{2} max} = 2.2 \cdot 10^{6} \left(1.875 \cdot 10^{-4} - \frac{0.3}{400} \right) = -1239 \text{ kg/cm}^{2}$$

$$\sigma_{t_{1} max} = \sigma_{t_{2} max} = 2.2 \cdot 10^{6} \left(1.875 \cdot 10^{-4} + \frac{0.3}{400} \right) = -2064 \text{ kg/cm}^{2}$$

+ 2064 kg/cm² Vergleicht man die maximale Radial- und Tangentialspannung im Schrumpfring mit den Ergebnissen der beiden ersten Zahlenbeispiele, so sieht man, dass in beiden

DIE SANKT ANTONIUS - KIRCHE DER RÖMISCH-KATHOLISCHEN GEMEINDE BASEL.

Arch. Prof. Dr. K. Moser, Zürich, und G. Doppler & Sohn, Basel.

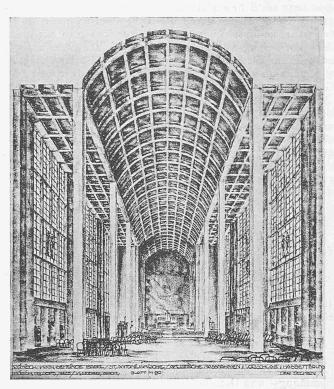


Abb. 6. Innenansicht der Kirche.

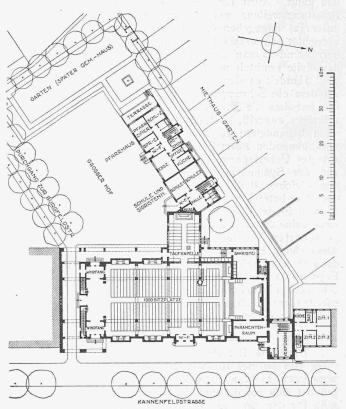


Abb. 1. Lageplan der Kirche und der angebauten Wohnhäuser. — 1:1000.

Fällen die Ergebnisse sehr gut übereinstimmen. Führt man die Rechnung nach dem zweiten der hier abgeleiteten Verfahren (Formelgruppe 11) unter sonst gleichen Verhältnissen für eine Breite des aufzuschrumpfenden Gegenstandes von l= 10 cm durch, so findet man für ${\sigma_r}^*{}_{\max}$ und ${\sigma_t}^*{}_{\max}$ folgende Werte:

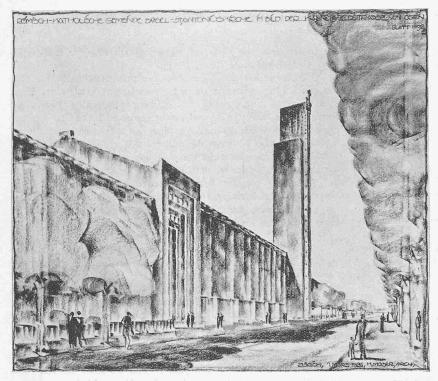


Abb. 3. Fassade der St. Antonius-Kirche an der Kannenfeldstrasse, aus Osten gesehen.

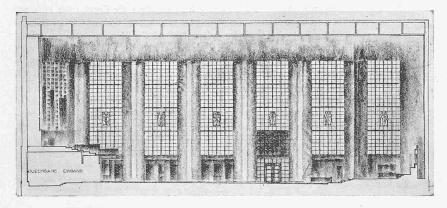


Abb. 2. Längsschnitt durch die Kirche. - Masstab 1:500.

$$\begin{split} \sigma_{r}^{*}_{\max} &= -\text{ 1166 kg/cm}^{2}; \ \sigma_{t}^{*}_{\max} = +\text{ 1938 kg/cm}^{2} \\ \text{also} & \tau^{*}_{\max} = \frac{\sigma_{t}^{*}_{\max}}{2} = 969 \text{ kg/cm}^{2} \\ \text{während sich für } l = 40 \text{ cm die Werte ergeben:} \\ \sigma_{r}^{*}_{\max} &= -\text{ 1122 kg/cm}^{2}; \ \sigma_{t}^{*}_{\max} = +\text{ 1870 kg/cm}^{2}, \\ \text{also} & \tau^{*}_{\max} = \sigma_{t}^{*}_{\max/2} = 935 \text{ kg/cm}^{2} \end{split}$$

Aus diesen Zahlenbeispielen ist somit deutlich ersichtlich, dass die für die Beanspruchungsgefahr massgebenden Schrumpfspannungen nur in sehr geringem Grade von der Breite des Mantelkörpers abhängen, und dass es daher im allgemeinen sehr gut angängig ist, nach den bisher üblichen Näherungsverfahren unter Vernachlässigung der Ringbreite zu rechnen.

Die hier durchgeführten Betrachtungen und Ueberlegungen beziehen sich auf *ruhende* Schrumpfverbindungen. Befindet sich das ganze System in Rotation, so überlagern sich über die Schrumpfspannungen noch die durch die Fliehkräfte hervorgerufenen Zusatzspannungen und sind diesen algebraisch beizufügen 1). Dazu kommen noch die Biegungspannungen des Eigengewichtes, unter Umständen diejenigen durch die Wellenschwingung verursachten, sowie

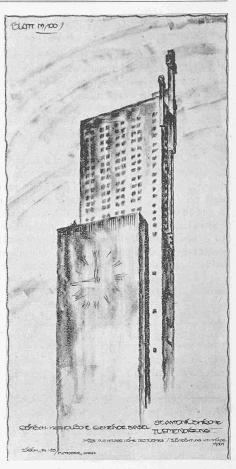


Abb. 4. Der Turm, aus halber Höhe.

allfällige Torsionspannungen, die sich zu den Schrumpfschubspannungen algebraisch addieren. Im fernern ist der Einfluss allfälliger Wärmespannungen, die im Falle bedeutender Temperatur-Unterschiede auftreten, gebührend zu berücksichtigen, worauf aber hier nicht eingegangen werden soll, sondern nur auf die weiter oben angeführte Arbeit von Böhm und Krescy verwiesen sein möge.

Röm.-kath. Sankt Antonius-Kirche in Basel. Arch. Prof. Dr. K. MOSER, Zürich und G. DOPPLER & SOHN, Basel.

Abweichend von der Gewohnheit der "S. B. Z.", ausser Wettbewerbsprojekten nur Aufnahmen fertiger Bauten zu bringen, seien hier einige Zeichnungen der im Bau befindlichen St. Antonius-Kirche in Basel wiedergegeben, die uns Prof. Dr. K. Moser zur Verfügung gestellt hat. Ohne einer Würdigung vorgreifen zu wollen, kann jetzt schon gesagt werden, dass die ungewöhnliche Auffassung der Aufgabe, die das Beispiel der Eisenbeton-Kirche von Le Raincy in grosszügiger Weise weiterentwickelt, hohes Interesse verdient, sodass die Besucher der Basler Internationalen Ausstellung nicht versäumen werden, den seiner Vollendung entgegengehenden Gussbeton-Neubau an der Kannenfeldstrasse anzusehen, sofern sie sich für Architektur interessieren. - Vielleicht ist es auch unbewusst der Tatsache zu verdanken, dass infolge der grossen Rheinschifffahrts- und Umschlagshafen-Diskussionen der Begriff des ,Silo" populär geworden ist, wenn die Basler - bekanntlich wegen ihres "bösen Maules" berüchtigt — der neuen Erscheinung gegenüber das erlösende Wort gefunden, und selbige "Seelen-Silo" getauft haben. Was natürlich nur eine familiäre Vertraulichkeit, und keine Wertung bedeutet. P. M. (auch ein Basler).

¹⁾ Siehe Stodola "Dampfturbinen", 6. Auflage, 1924, Seite 344 und Dr. E. Honegger, a. a. O., sowie: Ausgleich der Beanspruchung einer rasch rotierenden Radscheibe durch passenden Vorspannungszustand, "BBC-Mitteilungen", November 1919, Seiten 273 bis 276.