

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 87/88 (1926)  
**Heft:** 15

**Artikel:** Mechano-statische Untersuchungen hochgradig statisch unbestimmter Tragsysteme  
**Autor:** Hofacker, Karl  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-40872>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 04.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Mechano-statische Untersuchungen hochgradig statisch unbestimmter Tragsysteme. — Der dritte Ausbau des Lungenseewerkes. — Das Kraftwerk Amsteg der S. B. B. — Wettbewerb für das Lory-Spital in Bera. — Miscellanea: Weitgespannte Blechbalkenbrücke mit durchgehendem Schotterbett. Die Gewinnung von Kautschuk durch Elektrolyse. X. Schweizer Mustermesse in Basel 1926. Zur Elektrifikation der

Brünigbahn. Die Frage der einheitlichen Güterzugbremse. Schweizerischer Schulrat. — Konkurrenzen: Neubau der Schweizerischen Volksbank in Biel. — Literatur. — Eidgenössische Materialprüfungsanstalt an der E. T. H. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Basler Ingenieur- und Architekten-Verein. S. T. S.

Band 87. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 15

## Mechano-statische Untersuchungen hochgradig statisch unbestimmter Tragsysteme.

Von Ing. KARL HOFACKER, Luzern.

(Fortsetzung von Seite 175.)

### III. Das „Nupubest“-Verfahren von Chr. Rieckhof.

Von Ing. Chr. Rieckhof, Direktor der A.-G. für Baubedarf, Darmstadt, ist eine Methode zur experimentellen Lösung statisch unbestimmter Systeme für den Gebrauch in der Praxis entwickelt worden, die er als Nullpunkt-Bestimmung („Nupubest“) bezeichnet. Die für die Durchführung der Untersuchungen nötige Apparatur ist aus Abb. 27 auf der folgenden Seite ersichtlich. Sie umfasst: 1. Stahlstäbe von verschiedener Stärke; 2. Vorrichtungen für Auflager-Nachbildungen als Rollenlager, Gelenklager und Einspannungen; 3. Vorrichtungen für Knotenpunkt-Nachbildungen, und zwar für biegeunflexible Stabanschlüsse unter beliebigem Winkel und für rechtwinklige, biegeunflexible Stab-Anschlüsse; 4. Die Kraftangriffs-Vorrichtung; 5. Winkelhalter und 6. Kugeln. Die Zusammensetzung der entsprechenden Bestandteile ist aus Abb. 28 ersichtlich.

Die erwähnte Apparatur gestattet das Nachbilden des zu untersuchenden Tragwerkes in Form eines Modells, das sowohl die Form, als auch die Steifigkeitsverhältnisse und Auflagerbedingungen berücksichtigt. Durch passend gewählte Anzahl der Stahlstäbe ist es möglich, die Trägheitsmomente der Stäbe in ihrem gegenseitigen Verhältnis nachzubilden. Als Verbindungselemente der Stäbe dienen die Knotenpunkt-Nachbildungen, die gestatten, zwei oder mehr Stäbe biegeunflexibel in einem Knotenpunkte zu verbinden,

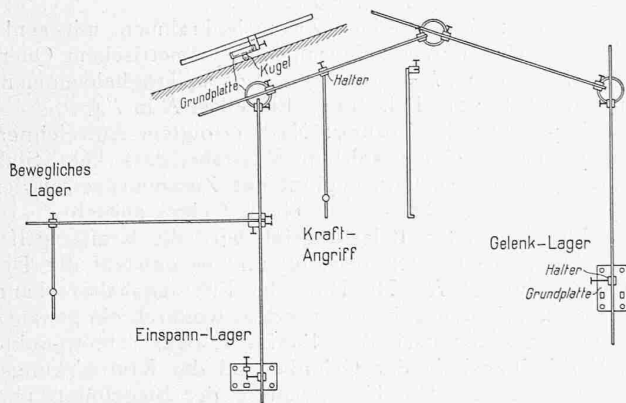


Abb. 28.

wobei der Winkel, den die Stäbe miteinander bilden, ein rechter oder ein beliebiger sein kann. Für die Nachbildung der Auflager sind drei verschiedene Fälle zu unterscheiden. Die Rollenlager-Vorrichtung ist in Form einer Pendelstütze ausgeführt. Sie wird aus dem beweglichen Halter des Gelenklagers und einem rechteckigen Stabe von etwa 20 cm Länge zusammengestellt. Das andere Ende des Stabes weist eine Bohrung auf, durch die ein Reissnagel gesteckt werden kann. Das Gelenklager setzt sich zusammen aus einer Grundplatte, die am Reissbrett befestigt wird, und einem beweglichen Halter, an dem der Stahlstab festgeschraubt werden kann. Durch Fixieren des beweglichen Halters an die Grundplatte wird das Gelenklager zu einem Einspannlager gemacht. Mit Hilfe der Kraftangriffs-Vorrichtung, deren Zusammensetzung ähnlich jener für Rollenlager erfolgt, ist es möglich, den Stahlstab an jeder beliebigen Stelle zu fassen. In die Halter können die Stahlstäbe gelegt

und verschraubt werden. Bohrungen am Kraftangriffsstab gestatten, diesen vor oder nach der Deformation am Reissbrett zu fixieren. Zur Ermöglichung einer beliebigen Einstellung der Krafttrichtung ist der Stab am Ende umgebogen, sodass er gegen einen Führungshalter ansteht (Modellversuche für Fälle mit verschieblichen Knotenpunkten). Damit sich die Stahlstäbe beim Nachfahren zwecks Uebertragung der Modellform auf die Unterlage nicht ungewollt verbiegen oder verschieben, sind Winkelhalter vorgesehen, die sich lose seitlich an die Stahlstäbe anlehnen und durch Reissstifte am Brett befestigt werden können. Um für besonders genaue Beobachtungen eine reibungslose Verschiebungsmöglichkeit zu schaffen, werden unter den Knotenpunkten kleine Kugeln gelegt.

Der Gang der Arbeit für die Durchführung des Modellversuches ist folgender:

In einem möglichst grossen Masstabe wird auf einem mit weissem, glattem Papier überzogenen Reissbrett eine genaue Zeichnung des Tragwerksystems verfertigt; über diese Zeichnung wird das Modell derart montiert, dass nirgends Zwang oder Verbiegung entsteht. Für den Kraftangriff ist zu beobachten, dass zur gleichen Zeit nur ein Stab mit einer Last belastet werde. Soll sich die Untersuchung auf die Belastung durch eine Einzelkraft beziehen, so liegt der Angriffspunkt der Modellkraft entsprechend gleich. Für jede symmetrische Belastung eines Stabes liegt der Angriffspunkt in Stabmitte. Andere Belastungsarten verlangen vorherige Bestimmung der Lage des Angriffspunktes, wozu Tabellen dienen.

Ueber die Grösse der Kraft wird nur vorausgesetzt, dass sie das Modell sehr deutlich deformiere; der absolute Wert ist für die Untersuchung gleichgültig. Sobald keine Einzelkraft die vorausgesetzte Belastung bildet, muss dann für die weitere Berechnung auch die Grösse der Ersatzkraft bestimmt werden, wozu ebenfalls Tabellen vorliegen. (Anleitung für die Apparatur und die Durchführung des Verfahrens der — Nupubest — Nullpunktbestimmung von Direktor Chr. Rieckhof.)

Liegt ein Stabsystem vor, bei dem während der Bewegung, d. h. während der Deformation keine Knotenpunkt-Verschiebungen eintreten, so bleibt die Richtung der Angriffseinzellast die gleiche, wie die der gegebenen Belastung. Für Stabsysteme, bei denen Knotenpunkt-Verschiebungen auftreten, ergeben sich auch Richtungsänderungen der Angriffskraft. In diesem Falle wird am besten so verfahren, dass das Modell zweimal belastet wird, einmal für die verlangte Krafttrichtung, das andere Mal für die dazu entgegengesetzte Richtung. Zur Orientierung der Kraft wird ein ganz bestimmter Punkt fixiert, durch den die Kraft vor und während der beiden Belastungsfälle wirkt.

Nach der Deformation werden nun die Biegelinien und die verschobenen Knotenpunkte sowie auch der verschobene Kraftangriffspunkt zeichnerisch festgehalten. Es ist zweckmässig, die Apparatur unverändert auf die Seite zu legen, um gegebenen Falles den Versuch wiederholen zu können. Nun folgt die grundsätzliche Arbeit, die dem Verfahren den Namen gab, die Nullpunktbestimmung, d. h. der Nullpunkte der Momentenflächen, die identisch sind den Wendepunkten der Biegelinie. Verschiedene Verfahren zeichnerischer, experimenteller und rechnerischer Art gestatten diese Bestimmung mit Genauigkeit. Wir können die

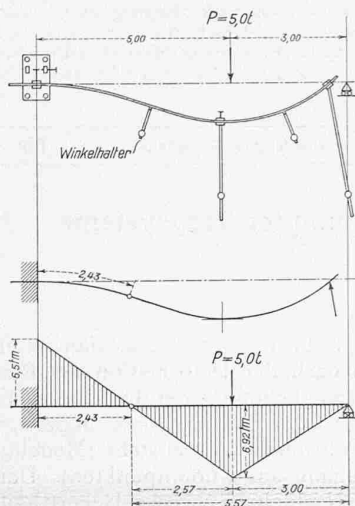


Abb. 29 bis 31.

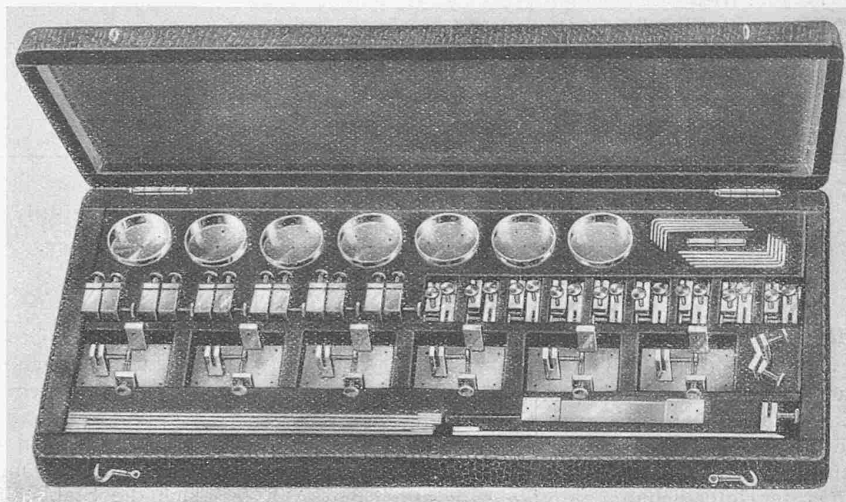


Abb. 27.

Wendepunkte der elastischen Linie als Gelenke auffassen, sodass jedes statisch unbestimmte System in eine Anzahl statisch bestimmter Systeme zerlegt wird, die mit einfachen Mitteln der Statik weiterbehandelt werden können. Der durch die Einzelkraft belastete Stab stellt einen einfachen Balken dar, wenn er durch zwei Momenten-Nullpunkte begrenzt wird. Selbstverständlich übernimmt ein Rollenlager oder Gelenklager am Ende eines Stabes die Funktion eines Momenten-Nullpunktes. In den andern Fällen erfolgt die Berechnung als Dreigelenkbogen.

Zur Berechnung der Momente ist beizufügen, dass aus den Auflagerkräften des belasteten Stabes die weitem Momente berechnet werden können. Wenn die wirkliche Belastung des Stabes aus einer Einzelkraft besteht, können die Ergebnisse des Experimentes ohne weiteres benutzt werden, denn sowohl die Feld- und Eckmomente als auch die Lage der Momenten-Nullpunkte stimmen mit dem effektiven Belastungsfalle überein. Muss aber eine ideale Ersatzkraft an Stelle einer Kräftegruppe oder verteilter Lasten eingeführt werden, die nach Lage und Grösse mit Hilfe einer Anleitung für die Nupubest-Apparatur leicht berechnet werden kann, dann sind wohl die Feld- und Eckmomente der unbelasteten Stäbe richtig, nicht aber die Feldmomente des belasteten Stabes. Diese müssen erst aus der Belastung und den gefundenen Eckmomenten bestimmt werden. Das gleiche gilt für die Lage der Momenten-Nullpunkte des belasteten Stabes.

Setzt sich ein Experiment aus verschiedenen Belastungsfällen zusammen, so werden auch hier, wie bei rechnerischen Methoden, einzelne Belastungsfälle für sich untersucht und die Resultate in Form von Grenzwertbildung zusammengesetzt.

Von den vielen Uebungsbeispielen, die die erwähnte Anleitung enthält, seien zur Erläuterung des Verfahrens zwei herausgegriffen.

*Erstes Beispiel.*

Ein einseitig fest eingespannter horizontaler Träger von 8 m Spannweite (siehe Abbildung 29) stützt sich mit dem freien Ende auf ein Rollenlager. Die Belastung sei eine Einzellast von 5 t im Abstände von 3,0 m vom festen Lager. Nachdem das System aufgezeichnet und die Apparatur darüber montiert ist, kann das Modell mit einer beliebigen Einzelkraft belastet werden. Die Kraftangriffs-Vorrichtung wird im deformierten Zustande am Reissbrette fixiert und die Biegelinien auf die Unterlage übertragen (Abb. 30). An der Einspannstelle bleibt die Tangente horizontal. Wird an die Biegelinie eine horizontale Tangente gezogen, so liegt der Wendepunkt der elastischen Linie zwischen Einspannstelle und Berührungspunkt der untern Tangente. Dieser letzte ist natürlich nicht identisch mit dem Angriffspunkt der Last.

Das statisch unbestimmte Tragsystem ist durch den Momenten-Nullpunkt in zwei statisch bestimmte Tragwerke zerlegt worden, nämlich in einen einfachen Balken und in einen eingespannten Träger (Abb. 31). Die Auflagerkraft des einfachen Balkens auf den Konsolträger beträgt:

$$A = \frac{5,0 \cdot 3,0^1}{5,57} = 2,69 \text{ t}$$

jene auf das Rollenlager:

$$B = \frac{5,0 \cdot 2,57}{5,57} = 2,31 \text{ t}$$

Das Feldmoment des Balkens ermittelt sich zu

$$M_f = 2,69 \cdot 2,57 = 6,92 \text{ mt}$$

Das Einspannmoment zu

$$M = 2,69 \cdot 2,57 = 6,92 \text{ mt}$$

Die analytische Lösung ergibt:

$$M_f = 6,96 \text{ mt} \quad M = 6,44 \text{ mt.}$$

*Zweites Beispiel.*

System: Zweistieliger Zweigelenkrahmen mit senkrechten Stielen und sattelförmigem, symmetrischem Querriegel.  $l = 5,00 \text{ m}$ ,  $h = 3,0 \text{ m}$ ,  $f = 1,25 \text{ m}$ , Trägheitsmoment konstant (Abb. 32). Belastung: Einzellast  $R$  in  $1/4$ .

Experimentelle Lösung: Nach erfolgtem Aufzeichnen des Systems in einem solchen Masstabe, dass kein Stab kleiner als 40 cm ausfällt, beginnt das Zusammensetzen der Apparatur, das am besten von einem Gelenk ausgeht.

Für den ersten Belastungsfall wird die Kraftangriffs-Vorrichtung nach unten befestigt und es entsteht die Deformation infolge  $R'$ . Mit Hilfe des Führungshalters kann der Kraftangriffstab gehalten werden, wodurch ein genaues Richten desselben nach dem Punkte  $r$ , dem Schnittpunkte der Verbindungslinie der Gelenke und der Kraftwirkungslinie möglich ist. Die Uebertragung der Biegelinien und Bestimmung der Wendepunkte schliesst die Arbeit ab. Dann erfolgt eine Wiederholung des Versuches mit der Kraftwirkung nach oben, wieder so, dass  $R''$  durch  $r$  wirkt. Von beiden Biegelinien sind die Wendepunkte bestimmt, fallen aber nicht zusammen. In der Mitte der beiden Lagen liegt der vermittelte Wendepunkt, der auf die Stabaxe übertragen wird. Da der Stab BC, an dem die Kraft angreift, nur einen Wendepunkt aufweist, geschieht die Weiterbehandlung der Aufgabe nach den Grundsätzen des Dreigelenkbogens. Die unbelastete Scheibe IIDE des Rahmens (Abb. 33) liefert den Kämpferdruck  $K_E$  der Richtung nach als Verbindungsgerade EII. Der Schnittpunkt dieser Richtung mit der Krafttrichtung sei F. In analoger Weise kann der Teil ABI als unbelastete Scheibe des Dreigelenkbogens aufgefasst werden, sodass die Richtung AI die Wirkungsgerade des Kämpferdruckes  $K_A$  darstellt. Der neue Schnittpunkt G von  $K_A$  mit  $R$  sollte theoretisch mit F zusammenfallen. Es ist möglich, kleine Ungenauigkeiten bei der Ausführung des Modellversuches dadurch zu korrigieren, dass als Schnitt

DAS  
„NUPUBEST“-VERFAHREN  
VON ING. CHR. RIECKHOF

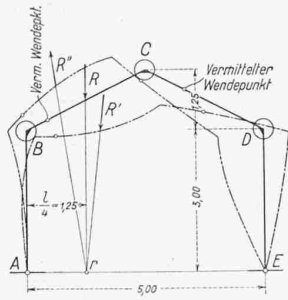


Abb. 32.

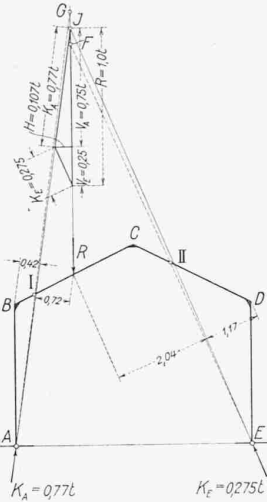


Abb. 33.

punkt der Kämpferdrücke mit der Einzellast der Punkt J eingeführt wird, der die Strecke FG halbiert. In bekannter Weise kann nun die Zerlegung der Kraft R nach den Richtungen der beiden Kämpferdrücke geschehen, wodurch auch die Grösse des Horizontalschubs H folgt.

Die Momente bestimmen sich wie folgt:

$$M_B = 0,77 \cdot 0,42 = 0,323 \text{ mt}$$

$$M_D = 0,275 \cdot 1,17 = 0,322 \text{ mt}$$

Feldmoment unter der Kraft R:

$$M_R = 0,275 \cdot 2,04 = 0,562 \text{ mt}$$

bzw.

$$= 0,77 \cdot 0,72 = 0,554 \text{ mt}$$

Rechnerisch ergeben sich die Momente zu

$$M_B = M_D = 0,321 \text{ mt.}$$

$$M_R = 0,550 \text{ mt}$$

In diesem Beispiele erfahren die Knotenpunkte Verschiebungen, die für ein und denselben Belastungsfall verschiedene sind für jeden Knotenpunkt, d. h. die relativen Verschiebungen einzelner Knotenpunkte sind verschiedene (Abb. 32). Beispielsweise erleidet der Knotenpunkt D beim Kraftangriff nach unten (strichpunktierte Linie) eine grössere Verschiebung nach rechts als der Knoten B, weil die Auflagerkraft in C des Stabes BC durch die Deformation der Stäbe ein Auseinanderrücken der Punkte B und D bewirkt. Der Auflagerdruck bei B hat keine Verschiebung der Knotenpunkte zur Folge, weshalb er hier für die Deformation des

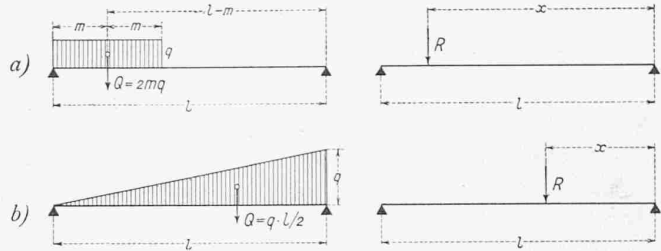


Abb. 34.

Rahmens unberücksichtigt bleiben kann. In Fällen, in denen die Auflagerdrücke eines Stabes an beiden Enden derart wirken, dass Verschiebungen der Knotenpunkte eintreten, sind an beiden anschliessenden Eckpunkten die Differenz-Auflagerdrücke als besondere Belastungsfälle einzuführen und die Ergebnisse denen des Hauptbelastungsfalles zuzufügen.

In diesem Beispiel ist die eingeführte Einzellast R und die tatsächliche Kraft die gleiche, sodass der bei C angreifende Auflagerdruck gleich der richtige ist. Bei allen andern Belastungsarten trifft dies nicht zu, weil die Ersatzkraft R stets kleiner ist als die Summe der tatsächlichen Belastungen. Es ist der Auflagerdruck in C aus der Ersatzkraft R und aus der tatsächlichen Belastung in Differenzform zu ermitteln, und diese Differenz als Kraft eines zusätzlichen Belastungsfalles in C einzuführen und das Ergebnis dem aus der Hauptbelastung zuzufügen.

Abb. 34 zeigt als Beispiel für eine gegebene Streckenbelastung die in die Versuche einzuführende Ersatzkraft R in Lage und Grösse. Es ist dabei:

$$\text{Fall a) } \begin{cases} x = \frac{6(l-m)^2}{3l-4m} - l \\ R = Q \cdot \frac{3ml-4m^2}{3x(l-x)} \end{cases}$$

$$\text{Fall b) } \begin{cases} x = \frac{2}{3}l \\ R = \frac{Q \cdot l^2}{6x(l-x)} \end{cases}$$

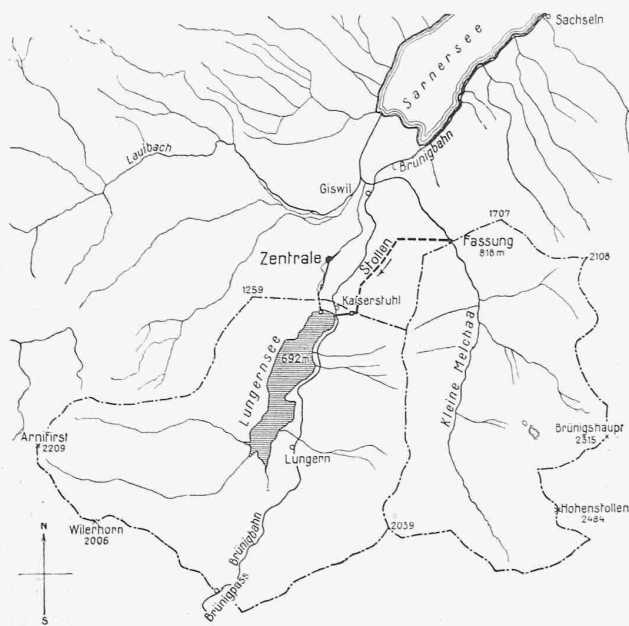
Vor kurzem hat Ing. Rieckhof weitere Beiträge zur Anwendung seines Nullpunktbestimmungs-Verfahrens veröffentlicht. Wir werden in nächster Nummer darauf zurückkommen. (Forts. folgt.)

Der dritte Ausbau des Lungernseewerkes  
der Centralschweizerischen Kraftwerke.

Wie aus unserer seinerzeitigen Veröffentlichung über dieses Werk bekannt<sup>1)</sup>, umfasst die Lungernsee-Konzession der Centralschweizerischen Kraftwerke die Ausnützung der natürlichen Zuflüsse des Lungernsees auf der Gefällstufe Lungernsee-Sarnersee, sowie die Ausnützung der benachbarten Gewässer Kleine und Grosse Melchaa und der Giswilerlauri. Der bisherige erste und zweite Ausbau, durchgeführt in den Jahren 1921 und 1923, erfasst nur den Abfluss des Lungernsees mit einem Kraftwerk bei Unter-Aa von 22000 PS Leistung und einer jährlichen Energieerzeugung von im Mittel 18 Mill. kWh, wobei der Lungernsee mit einer Stauhöhe von 16 m, entsprechend 17 Mill. m<sup>3</sup>, als Akkumulierbecken herangezogen wurde.

Der gegenwärtig in Ausführung begriffene dritte Ausbau (vergl. den nebenstehenden Uebersichtsplan) bezweckt neben der Zuleitung der Kleinen Melchaa nach dem Lungernsee einen Höherstau des Lungernsees um weitere 20 m, d. h. ungefähr auf die ursprüngliche Seespiegelhöhe, mit einem Stauraum von 50 Mill. m<sup>3</sup>. Dieser dritte Ausbau bringt demnach eine wesentliche Erhöhung der Jahresleistung, und zwar auf rund 30 Mill. kWh.

Die Zuleitung der Kleinen Melchaa besteht aus der Wasserfassung auf Kote 818, als festes Ueberfallwehr mit



Uebersichtskarte des Lungernsee-Gebietes. — Masstab 150000.

<sup>1)</sup> Vergl. Band 84, S. 251 und 265 (22./29. November 1924).