

| | |
|---------------------|---|
| Zeitschrift: | Schweizerische Bauzeitung |
| Herausgeber: | Verlags-AG der akademischen technischen Vereine |
| Band: | 85/86 (1925) |
| Heft: | 23 |
| Artikel: | Die technische Bedeutung der Dämpfungsfähigkeit eines Baustoffes |
| Autor: | Föppl, Otto |
| DOI: | https://doi.org/10.5169/seals-40232 |

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Die technische Bedeutung der Dämpfungsfähigkeit eines Baustoffes. — Das Kraftwerk Amsteg der Schweizerischen Bundesbahnen. — Zum „Mesehaus“-Wettbewerb in Hamburg. — Mscellanea: Fahrbare Maschine für Zement-Hinterpressungen. Bund Schweizerischer Gartengestalter. Syndicat Suisse pour l'Etude de la Voie navigable du Rhône au Rhin. Die Wasserstands-Verhältnisse in der Schweiz. Heraus-

gabe eines Werkes von Funktionstafeln. Schweizer Mustermesse 1926. Erweiterungsbau des Zürcher Kunsthäuses. — Preisauftschreiben zur Erlangung eines Spannung- und Schwingungsmessers. — Literatur: — Eidgen. Materialprüfsanstalt an der E. T. H. — Vereinsnachrichten: Schweizer. Ing.- u. Arch.-Verein. Sektion Bern des S. I. A. Basler Ing.- und Arch.-Verein. Zürcher Ing.- u. Arch.-Verein. S. T. S.

Die technische Bedeutung der Dämpfungsfähigkeit eines Baustoffes.

Von Prof. Dr. Ing. OTTO FÖPPL, Braunschweig.

Die nachfolgenden Ueberlegungen fassen auf Versuchen, die über das Verhalten von Baustoffen bei oft wiederholten Beanspruchungen (Schwingungsbeanspruchung) angestellt worden sind, und über die im Werkstoff Ausschuss des Vereins deutscher Eisenhüttenleute unter Nr. 36 und 60, ferner in der „Schweizer. Bauzeitung“ vom 1. November 1924 und in der Zeitschrift „Maschinenbau“ 1925, Heft 11 berichtet worden ist. Hier sei nur so viel nachgetragen, dass bei diesen Versuchen ein zylindrischer Probestab a , der an einem Ende festgehalten ist und am andern Ende die Schwungmasse b trägt (Abbildung 1) durch Verdrehungsschwingungen, d. h. durch Schubspannungen zwischen den Grenzen $+\tau_0$ und $-\tau_0$ in millionenfachem Wechsel beansprucht worden ist und dass man einerseits die grösste Beanspruchung τ_0 am Umfang des Stabes und anderseits die mit dem Spannungswchsel verbundene Erwärmung gemessen hat. Die Erwärmung des Stabes ist eine Folge davon, dass die Formänderungen bei grösseren Verformungen nicht von rein elastischer Art sind, und dass ein — wenn auch geringer — Bruchteil der Gesamtverformung in plastischer Weise vor sich geht. Das Spannungs-Verformungsdiagramm, das bei einer rein elastischen Schwingung durch eine Gerade wiedergegeben wird, ist bei grösseren Verformungen eine Hysteresis-Schleife von der in Abbildung 2 dargestellten Art. Der Inhalt der Hysteresis-Schleife ist der auf eine Schwingung in Wärme umgesetzte Arbeitsbetrag oder die Dämpfung des Baustoffes.

Festlegung der Dämpfungsgrössen.

Die Dämpfung kann aus der Temperaturerhöhung bestimmt werden, die der schwingende Stab im Beharrungszustand erfährt. Im Beharrungszustand ist die auf jede Schwingung durch Dämpfung erzeugte Wärme gleich der an die Umgebung abgegebenen Wärme. Diese letzte lässt sich durch einen Auslaufversuch in Abhängigkeit von der Temperatur des Probestabes ermitteln. In den bisherigen Veröffentlichungen haben wir die Dämpfung auf 1 kg des Probestabes bezogen und mit γ cm kg/kg Schwingung bezeichnet. Sobald man in die Betrachtungen auch Baustoffe mit sehr verschiedenem spezifischem Gewicht (z. B. einerseits Stahl, anderseits Leichtmetalle) hineinbezieht, ist es zweckmässiger, die Dämpfung nicht für 1 kg, sondern für 1 cm³ aufzustellen. Wir wollen diese Grösse mit ϑ (Dimension cm kg/cm³ Schwingung) bezeichnen und im nachfolgenden weiter verwenden.

Bei der Verdrehung des Stabes sind die äussern Fasern am stärksten verformt; nach der Mitte zu nimmt die Verformung linear ab. Infolgedessen wird die grösste Dämpfung aussen erzeugt werden. Der Stab hat aber an jeder Stelle seines Querschnittes etwa gleiche Temperatur und aus der Temperatur bestimmen wir die Grösse der Dämpfung. Wir beziehen deshalb die Dämpfung ϑ auf den gesamten Querschnitt (mittlere Dämpfung). Die zu einer

bestimmten Dämpfung ϑ gehörige Verformung ε (ausgedrückt durch den infolge der Schubspannung auftretenden Gleitwinkel) messen wir aber am Umfang des Stabes (ε_0), da wir uns für irgend eine bestimmte Stelle entscheiden müssen. Solange wir uns im Gebiete des Hooke'schen Gesetzes befinden ist $\varepsilon_0 = \tau_0/G$, wobei G der Gleitmodul und τ_0 die Schubspannung am Stabumfang ist. Die $\vartheta \varepsilon_0$ Kurve baut auf zwei nicht zusammengehörigen Begriffen auf — mittlere Dämpfung und grösste Verformung. — Dieser Misstand kann leicht beseitigt werden, wenn man aus den unmittelbar gemessenen ϑ Werten die Werte ϑ_0 ermittelt, die sich auf ein am Umfang — also dort, wo die Verformung ε_0 bestimmt wird — gelegenes Volumenelement beziehen, was im folgenden geschehen soll:

Wir betrachten zwei benachbarte Punkte ε_0 und $\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_0$ der $\varepsilon_0 \vartheta$ Kurve mit den zugehörigen mittlern Dämpfungen ϑ und $\vartheta + \Delta \vartheta$. Die Verformungen ε innerhalb eines Querschnittes sind proportional dem Abstande des Elements von der Mittellinie oder dem Halbmesser r . Bezeichnen wir mit r_0 den äussern Halbmesser des Stabes, dann ist: $\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{r}{r_0}$. Den Uebergang vom Werte ε_0 zum Werte $\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_0$ kann man sich theoretisch auch so durchgeführt denken, dass der Halbmesser des Probestabes bei gleichem Verdrehungswinkel $\Delta \varphi$ von r_0 auf $r_0 \frac{\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0}$ angewachsen ist. Dann ist die innere Seele des neuen Stabes bis zum Halbmesser r_0 ebenso beansprucht und verformt wie vorher, und die Zunahme $\Delta \vartheta$ der Dämpfung führt nur von der äussern Schicht her, die $r_0 \Delta \varepsilon_0 / \varepsilon_0$ Wandstärke hat. Beachtet man ferner noch, dass sich ϑ auf 1 cm³ des Stabes bezieht, und dass das Volumen des Stabes bei der Verstärkung vom Halbmesser r_0 auf $r_0 + r_0 \Delta \varepsilon_0 / \varepsilon_0$ im Verhältnis der Quadrate der Halbmesser, also im Verhältnis

$$\frac{r_0^2}{(r_0 + r_0 \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0})^2} = \sim \frac{1}{1 + 2 \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0}}$$

vergrössert worden ist, so folgt für die auf 1 cm³ Baustoff bezogene Dämpfung ϑ_0 der äussern Schicht:

$$\begin{aligned} r_0^2 \left(1 + \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right)^2 (\vartheta + \Delta \vartheta) &= r_0^2 \vartheta + \left[r_0^2 \left(1 + \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right)^2 - r_0^2 \right] \vartheta_0 \\ \left(1 + 2 \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right) (\vartheta + \Delta \vartheta) &= \sim \vartheta + 2 \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \vartheta_0; \end{aligned} \quad (1)$$

und daraus unter Vernachlässigung des von der nächsten Ordnung kleinen Gliedes $2 \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \Delta \vartheta$:

$$\vartheta_0 = \frac{2 \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \vartheta + \Delta \vartheta}{2 \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0}} = \vartheta + \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta \varepsilon_0} \quad (2)$$

Dabei ist mit $\Delta \vartheta$ der Unterschied der mittlern Dämpfung bei Randverformungen ε_0 und $\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon_0$ und mit ϑ_0 die zur Verformung ε_0 gehörige Dämpfung der Baustoffgebiete am Stabumfang bezeichnet. Wir nehmen an, dass sich $\vartheta = f(\varepsilon_0)$ durch eine Exponentialfunktion von der Art $\vartheta = C \varepsilon_0^\alpha$ darstellen lässt. Dann ist $\frac{d \vartheta}{d \varepsilon_0} = C \varepsilon_0^{\alpha-1}$ und deshalb

$$\vartheta_0 = \vartheta + \frac{\varepsilon_0}{2} C \varepsilon_0^{\alpha-1} = \vartheta + \frac{\alpha}{2} \vartheta = \frac{\alpha+2}{2} \vartheta \quad (3)$$

Den Wert α erhält man aber in bekannter Weise durch

$$\alpha = \frac{d \vartheta}{d \varepsilon_0} \frac{1}{C \varepsilon_0^{\alpha-1}} = \frac{d \vartheta}{d \varepsilon_0} \frac{\varepsilon_0}{\vartheta}, \quad (4)$$

d. h. als das Verhältnis der Kurventangente $\frac{d \vartheta}{d \varepsilon_0}$ zur Poltangente $\frac{\vartheta}{\varepsilon_0}$.

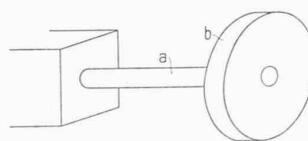


Abb. 1.

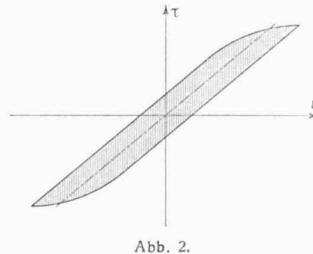


Abb. 2.

Die Gleichungen (3) und (4) ermöglichen es in einfacher Weise, aus der $\vartheta \varepsilon_0$ Kurve, die der Versuch liefert, die $\vartheta_0 \varepsilon_0$ Kurve zu ermitteln, die die Beziehung zwischen Dämpfung und Verformung am Volumenelement angibt. Vorausgesetzt ist dabei allerdings, dass sich die Abhängigkeit zwischen ϑ und ε_0 durch eine Exponentialfunktion darstellen lässt. Angenähert kann das aber immer zum mindesten für das letzte Stück geschehen. Im allgemeinen Falle wird man allerdings den Exponenten α selbst als Funktion der Spannung ε_0 angeben müssen.

Für viele Zwecke ist es empfehlenswerter, nicht mit der Dämpfung ϑ_0 selbst, sondern mit der spezifischen Dämpfung ψ_0 zu arbeiten. Unter ψ_0 verstehen wir dabei das Verhältnis der Dämpfung ϑ_0 zur Formänderungsarbeit, die bei der zugehörigen Schwingung in den äussersten Lagen in der Volumeinheit des Baustoffes aufgespeichert ist und die nach einem bekannten Satze der Festigkeitslehre gleich $\frac{\varepsilon_0^2 G}{2}$ beträgt, sofern man Proportionalität zwischen Verformung ε_0 und Spannung τ_0 voraussetzen kann. G ist die Verhältniszahl, die Schubelastizitätsmodul genannt wird. Es ist also: $\psi_0 = \frac{\vartheta_0}{\varepsilon_0^2 G}$. (5)

Da ϑ_0 von der Dimension cm kg/cm^3 (also einer Spannung) ist, ist ψ_0 eine dimensionslose Grösse. ψ_0 ist bei der von aussen nicht gestörten Schwingung das Verhältnis der Energieabnahme auf eine Schwingung zur gesamten Schwingungsenergie oder (da die Energie proportional dem Quadrate des Schwingungsausschlages ist) gleich dem doppelten Verhältnis der Abnahme Δa des Schwingungsausschlages auf eine Schwingung zum Schwingungsausschlag a , wobei natürlich vorausgesetzt ist, dass die Dämpfung der Schwingung allein durch die innere Baustoffdämpfung bewirkt wird. Im Gegensatz zu ψ , das die mittlere spezifische Dämpfung angibt, bezeichnen wir wieder mit ψ_0 die spezifische Dämpfung, die für die am höchsten beanspruchten Randteile (mit Verformung ε_0) gilt.

Die Ermittlung der grössten Schubspannung am Umfang des Stabes.

Wir haben bisher stillschweigend vorausgesetzt, dass die Schubspannung linear nach aussen zu anwächst, was bei kleinen Verformungen, für die das Hooke'sche Gesetz gilt, zutrifft. Die Dämpfung des Baustoffes hat aber gerade für grosse Verformungen besondere Bedeutung, und dafür kann die Annahme einer linearen Verteilung nicht mehr aufrecht erhalten werden. Wir werden deshalb versuchen, aus den statischen Eichergebnissen die wahre Schubspannung am Rande zu ermitteln. Bei der Eichung wird die Abhängigkeit des Momentes M vom Verdrehungswinkel $\Delta \varphi$ des Stabes bei *unveränderlichem* Stabhalbmesser r_0 festgestellt. Aus der Kurve $M = f(\Delta \varphi)$ kann eine neue Kurve $M_1 = f(r_{01})$ für einen bestimmten Verdrehungswinkel $\Delta \varphi_1$ und für *veränderlichen* Stabhalbmesser r_{01} gewonnen werden. Es entsprechen sich jeweils die Punkte der $M \Delta \varphi$ und der $M r_{01}$ Kurve, für die gleiche Beanspruchung der äussersten Stabfasern und folglich auch gleiche Verformung vorhanden ist, da die Verformung und die Schubspannung in beiden Querschnitten nach dem gleichen Gesetz mit der Entfernung von der Stabaxe zunimmt. Die Grösse der Momente bei ähnlichen Verformungen zweier Querschnitte von den Halbmessern r_0 und r_{01} ist aber verhältnisgleich der dritten Potenz der Halbmesser: $M : M_1 = r_0^3 : r_{01}^3$. (6)

Die Gleichung gilt für entsprechende Querschnitte, für die $\varepsilon_0 = r_0 \frac{\Delta \varphi}{l} = r_{01} \frac{\Delta \varphi_1}{l_1}$ gleichen Wert hat. Setzt man noch voraus, dass die Länge l der beiden Stäbe, auf die sich die $M \Delta \varphi$ und die $M_1 r_{01}$ Kurve beziehen, gleich sind, so lautet die Bedingung dafür, dass Gleichung (6) gilt:

$$r_0 \Delta \varphi = r_{01} \Delta \varphi_1; \quad r_0 d \Delta \varphi = \Delta \varphi_1 d r_{01} \quad (7)$$

Veränderlich sind in dieser Gleichung r_{01} und $\Delta \varphi$. Durch Einsetzen von Gleichung (7) in Gleichung (6) folgt:

$$M : M_1 = \Delta \varphi_1^3 : \Delta \varphi^3 \quad (8)$$

Für den zweiten Fall (veränderlicher r_{01} bei unveränderlichem Verdrehungswinkel $\Delta \varphi_1$) kann angesetzt werden:

$$M_1 = \int_{r_0}^{r_{01}} r^2 \pi r dr; \quad \frac{d M_1}{d r_{01}} = r_0 2 \pi r_{01}^2 \quad (9)$$

Wir haben τ_0 geschrieben, da sich $\frac{d M_1}{d r_{01}}$ auf den Zuwachs des Momentes mit steigendem r_{01} bezieht. τ_0 ist also die Beanspruchung der äussersten Faser. Aus Gleichung (9) erhält man unter Benützung von (7) und (8):

$$\tau_0 = \frac{d M_1}{d r_{01}} \frac{1}{2 \pi r_{01}^2} = \frac{1}{2 \pi r_{01}^2} \frac{d}{d r_{01}} \left[M \left(\frac{\Delta \varphi}{\Delta \varphi_1} \right)^3 \right] \quad (10)$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2 \pi r_{01}^2} \left(\frac{\Delta \varphi^3}{\Delta \varphi_1^3} \frac{d M}{d \Delta \varphi} \frac{\Delta \varphi_1}{r_0} + 3 M \frac{\Delta \varphi^2}{\Delta \varphi_1^3} \frac{\Delta \varphi_1}{r_0} \right) \quad (11)$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2 \pi r_0^2} \left(\frac{\Delta \varphi_1}{\Delta \varphi} \right)^2 \left[\frac{d M}{d \Delta \varphi} \left(\frac{\Delta \varphi}{\Delta \varphi_1} \right)^3 \frac{\Delta \varphi_1}{r_0} + 3 M \left(\frac{\Delta \varphi}{\Delta \varphi_1} \right)^2 \frac{1}{r_0} \right] \quad (11)$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2 \pi r_0^3} \left(\frac{d M}{d \Delta \varphi} \Delta \varphi + 3 M \right) \quad (11)$$

Diese Gleichung ermöglicht es, aus der $M \Delta \varphi$ Kurve, die die statische Eichung liefert, die wahre Schubspannung τ_0 am Rand zu ermitteln, wenn das Gebiet des Hooke'schen Gesetzes überschritten ist. Als Grenzfall muss die Gleichung (11) natürlich noch gelten, wenn Spannung und Verformung in linearer Beziehung zu einander stehen, wie es das Hooke'sche Gesetz vorschreibt. Dann ist

$$\tau_0 = \frac{M}{l} r_0 = \frac{2 M}{\pi r_0^3} l; \quad \Delta \varphi = \frac{\varepsilon_0 l}{r_0} = \frac{\tau_0}{r_0} \frac{l}{r_0} = \frac{2 M}{G \pi r_0^4} l; \quad \left. \frac{d M}{d \Delta \varphi} = \frac{G \pi r_0^4}{2 l} = \frac{M}{\Delta \varphi} \right\} \quad (12)$$

Die Gleichung (11) geht für diesen Fall über in die schon aus Gleichung (12) bekannte Form:

$$\tau_0 = \frac{1}{2 \pi r_0^3} (M + 3 M) = \frac{2 M}{\pi r_0^3} \quad (13)$$

Ein zweiter Grenzfall liegt dann vor, wenn der Stab so stark verdreht ist, dass das Verdrehungsmoment auch bei weiterer Verdrehung nicht mehr zunimmt (rein plastische Verformung). Dann ist an jeder Stelle die gleiche Schubspannung τ_0 vorhanden, und es kann gesetzt werden:

$$M = \int_{r_0}^{r_0} r d F = 2 \pi \tau_0 \frac{r_0^3}{3}; \quad \tau_0 = \frac{3 M}{2 \pi r_0^3} \quad (14)$$

Das gleiche Ergebnis hätte man aber auch aus Gleichung (11) erhalten, wenn man $\frac{d M}{d \Delta \varphi} = 0$ gesetzt hätte.

Wenn die Beanspruchung des Stabes über die Proportionalitätsgrenze hinaus geht, aber doch nicht rein plastisch erfolgt, dann ermöglicht Gleichung (11) den tatsächlichen Wert für die Schubspannung τ_0 am Rande aus der Eichkurve zu ermitteln.

In Abbildung 3 ist die Schubspannung τ_0 am Rande in Abhängigkeit von der Verformung $\Delta \varphi$ oder dem auf den Umfang bezogenen Wert ε_0 wiedergegeben. Die Kurve 1 ist aufgenommen worden, bevor der Stab durch Drehschwingungen beansprucht worden ist. Die Schubspannung τ_1 ist aus dem Momenten M unter Annahme linearer Spannungsverteilung berechnet worden. Wie man sieht, ist die Abweichung von der Geraden nur gering, sodass es sich nicht lohnt, eine Berichtigung mit Hilfe von Gleichung (11) vorzunehmen. Nachdem der Stab mehrere Millionen Schwingungen mit einem grössten Verformungswinkel $\varepsilon_0 = 0,02$ ausgeführt hat, ist eine neue Eichung vorgenommen worden. Die neuen Ergebnisse sind in Abbildung 3 als Kurve m_2 unter der Annahme, die Schubspannung τ_{m_2} am Umfang sei proportional der Dehnung, aufgetragen worden. Mit Hilfe von Gleichung (12) kann der Maßstab ermittelt werden, der es ermöglicht, die Beziehung zwischen ε_0 und τ_{m_2} aus den Eichergebnissen $\Delta \varphi$ und M abzuleiten. Gleichung (11) gestattet es, die Kurve m_2 zu berechnen, die die Abhängigkeit zwischen der wahren Schubspannung τ_{m_2} am Rande und der Verformung ε_0 am Rande angibt. Man sieht, dass in diesem Falle eine erhebliche Abweichung zwischen der Kurve τ_{m_2} und τ_0 vorliegt, die darauf zurückzuführen ist, dass bei diesem Baustoff neben der elastischen Verformung auch schon ein erheblicher plastischer Verformungsanteil auftritt. Die Abbil-

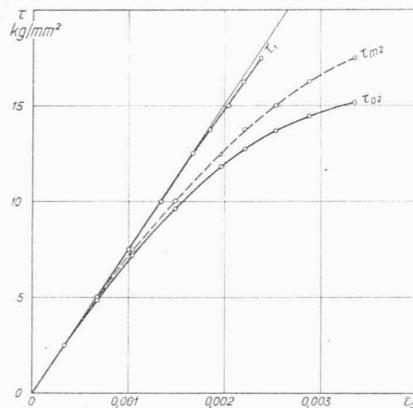


Abb. 3. Spannungs-Verformungsdiagramm für einen Probestab aus Schmiedeisen.

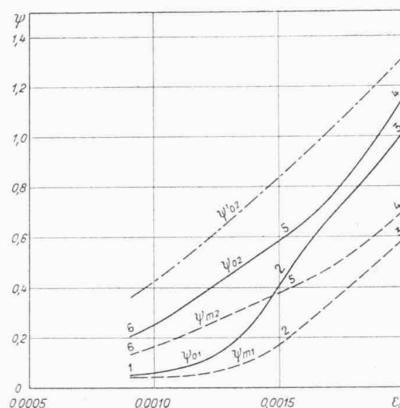


Abb. 5. Spezifische Dämpfung in Abhängigkeit von der Randverformung. Gleicher Stab wie Abb. 3.

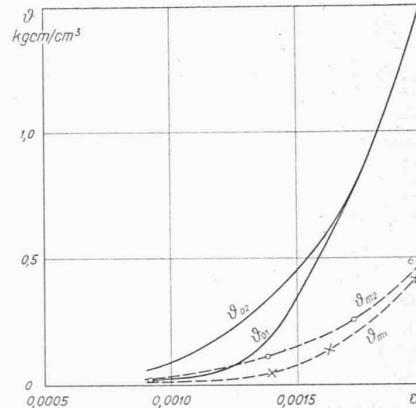


Abb. 6. Dämpfung in Abhängigkeit von der Randverformung. Gleicher Stab wie in Abb. 3.

dung 3 bezieht sich ebenso wie die Abbildungen 5 und 6 auf einen Schmiedeisenstab, geliefert von der Deutsch-Lux. Bergw. A.-G., mit $28,0 \text{ kg/mm}^2$ Fliessgrenze auf Zug, $49,2 \text{ km/mm}^2$ Festigkeit, $24,5 \%$ Bruchdehnung und $53,7 \%$ Kontraktion. Der Stab hat über 40 Millionen Schwingungen mit erheblichem plastischen Verformungsanteil überstanden, sodass insgesamt auf 1 kg Probestück 91 PSh Energie in Wärme umgesetzt worden sind ($\nu = 91,0 \text{ PSh/kg}$).

Die praktische Bedeutung der Dämpfung.

Die Dämpfung röhrt davon her, dass der Baustoff bei höheren Beanspruchungen nicht nur elastische, sondern daneben auch plastische Formänderungen ausführt. Die Verformung ist wegen des plastischen Verformungsanteils nicht mehr proportional der Spannung, oder die Elastizitätsziffer $G' = \tau/\varepsilon$ (wobei ε das Mass der Verformung) fällt mit zunehmender Spannung ab. Infolgedessen steigt bei örtlichen Ungleichheiten (Oberflächenbeschädigungen, Fehlstellen usw.) die Spannung nicht in dem Masse an, wie es bei unveränderlicher Elastizitätsziffer G der Fall wäre, oder es findet ein teilweiser Spannungsausgleich im Baustoff statt. Die praktische Wichtigkeit der Dämpfung liegt darin, dass der Baustoff den plastischen Anteil an der Gesamtverformung in millionenfachem Wechsel überstehen kann. Wenn von einem Baustoff verlangt wird, dass er „dauernd“ halten soll, so muss das Wort „dauernd“ durch eine Zahl ausgedrückt werden, die angibt, wieviel Belastungswechsel S mit der Höchstbeanspruchung überstanden werden müssen. Das S mag 10^6 , 10^7 oder auch 10^9 betragen. Diesen Zahlen sind Werte ψ_0 für einen bestimmten Baustoff zugeordnet. So hat z. B. der Baustahl, auf den sich die Abbildungen 3, 5 und 6 beziehen, bei einer Beanspruchung $\tau_0 = 12 \text{ kg/mm}^2$, $4 \cdot 10^7$ Belastungswechsel mit einer spezifischen Dämpfung $\psi_0 = 1,16$ überstanden. Aus dem Wert ψ_0 kann der plastische Anteil an der Gesamtverformung mit Hilfe von Abbildung 1 berechnet werden. Zu diesem Zwecke ersetzen wir die Hysteresisschleife angenähert durch ein Parallelogramm (Abb. 4). An der Stelle 1 setzt sich die Gesamtverformung ε aus dem elastischen Anteil ε_1 und dem plastischen Anteil a zusammen. Wir setzen voraus, dass a klein sei gegen ε_1 . Die in der Volumeinheit aufgespeicherte Formänderungsarbeit ist gleich $\tau \varepsilon / 2$ und das Verhältnis ψ_0 des Inhalts der Hysteresisschleife zur aufgespeicherten Formänderungsarbeit gleich $\frac{4 a \tau}{1/2 \varepsilon_1 \tau} = 8 \frac{a}{\varepsilon_1}$. Wir bezeichnen das Verhältnis der plastischen zur elastischen Verformung mit λ ; unter den vereinfachten Annahmen der Abbildung 4 ist dann

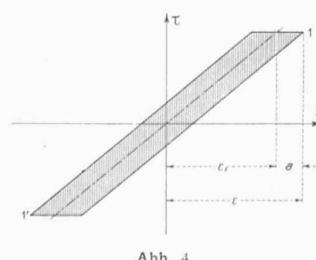


Abb. 4.

5 und 6 beziehen, bei einer Beanspruchung $\tau_0 = 12 \text{ kg/mm}^2$, $4 \cdot 10^7$ Belastungswechsel mit einer spezifischen Dämpfung $\psi_0 = 1,16$ überstanden. Aus dem Wert ψ_0 kann der plastische Anteil an der Gesamtverformung mit Hilfe von Abbildung 1 berechnet werden. Zu diesem Zwecke ersetzen wir die Hysteresisschleife angenähert durch ein Parallelogramm (Abb. 4). An der Stelle 1 setzt sich die Gesamtverformung ε aus dem elastischen Anteil ε_1 und dem plastischen Anteil a zusammen. Wir setzen voraus, dass a klein sei gegen ε_1 . Die in der Volumeinheit aufgespeicherte Formänderungsarbeit ist gleich $\tau \varepsilon / 2$ und das Verhältnis ψ_0 des Inhalts der Hysteresisschleife zur aufgespeicherten Formänderungsarbeit gleich $\frac{4 a \tau}{1/2 \varepsilon_1 \tau} = 8 \frac{a}{\varepsilon_1}$. Wir bezeichnen das Verhältnis der plastischen zur elastischen Verformung mit λ ; unter den vereinfachten Annahmen der Abbildung 4 ist dann

$\lambda' = a/\varepsilon_1 = 0,125 \psi_0$. Wenn wir statt des Parallelogramms (Abb. 4) die tatsächliche Hysteresisschleife (Abb. 2) zugrunde legen, ist das Verhältnis etwas höher, vielleicht

$$\lambda = 0,16 \psi_0 \quad (15)$$

Die vorhin genannte Dämpfung $\psi_0 = 1,16$, die der bestimmte Baustahl in millionenfachem Wechsel überstanden hat, bedeutet also einen plastischen Anteil λ von etwa 18 bis 20 % der Gesamtverformung. Wir nennen einen solchen Stahl einen zähen im Gegensatz zu einem spröden, der bei wechselnder, entsprechend hoher Beanspruchung ohne wesentliche Dämpfung, d. h. ohne wesentlichen plastischen Verformungsanteil zu Bruch geht. Der spröde Stahl mag bei einmaliger Beanspruchung grössere Festigkeit haben als der zähe, da die örtlichen Spannungserhöhungen in der Umgebung kleiner Fehlstellen durch einmalige plastische Dehnung ausgeglichen werden können. Der Ausgleich kann aber nicht in häufigem Wechsel aufgehalten werden, und deshalb ist der spröde Stahl bei der oft wiederholten Belastung trotz höherer Zerreissfestigkeit dem zähen Stahl in vielen Fällen unterlegen.

Hiermit ist der Begriff der Zähigkeit durch das dynamische Verhalten des Baustoffes ohne Bezugnahme auf die Bruchdehnung festgelegt, die bei den in der Praxis auftretenden Schwingungsbrüchen vergeblich gesucht wird.

Feststellung der Dämpfung durch den statischen Verformungsversuch und Vergleich mit den Ergebnissen des Drehschwingungsversuches.

Man muss zuerst die Frage beantworten, ob die statische Verformung durch Normalkräfte (Zerreissversuch) oder durch Scheerkräfte (Verdrehungsversuch) bewirkt werden soll. Wir haben uns in Anlehnung an die Drehschwingungsversuche für diese letzte Art entschieden. Es ist ungewiss, wie weit die dabei gewonnenen Ergebnisse auf den Zerreissversuch übertragen werden können.

Da die Geschwindigkeit des Belastungswechsels auf die Dämpfung nach angestellten Versuchen nur von geringem Einfluss ist, muss es auch möglich sein, die Dämpfung ψ_0 bzw. das Verhältnis λ aus dem statischen Verformungsversuch zu ermitteln. Feststellungen, die wir in dieser Richtung trafen, schlugen ursprünglich in vielen Fällen fehl, da wir den statischen Verformungsversuch vor dem Schwingungsversuch anstellten. Wir hatten nicht beachtet, dass viele Baustoffe infolge der Schwingungsbeanspruchung ihre Struktur vollständig ändern, sodass die Dämpfungscurven $\psi_0 = f(\varepsilon_0)$ mit der Zeit andere Form annehmen.

In Abbildung 5 ist die $\psi \varepsilon_0$ Kurve 1, 2, 3 für den schon mehrfach genannten Baustahl mit steigender Belastung aufgenommen worden. Dann hat der Stahl mehrere Millionen Schwingungen mit der Höchstlast $\tau_0 = 12 \text{ kg/mm}^2$ überstanden, und endlich ist eine neue $\psi_m \varepsilon_0$ Kurve 4, 5, 6 aufgenommen worden. Aus den $\psi_m \varepsilon$ Kurven sind die auf den Rand bezogenen Dämpfungen, die wir im vorausgehenden durch Anhängen des Index 0 gekennzeichnet

haben, berechnet worden. Die Kurve $\psi_{01} \varepsilon_0$ bezieht sich wieder auf den Baustoff im Anlieferungszustand, während $\psi_{02} \varepsilon_0$ für den Baustoff nach Ausführung der obengenannten Schwingungen gilt. Die beiden Kurven weichen erheblich von einander ab. Der noch nicht beanspruchte Baustahl zeigt z. B. nach Abbildung 3 bei $\tau_1 = 7.5 \text{ kg/mm}^2$ eine Verformung $\varepsilon_0 = 0.0010$ und dazu gehört nach Abbildung 5 eine spezifische Dämpfung $\psi_{01} = 0.06$ während der gleiche Stahl nach Ueberstehen der obengenannten Wechselbeanspruchung zur gleichen Spannung $\tau_{02} = 7.5 \text{ kg/mm}^2$ nach Abbildung 3 eine Verformung $\varepsilon_0 = 0.0011$ und nach Abbildung 5 eine spezifische Dämpfung $\psi_{02} = 0.31$ (also

einen fünfach so hohen Wert) aufzuweisen hat. Für beide Fälle haben wir auch durch einfache statische Eichung Spannungs-Verformungskurven aufgenommen, die in Abbildung 3 wiedergegeben sind. Der Wert τ_1 ist vor Ueberstehen der Wechselbeanspruchung, der Wert τ_{02} danach aufgenommen worden. Wie man sieht, haben sich die statischen Eigenschaften des Baustoffes durch die Wechselbeanspruchung in gleichem Sinne geändert wie die Dämpfungseigenschaften.

Es muss noch darauf hingewiesen werden, dass die Kurvenäste 1, 2, 3 und 4, 5, 6 (Abbildung 5) in ihrem oberen Stück ineinander übergehen müssen, da die hohe Schwingungsbeanspruchung gerade den Uebergang von einem zum andern Kurvenast bewirkt. Wenn in Abbildung 5 die beiden Kurvenstücke nicht zusammenlaufen, so röhrt das davon her, dass zur Konstruktion der Kurve 1, 2, 3 die τ_1 Kurve aus Abbildung 3 und zur Konstruktion der Kurve 4, 5, 6 die τ_{02} Kurve verwendet worden sind, aus denen die in der Endlage aufgespeicherte Formänderungsarbeit ermittelt worden ist. Bei der Aufnahme der Dämpfungskurve galt aber schon für die oberen Werte die τ_1 Kurve nicht mehr streng, da der Baustoff infolge der Schwingungen seine Struktur schon geändert hatte, und deshalb kann die $\psi_{01} \varepsilon$ Kurve für die obere Werte nicht einwandfrei wiedergegeben werden.

Gleichung (15) gibt die Beziehung an, die zwischen den Abbildungen 3 und 5 besteht. Wir haben den plastischen Anteil λ an der Gesamtverformung aus Abbildung 3 entnommen und die der statischen Eichung entsprechende verhältnismässige Dämpfung mit Hilfe von Gleichung (15) berechnet. Das Ergebnis ist als ψ_{02}' in Abbildung 5 eingetragen worden. Wenn die Ueberlegungen und Berechnungen streng zutreffen würden, müssten die ψ_{02} und die ψ_{02}' Kurve in Abbildung 5 zusammenfallen. Tatsächlich bestehen aber noch erhebliche Abweichungen zwischen beiden Kurven, die z. T. auf die Unvollkommenheiten der Messungen zurückzuführen sind. Die Abweichung zwischen $\psi_{02} \varepsilon$ und $\psi_{02}' \varepsilon$ sind für kleine Werte ε am grössten. Das röhrt davon her, dass bei kleinen ε Werten die verhältnismässige plastische Verformung λ mit unsern bisherigen Mess-Methoden nur sehr ungenau bestimmt werden konnte. Es sollen in dieser Richtung neue Versuche mit geeigneteren Mitteln angestellt werden.

In Abbildung 6 ist die Dämpfung, die im Vorausgehenden mit ϑ bezeichnet ist, für den gleichen Stab in Abhängigkeit von der Randverformung ε_0 aufgetragen. Die beiden Kurven ϑ_{m1} und ϑ_{m2} beziehen sich auf die mittlere Dämpfung. Zuerst ist für den ursprünglichen Stab die Kurve ϑ_{m1} aufgenommen worden. Der Stab hat dann mehrere Millionen Schwingungen mit der Randverformung $\varepsilon_0 = 0.0020$ überstanden. Schliesslich wurde die Belastung, d. h. der Schwingungsausschlag wieder erniedrigt, und die neue Kurve $\vartheta_{m2} \varepsilon_0$ festgestellt. Die Kurven ϑ_{m1} und ϑ_{m2} entsprechen den Kurven ψ_{01} und ψ_{02} in Abbildung 5. Aus der mittlern Dämpfung ϑ_m ist mit Hilfe von Gleichung (3) die grösste Dämpfung ϑ_0 , die am Rand auftritt,

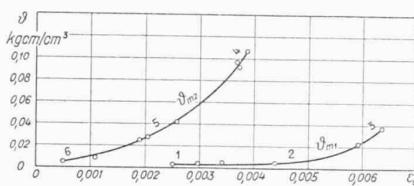
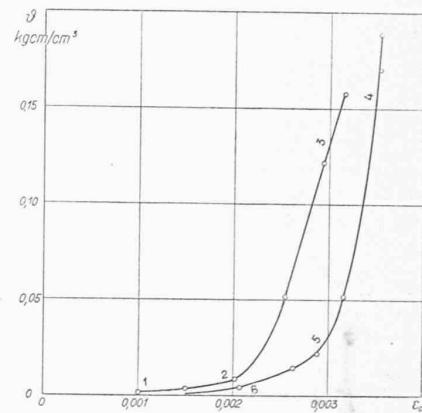


Abbildung 7. Dämpfung in Abhängigkeit von der Verformung ε_0 für einen Stab aus Duraluminium. ϑ_{m1} am ursprünglichen Stab festgestellt, ϑ_{m2} nach 0,5 Mill. Schwingungen mit $\varepsilon_0 = 0,006$.

Abbildung 8 (rechts). Dämpfung in Abhängigkeit von der Verformung für Schraubenmessing mit 0,58 Cu, 0,40 Zn und 0,02 Pb. Der Ast 4-5-6 bezieht sich auf den Zustand, der nach Ueberstehen von 0,5 Mill. Schwingungen mit einer Randverformung $\varepsilon_0 = 0,003$ erreicht wird.



ermittelt und als ϑ_{01} bzw. ϑ_{02} Kurve in Abbildung 6 eingetragen worden. Man sieht, dass der Dämpfungswert ϑ_0 infolge der Schwingungsbeanspruchung z. B. bei $\varepsilon_0 = 0,010$ auf ein Vielfaches des ursprünglich festgestellten Wertes angewachsen ist.

Noch weit grössere zeitliche Veränderungen der Dämpfungsfähigkeit erleiden Stäbe aus Schweißeisen. Bei ihnen treten Risse in Richtung der Längsachse infolge der Schwingungsbeanspruchung auf, die schliesslich auch dem blosen Auge sichtbar werden. Der Stab ist dann eigentlich kein einheitliches Gebilde mehr, sondern ein Bündel von einzelnen Sehnen. Die nach innen liegenden Oberflächen der Sehnen reiben sich bei der Beanspruchung aneinander. Dabei wird Wärme erzeugt, die nicht von der durch innere Baustoff-Dämpfung erzeugten Wärme geschieden werden kann. Die zeitliche Veränderung der Dämpfung bei Schweißeisen kann deshalb nicht leicht bestimmt werden.

Bei den härzbaren oder gehärteten Stählen ist die zeitliche Veränderung der Dämpfungsfähigkeit gering im Vergleich zu den in Abbildungen 5 und 6 wiedergegebenen Veränderlichkeiten. Für Stähle mit hoher Fliessgrenze kann sie wohl in der Regel ganz vernachlässigt werden.

Bei Nichteisenmetallen treten oft sehr erhebliche Veränderungen der Dämpfungsfähigkeit infolge der Schwingungsbeanspruchung auf. Die stärkste Veränderung ist bisher an einem Stab aus Duraluminium beobachtet worden (Abbildung 7). Die Kurven 1, 2, 3 ist hier am ursprünglichen Baustoff aufgenommen worden, während sich die Kurven 4, 5, 6 auf den Zustand bezieht, der nach Ueberstehen von 0,5 Mill. Schwingungen mit der Randverformung $\varepsilon_0 = 0,006$ erreicht wird. Aus dem ursprünglich wenig dämpfungsfähigen, spröden Baustoff wird infolge der Schwingungsbeanspruchung ein ganz anderes, zähes Material. Ich vermute, dass gerade diese Eigenschaft des Duraluminums, dass es infolge hoher Wechselbeanspruchungen dämpfungsfähig wird und deshalb örtliche Spannungs-erhöhungen ausgleichen kann, für die praktische Bewährung besonders wertvoll ist, und dass darin vor allem seine Ueberlegenheit über das gewöhnliche Aluminium begründet ist, das bei hohen Wechselbeanspruchungen mit sprödem Bruch, ohne dämpfungsfähig zu werden, entzweigt.

Es gibt auch Baustoffe, die infolge der Wechselbeanspruchung weniger dämpfungsfähig, d. h. spröder werden. Hierher gehört vor allem Kupfer und Schraubenmessing. In Abbildung 8 ist die $\vartheta \varepsilon_0$ Kurve für ein Schraubenmessing mit 0,58 Kupfer, 0,40 Zink und 0,02 Blei wiedergegeben. Der Kurvenast 1, 2, 3 bezieht sich wieder auf den anfänglichen Zustand, während der Ast 4, 5, 6 den Zustand angibt, der nach 0,5 Mill. Schwingungen mit der Randverformung $\varepsilon_0 = 0,0030$ bis 0,0035 erreicht wird. Bei diesem Baustoff ist die Dämpfungsfähigkeit infolge der Schwingungsbeanspruchung z. B. bei $\varepsilon_0 = 0,0030$ auf ein Viertel seines ursprünglichen Wertes zurückgegangen. Dieses Material wird infolge der Beanspruchung spröde, was man ja auch schon aus andern Erfahrungen weiß. Es ist

z. B. allgemein bekannt, dass kupferne Rohre, die lange Zeit Schwingungen ausgeführt haben, schliesslich so spröde werden, dass sie brechen. Um sie wieder in ihren ursprünglichen zähen Zustand zurückzuversetzen, werden sie ausgeglüht. Das ist eine Erfahrung, die nur an Kupfer und Messing, nicht aber an Eisen und Aluminium beobachtet wird, die im Gegenteil dabei zähe werden.

Für die praktische Wertung ist es natürlich sehr wichtig, zu erfahren, ob ein Baustoff infolge einer Wechselbeanspruchung spröder oder zäher wird, da davon wesentlich die Gefahr eines Dauerbruches abhängt. Der praktische Betrieb erfordert, dass eine ausgezeichnete Stelle im Baustoff, an der die Spannung besonders hoch ansteigt, bei

oftmaligem Spannungswechsel nicht zu Bruch geht. Durch die Wechselbeanspruchungen ändern aber viele Baustoffe ihre Eigenschaften wesentlich und zwar nur an dieser einen besonders hoch beanspruchten Stelle, die unter Umständen Längenabmessungen von nur einem Bruchteil eines Millimeters haben wird. Für die Haltbarkeit des Stückes ist es wichtig, dass der Baustoff *nach der Veränderung* an dieser einen Stelle stakt dämpfungsfähig ist, damit die ausgezeichnete Stelle durch einen erheblichen plastischen Anteil an der Gesamtverformung entlastet werden kann. Die Feststellung der Festigkeitseigenschaften des noch keinen Wechselbeanspruchungen ausgesetzten Baustoffes genügt deshalb nicht für die Wertung.

