Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 83/84 (1924)
Heft: 10

Artikel: Der Schubmittelpunkt
Autor: Maillart, Rob.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-82754

Band 83. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur auf Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 10.**

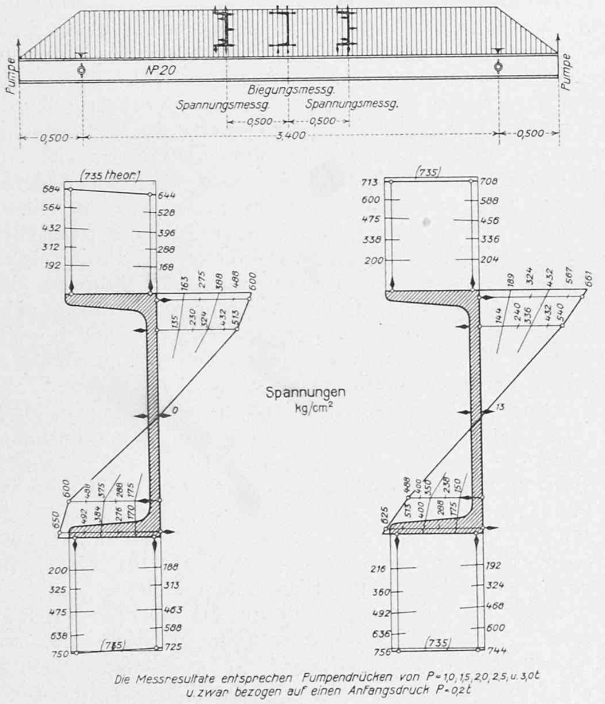

Abb. 1. Belastung in der Ebene des Schubmittelpunktes.

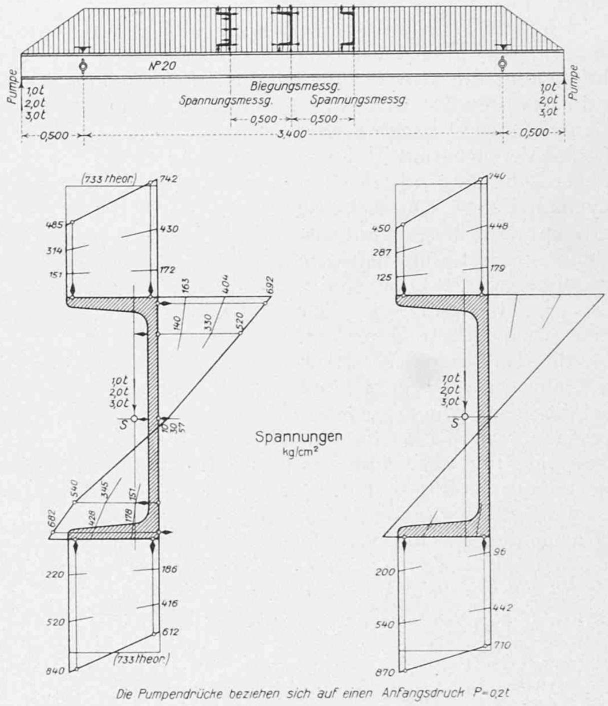

Abb. 2. Belastung in der Ebene des Schwerpunktes.

Der Schubmittelpunkt.

Von Ing. *Rob. Maillart*, Genf.

Nachdem ich zu zwei Malen das Biegungsproblem, bezugnehmend auf die von Bach gefundenen vermeintlichen Anomalien, in dieser Zeitschrift besprochen,[1]) gab ich in meiner dritten Aeusserung[2]) dem Bedauern Ausdruck, dass noch keine Versuche zur Aufklärung dieser Verhältnisse vorgenommen worden seien. Damals schon hatte indessen die Technische Kommission des Vereins schweizerischer Brückenbauwerkstätten Versuche angeordnet, die von deren Sekretär, Ing. M. Roš, geleitet wurden und dank dem Entgegenkommen von Prof. Dr. F. Schüle in der Eidg. Materialprüfungsanstalt ausgeführt werden konnten.

Die Anordnung und das Resultat der Versuche ist in Abb. 1 wiedergegeben. Die Belastung des]-Profils geschah weder in der Schwerpunktaxe noch in der Steg-Ebene, sondern in der Vertikalebene durch den *Schubmittelpunkt*, dessen Abstand von der Stegmitte sich hier ergibt zu

$$e = \frac{S_y\,(h-d)\,(h-2d)}{2\,J_x} = \frac{25{,}5 \cdot 18{,}85 \cdot 17{,}7}{2 \cdot 1911} = 2{,}2 \text{ cm.}$$

Zur Ermöglichung der Belastung in dieser Ebene, die den Querschnitt nicht schneidet, mussten natürlich besondere Vorkehrungen getroffen werden.

Diese Belastungsart ergibt nun, wie man sieht, auffallend gleichmässige Belastungsdiagramme. Die Abweichungen vom normalen Spannungszustand, die bei Bach 100 % überschritten, vermindern sich auf wenige Prozente und liegen durchweg innerhalb der durch die Mess-Apparate bedingten Fehlergrenzen. (Bei gleichem Anlasse durchgeführte Versuche mit stegrecht belasteten] N. P. 16 ergaben für ähnliche Spannungshöhen durchweg grössere Spannungsunterschiede zwischen den äussersten Punkten der gleichen Flanschen!)

Durch diesen Versuch werden meine Voraussagen 1 und 2a (Bd. 78, S. 19) bestätigt, *indem der Schubmittelpunkt nun auch experimentell ermittelt ist und es sich erwiesen hat, dass ein unsymmetrisches Profil den Gesetzen der klassischen Biegungstheorie ebenso gehorcht wie die symmetrischen.*

Dasselbe]-Eisen N. P. 20 wurde alsdann auch in der Schwerpunktaxe belastet; dabei ergaben sich grosse Unregelmässigkeiten (Abb. 2). Dadurch, dass das Verhältnis der Balkenstrecken hier 1 : 6,8 : 1 (gegenüber 1 : 1 : 1 bei Bach) betrug, sinkt die Grössenordnung der uns interessierenden Zusatzspannungen auf etwa 15 % der Hauptspannungen (gegenüber 110 % bei Bach), sodass das Resultat schon durch die Ungenauigkeiten der Messung verdunkelt wird. Dazu kam, dass bei Eintritt der Verdrehung sofort ein leichtes Kippen des Balkens erfolgt ist, wodurch sich eine senkrecht zum Steg wirkende Lastkomponente einstellte, die infolge der grossen Horizontalbiegsamkeit fühlbare Störungen hervorbrachte. Immerhin ist aus der Neigungsdifferenz der Spannungsdiagramme von Ober- und Unterflansch das Vorhandensein der Ausbiegungsspannungen deutlich erkennbar. Zur Ergründung der Frage 2b wäre auf die gedrungenere, das heisst weniger flexible Versuchanordnung Bachs zurückzugreifen, da dann der Ausbiegungswiderstand, der allein die Grösse der zusätzlichen Längsspannungen bedingt, mehr zur Geltung kommt gegenüber dem Drehwiderstand. Während nämlich bei der Versuchanordnung Bach das Verhältnis beider Widerstände $\frac{1}{f_b} : \frac{1}{f_d}$ laut meinen früheren Darlegungen[1]) sich ergibt zu 1 : 2 wird es nun gleich 1 : 15.

Was aber auch aus solchen weiteren Versuchen sich ergeben möge, deren Resultate werden an Bedeutung

[1]) Bd. 77, S. 195 (30. April 1921) und Bd. 78, S. 18 (9. Juli 1921).
[2]) Bd. 79, S. 254 (20. Mai 1922).

[1]) Bd 77, Seite 196 (30. April 1921).

nie dem des Hauptversuches gleichkommen können, *der eine für die Biegungslehre neue und wichtige Erkenntnis, nämlich das Vorhandensein des Schubmittelpunktes bestätigt hat.*

*

Man wird sich nun fragen dürfen, ob an den Grund-Irrtümern, die in den Lehrbüchern sich finden, und die wohl auch von den meisten Lehrkanzeln aus vorgetragen werden, noch weiter festgehalten werden will.

Ich habe auf die Irrtümer Bach's in meinen früheren Aeusserungen hingewiesen. Anderer Art sind die Unrichtigkeiten, die sich in dem kürzlich erschienenen Werke der Professoren Dr. Ing. Aug. Föppl und Dr. Otto Föppl[1]) finden. Während Bach gestützt auf seine Versuche mit ⊐-Eisen die klassische Biegungslehre auf unsymmetrische Querschnitte überhaupt nicht ausgedehnt wissen will, operiert Föppl mit dem unregelmässigen Querschnitt, Abb. 3.[2]) In ganz richtiger Weise wird zuerst dargelegt, dass die Nullinie N N durch den Schwerpunkt geht und dass die zugeordnete „Belastungsebene" im Falle der einfachen Biegung zwar eine bestimmte Richtung, aber eine unbestimmte Stellung hat. Man kann also unter allen unendlich vielen parallelen Spuren eine beliebige wählen, also auch die durch den Schwerpunkt gehende K K, wie das Föppl tut. *Man darf dabei aber nicht vergessen, dass diese Spur keinen Vorrang vor den andern, parallel dazu gerichteten hat.* Die Gleichgewichtsbedingung

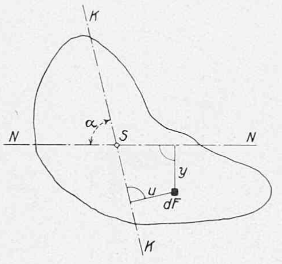

Abb. 3.

$$\int \sigma \cdot dF \cdot u = 0 \quad ^{2})$$

gilt also nicht nur für K K, sondern für alle dazu parallelen Linien. Und statt weiterhin von der Gleichung

$$\int u \cdot y \cdot dF = 0 \quad ^{2})$$

als von der Zuordnungsgleichung zwischen Kraft*spur* K K und Nullinie N N zu sprechen, sollte hier von der Kraft*richtung* die Rede sein. Auch bei allen weiteren Ausführungen wird nicht genügend beachtet, dass nur die Nullinie durch den Schwerpunkt gehen muss, die Kraftspur aber nicht.

Solange es sich nur um einfache Biegung handelt, macht sich diese oberflächliche Anschauung in den Resultaten nicht bemerkbar. Kommt aber eine Querkraft hinzu, so verleitet sie zu der völlig unhaltbaren Annahme, diese müsse durch den Schwerpunkt gehen, damit ein normaler Spannungszustand eintrete. Da die Bach'schen Versuche mit dieser in keiner Weise begründeten Auffassung im Widerspruch stehen, indem sich bei Schwerpunktbelastung des ⊐-Eisens grosse Anomalien ergaben, sah sich auch Föppl veranlasst, in „Schlussbemerkungen" Vorbehalte zu machen.[3]) Zuerst warnt er vor der Anwendung der Biegungslehre auf „aussergewöhnliche Fälle" und sagt dann weiter:

„Legt man ein ⊐-Eisen als Balken über eine Spannweite und belastet es etwa in der Mitte, so kommt nur dann eine reine oder „normale" Biegungsbeanspruchung heraus, wenn die Lastebene durch die mit I in Abb. 4 bezeichnete Querschnittshauptaxe geht. Richtet man den Versuch nicht so ein, dass diese Bedingung erfüllt wird, sondern geht die Lastebene, wie es leicht vorkommt, durch die Mittellinie des Steges, so entsteht ausser dem Biegungsmoment auch noch ein Verdrehungsmoment.

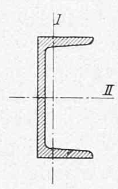

Abb. 4.

Aendert man dagegen die Versuchanordnung in der Art ab, dass die Lastebene durch den Schwerpunkt des Querschnitts gehen muss, so biegt sich der Flansch, der die Last unmittelbar aufzunehmen hat, ein wenig gegen den Steg, namentlich in der Nähe der Lastangriffstellen. Damit wird aber die der ganzen Biegungslehre zugrunde liegende Voraussetzung verletzt, dass die Stabquerschnitte bei der elastischen Formänderung des Trägers ihre Gestalt nicht merklich ändern könnten.

Bei geeigneten Vorkehrungen würde es ja wohl auch möglich sein, eine Versuchordnung zu schaffen, die beide Begleitumstände und die von ihnen verursachten Störungen zu vermeiden gestattet. Nur in diesem Falle liessen sich Versuchergebnisse erwarten, die den Voraussagen der Biegungslehre hinlänglich entsprechen. In den gewöhnlichen Fällen der Anwendung eines ⊐-Trägers zur Aufnahme von Biegungslasten darf man aber nicht darauf rechnen, und man hat daher einen Träger von diesem Profile für solche Zwecke als minder geeignet anzusehen. Für andere Trägerformen, insbesondere für die ⅂-Eisen lassen sich ganz ähnliche Betrachtungen durchführen. Dagegen verhält sich ein I-Träger unter gewöhnlichen Umständen, der Erfahrung zufolge, in der Tat ziemlich genau so, wie es die Theorie voraussagt. Der Grund dafür ist natürlich darin zu erblicken, dass es bei diesem Profile viel leichter ist, bei der Anstellung eines Versuches dafür zu sorgen, dass die Lastebene durch die Querschnitthauptaxe geht". —

Föppl hält also ausdrücklich daran fest, dass „reine"[1]) Biegungsbeanspruchung dann zu erwarten ist, wenn die Lastebene durch den Schwerpunkt des Querschnittes geht. Und doch findet man von einer Begründung dieser Behauptung in seiner ganzen Biegungslehre keine Spur!

Ganz sonderbar sucht Föppl die bei Schwerpunkt-Belastung beobachteten Spannungsunterschiede, die, wie schon wiederholt bemerkt, über 100 % betragen, dadurch zu erklären, dass ein Verbiegen des Querschnitts durch den auf dem Flansch erfolgenden Lastangriff eintrete. Ganz abgesehen davon, dass dadurch die Ebenheit der Querschnitte auch bei nennenswerter Deformation kaum beeinträchtigt würde, erreicht diese Deformation bei gewöhnlichen Belastungsverhältnissen überhaupt kein merkliches Mass und es ist unmöglich, die gemessenen grossen Anomalien, die zudem weit entfernt von der Lastangriffstelle gemessen wurden und im obern und untern Flansch ganz gleichartig auftraten, damit zu erklären.

Nein, die Nichtübereinstimmung von Theorie und Versuchen ist hier nicht durch Bemängelung und Korrektur der letztgenannten zu erklären, sondern nur durch eine *Berichtigung der Theorie* aus der Welt zu schaffen. Wie diese zu erfolgen hat, ist früher dargelegt worden[2]) und es seien deshalb hier nur noch einige ergänzende Betrachtungen über den Schubmittelpunkt beigefügt.

*

Wir haben früher gesehen, dass im Falle der einfachen Biegung, das heisst, wenn eine unendlich kleine Querkraft in unendlicher Ferne wirkt, die der Nullaxe zugeordnete Kraftebene wohl eine bestimmte Richtung, jedoch eine ganz beliebige Stellung hat. Im Falle des Vorhandenseins einer endlichen Querkraft dagegen ist auch deren Stellung eine ganz bestimmte, wenn die Biegungs-Beanspruchung normal sein soll, und es entspricht also dann jeder Nullaxe eine einzige zugeordnete Querkraftebene, die im allgemeinen nicht durch den Schwerpunkt geht. Sollten sich nun diese, allen möglichen Nullaxen zugeordneten Querkraftebenen nicht alle in *einer* Geraden schneiden, so wäre es offenbar unrichtig von einem Schubmittel*punkt* zu sprechen.

Wir fassen behufs Ergründung dieser Frage zuerst zwei beliebig gerichtete, normale Biegungs-Beanspruchung erzeugende Querkraftebenen mit den Spuren K K und K′ K′ (Abb. 5) ins Auge, denen die Nullaxen N N und N′ N′ zugeordnet sind. Die Spuren schneiden sich in S_u, die neutralen Axen im Schwerpunkt S_e. Nehmen wir nun

[1]) «Grundzüge der Festigkeitslehre», Verlag von B. G. Teubner, Leipzig-Berlin 1923.

[2]) Seite 81 genannten Werkes.

[3]) S. 133 genannten Werkes.

[1]) oder «normale».

[2]) Bd. 77 S. 196 und Bd. 78 S. 19.

einmal an, die einer dritten Nullaxe N'' N'' zugeordnete Kraftebene gehe nicht durch S_u, sondern habe beispielsweise die Spur (K'' K''). Die Wirkung der in dieser Ebene liegenden Querkraft Q kann gleichgesetzt werden der Wirkung zweier Komponenten, deren eine in K K, die andere parallel zu K' K', nämlich in (K') (K') liegt. Die erstgenannte ruft nach Voraussetzung normale Biegungsspannungen hervor, während dies für (K') (K') nicht der Fall sein kann, indem Ausbiegungs- und Drehungsspannungen proportional zum Hebelarm a auftreten müssen. Diese störenden Spannungen werden nur dann verschwinden, wenn die Länge des Hebelarmes Null wird, das heisst, wenn (K'') (K'') in die Lage K'' K'' rückt.

Damit ist dargetan, dass sich alle, normale Biegungs-Spannung erzeugenden Kraftebenen in einer Geraden schneiden müssen und dass es tatsächlich richtig ist, von einem Schubmittel*punkt* als vom Schnittpunkt dieser Geraden mit der Querschnittebene zu sprechen.

Das Gesetz von der Zuordnung der Richtungen der Nullaxe und der Spur der Kraftebene, wie es von der bekannten Biegungstheorie gegeben wird, bleibt bei alledem völlig gültig. Die Kraftspur ist parallel zur Verbindungslinie von Druck- und Zugmittelpunkt gerichtet, geht aber im allgemeinen nicht durch diese Punkte. Während sich die Nullaxe um den Schwerpunkt S_e dreht, dreht sich die Kraftspur nicht um diesen, sondern um den Schubmittelpunkt S_u.

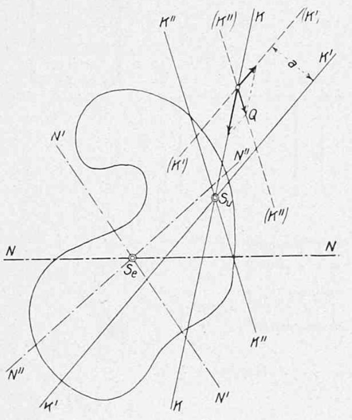

Abb. 5.

Es drängt sich die Frage auf nach der allgemeinen Ermittlung des Schubmittelpunktes, in analoger Weise etwa mit der des Schwerpunktes. Hier stossen wir aber auf bekannte Schwierigkeiten, indem das Problem der Verteilung der Schubspannungen über die Querschnittsfläche allgemein schwer zu lösen ist. Die Form des Umrisses spielt dabei eine einschneidende Rolle. Wenn zum Beispiel einerseits beim Rechteckquerschnitt die Verteilung der Schubspannungen als bekannt gelten kann, so genügt es, sich einen unendlich schmalen seitlichen Einschnitt (Abbildung 6) zu denken, der weder an Schwerpunktslage, Flächeninhalt, Trägheitsmoment usw. etwas ändert, um zu erkennen, dass er auf die Lage des Schubmittelpunkts einen starken Einfluss haben wird. Die Schubspannungen müssen nämlich offenbar vielerorts eine schiefe Richtung annehmen, womit der Schubmittelpunkt nach rechts rückt. Das Mass dieser Verschiebung rechnerisch zu bestimmen, scheint mir nicht leicht zu sein. Eher noch würde das Experiment zum Ziele führen und damit über die dunkle Frage der Verteilung der Schubspannungen in unregelmässigen Querschnitten einiges Licht verbreiten.

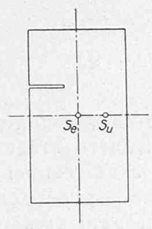

Abb. 6.

Leichter ist die Aufgabe zu behandeln, wenn es sich um Querschnitte handelt, die aus langestreckten Rechtecken zusammengesetzt sind, da die Richtung der Schubspannungen so ziemlich der Richtung der Längsseiten der Querschnitte folgen muss. So war es leicht, den Schubmittelpunkt für das]-Profil mit genügender Schärfe zu berechnen. Beim Winkeleisen wird der Schubmittelpunkt etwa im Schnittpunkt der Innenflächen liegen. Beim Z-Querschnitt fällt er mit dem Schwerpunkt zusammen und es werden also bei einem solchen gleich wie beim I-Eisen nur dann Verdrehungen beobachtet werden können, wenn er exzentrisch belastet wird. Mathematisch genau lässt sich der Schubmittelpunkt für aus Linien zusammengesetzte Gebilde berechnen. So ergibt sich beispielsweise für den]-Querschnitt (Abb. 7) durch einfache direkte Ableitung oder indem man in den frühern Ausführungen[1]) $d = 0$ setzt:

$$e = \frac{b^2}{2b + \frac{h}{3}}$$

Zum Vergleich sei der Schwerpunkt-Abstand beigesetzt:

$$s = \frac{b^2}{2b + h}$$

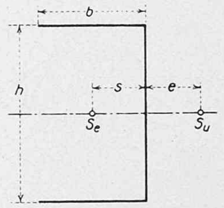

Abb. 7.

Zwischen beiden Werten besteht also, trotz einer gewissen Aehnlichkeit der Ausdrücke, keine einfache Beziehung. Immerhin mag bemerkenswert erscheinen, dass bei veränderlichem h sich beide Werte innerhalb der Grenzen 0 und $\frac{b}{2}$ bewegen.

Auch für andere einfachere gerade und krumme Liniengebilde dürfte die Bestimmung des Schubmittelpunktes keine besonderen Schwierigkeiten bieten.

Genf, im Dezember 1923.

Vom Berufe des Ingenieurs.

II.

In Nr. 7 der „S. B. Z." (vom 16. Februar 1924) wird von kompetenter Seite ein Thema angeschnitten, das in irgend einer Form und Auffassung wohl auch schon jeden Kollegen, sei er alt oder jung, gehöre er dieser oder jener Berufspezialität an, beschäftigt hat. In mir selbst hat jene Einsendung längst gestellte Fragen über die Ursache der unerfreulichen Erscheinungen im schweizerischen Ingenieurstand wieder geweckt, und ich möchte deshalb als alter Praktiker den Versuch machen, hier einigen Gedanken Ausdruck zu geben, die, vielleicht durch Widerspruch, Anregung zu weiterer Diskussion der brennenden Frage bringen werden.

Der erste Einsender sieht die Gründe der keineswegs rosigen Lage unseres Standes nebst dem Ueberangebot an Arbeitskräften und der Harmlosigkeit, mit der wir unsere teuer erworbenen Kenntnisse wirtschaftlich verwerten, in dem Umstand, dass der hochqualifizierte Ingenieur bescheidene Kenntnisse erfordernde Arbeit, vielfach sogar blosse Kontrolltätigkeit verrichten muss. Er stellt fest, wohl mit Recht, dass sich im Lauf der Zeit der Schwerpunkt unseres Schaffens etwas verschoben hat, indem die Theorie eine wesentliche Verfeinerung erfahren, andererseits Einzelgebiete der Ingenieurwissenschaft Gemeingut des Mittelschultechnikers geworden sind. Trefflich prägt der Einsender den Leitsatz: „Hochgebildete Ingenieure, als Führer höheren und niederen Grades sind nötiger als je. Technisches Können und wirtschaftliches Denken müssen sich hier vereinigen. Neue Wege sind zu beschreiten. Die E. T. H. hat die Aufgabe, ihre Absolventen technisch und wirtschaftlich auszubilden. Das „Wie" wird zur Diskussion gestellt." —

Ich möchte beifügen: Technisches Können und wirtschaftliches Denken machen nicht allein den Führer aus, sondern es kommen noch dazu, als „Imponderabilia", die Herzensbildung, Zuverlässigkeit des Charakters, und die Geistesrichtung, die unser innerstes Leben regiert und mit der wir an unsere Aufgaben herantreten. Ein hohes *Standes-Bewusstsein*, im besten Sinne, muss dem „Führer" eignen, das heisst ein hoher Begriff von den Standes-*Pflichten*, sich selbst, Gott und Menschen gegenüber, mehr als das Bewusstsein seiner Standesrechte. Hier vor allem gilt der Wahlspruch „Noblesse oblige".

Ich unterscheide im Leben der Völker drei, ihrem innersten Wesen nach verschiedene Arten der Stellung des Ingenieurs im Ansehen und Wirtschaftsleben der Nation.

[1]) Bd 77 S. 196.