Die Beseitigung der Resonanzgefahr

Autor(en): **Holzer, Heinrich**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **81/82 (1923)**

Heft 26

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-39034

Die Stadthausbrücke fällt wesentlich kürzer aus als die Schulhausbrücke. Wirtschaftlich wird dieser Vorteil zum Teil ausgeglichen durch die Kunstbauten der rechten Zufahrtstrasse der Stadthaus-Brücke. Die Expropriationskosten werden endgültig für beide Brücken etwa gleichbedeutend sein. Schliesslich würden aber auch einige Tausend Franken nichts bedeuten gegenüber den Vorteilen, die in ästhetischer und namentlich verkehrstechnischer Hinsicht erlangt werden, gegenüber einer Lösung, die das Stadtbild ein für allemal vernichtet und verkehrstechnisch wesentliche Voraussetzungen nicht erfüllt." . . .

Die Baukosten der 12 m breiten Stadthausbrücke selbst samt rechtsseitiger Zufahrtstrasse und Unterführung von 22 m Weite veranschlagen die Experten auf 1,11 Mill. Franken. Dabei empfehlen sie den Behörden dringend, die Brückenbreite auf 10 m zu ermässigen, wodurch etwa 100000 Fr. gespart werden könnten. Insgesamt, d. h. samt Expropriationen usw. berechnen sie die Ausführungskosten für die Stadthausbrücke zu 1,93 Mill. Fr. gegenüber 2,28 Mill. Fr. für die Schulhausplatzbrücke. Wer sich für das vollinhaltliche Gutachten der Experten Bonatz, Moser, Rohn interessiert, sei auf die Weisung des Gemeinderates Baden zur „Brückenfrage" verwiesen, mit der er einstimmig: 1. grundsätzlich die Beteiligung am Brückenbau beantragt und 2. als Brückenstelle die Stadthausbrücke empfiehlt.

Ueber den weiteren Verlauf der Angelegenheit ist vom technischen Standpunkt aus insofern nicht mehr viel zu sagen, als nunmehr die Entscheidung über die Wahl des Brückenprojektes und seine Bauwürdigkeit an die breite Oeffentlichkeit übergegangen ist, wobei naturgemäss nichttechnische Erwägungen verschiedenster Art mitspielen. Die Einwohner von Baden haben sich mit zwei Drittel Mehrheit zugunsten der Schulhausbrücke und mit einem Zufallsmehr von nur ganz wenigen Stimmen (die Gültigkeit wird bestritten) für den Bau überhaupt ausgesprochen.

Angesichts der hohen Kosten der für die Ausführung in Frage stehenden prämiierten Viadukte, an die Baden 35% leisten soll, werden nun von privater Seite *Vorschläge* gemacht, einmal für eine um 6 bis 7 m tiefere und entsprechend weniger kostspielige Massivbrücke ungefähr auf Tracé Ib, ferner dafür, eine wesentlich billigere *Eisenkonstruktion* an Stelle eines Massivbaues zu setzen. Die „Werkstätte Döttingen" (Ing. M. Roš) hatte schon im Wettbewerb mit dem angekauften Entwurf Nr. 1 (dargestellt Seite 311) gezeigt, dass eine leichte Eisenkonstruktion das Stadtbild weniger abriegelt, als die Pfeilerreihung einer Viaduktes. Es ist nämlich noch zu beachten, dass der „leichteste" Viadukt, also jener mit möglichst vielen Oeffnungen und daher den schlanksten Pfeilern, wohl im geometrischen Aufriss einigermassen durchsichtig und leicht aussieht; betrachtet man aber das Bauwerk von nähern Standpunkten aus, so kommt immer mehr die der grossen Brückenbreite von 12 m entsprechende Länge der Pfeilerwände zur Wirkung, deren Ansichten sich perspektisch hintereinander schieben und damit die Durchsicht verhindern. So würde z. B. der erstprämiierte Entwurf von sämtlichen Standpunkten innerhalb der Blickrichtungen von je 30° schief zur Brückenaxe als geschlossener sägeförmiger Mauerkörper, ähnlich einem gewaltigen Stauwehr, erscheinen. Unglücklicherweise sind das aber gerade die dem Verkehr naheliegenden, weitaus häufigsten und damit eigentlich massgebenden Standpunkte, und das sollte füglicherweise bei Beurteilung der Brückenform und der Materialfrage, ganz besonders für die Schulhausbrücke, wohl überlegt werden.

Bei dem Vergleich mit den Massivkonstruktionen ist zu beachten, dass diese hell im Bilde stehen, während die Eisenkonstruktion schon durch ihre dunkle Farbe zurücktritt. Die „Werkstätte Döttingen" hat auch für die Stadthausbrücke durch Entwürfe die ästhetische Wirkung der Eisenkonstruktion, abgesehen von ihrer Billigkeit, gezeigt; das Ergebnis wird hier veranschaulicht durch die Abb. 9, 10 und 11. Angesichts des unvermeidlichen Massstabunterschiedes zwischen Stadtbild und Hochbrücke dürfte man in ästhetischer Hinsicht wohl nicht fehlgreifen, wenn man auf die Material-Einheit im Stadtbilde verzichtet und die gute Wirkung in einem sorgfältig abgewogenen Kontrast sucht, welcher Lösung die wirtschaftliche Notwendigkeit noch Vorschub leisten dürfte.

Was für Blüten die Brückenfrage in Baden noch weiterhin gezeitigt hat, davon möge Abbildung 12 Zeugnis ablegen; eine städtebauliche Würdigung dieses Kompromiss-Vorschlages zur Verbilligung der „Schulhausbrücke" dürfte sich erübrigen. Wer sich näher für die Frage interessiert, sei verwiesen auf das „Badener Tagblatt" vom 16. November 1923.

Die Beseitigung der Resonanzgefahr.

Von Oberingenieur *Heinrich Holzer*, Nürnberg-Schwabach.

(Schluss von Seite 328.)

IV. Anwendung auf andere Schwingungsarten.

Zum Schlusse möge noch an einem einfachen Beispiel gezeigt werden, dass die Anwendbarkeit der in den vorausgehenden Abschnitten dargelegten Verfahren zur Bekämpfung der Resonanzgefahr nicht auf Drehschwingungen allein beschränkt ist. Dass sie in gleicher Weise auch auf die Schwingungen anwendbar sind, die eine Reihe von durch Zug- und Druckfedern oder -Gestänge verbundenen Massen ausführen, ist bei der vollkommenen Wesensgleichheit dieser Schwingungsart mit den Drehschwingungen ohne weiters verständlich. Es soll daher noch die Teilresonanz bei den weniger einfachen Biegungsschwingungen behandelt werden.

Für den in zwei Stützlagern ruhenden, masselosen Stab (Abbildung 10) von der Länge l (cm) und dem auf die ganze Länge unveränderlichen äquatorialen Querschnitts-Trägheitsmoment J (cm^4), der von einer Kraft P (kg) im Abstand l' vom linken Auflager durchgebogen wird, gelten, wie man leicht feststellt, die Gleichungen der elastischen Linie (mit E als Elastizitätsmodul (kg/cm^2), y als Durchbiegung (cm) im Abstand x (cm) vom linken Auflager) für das linke Feld, zwischen linkem Lager und Kraftangriffstelle:

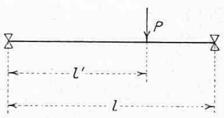

Abb. 10

$$y = \frac{P}{6\,E\,J\,l}\left[l'\,(2\,l^2 + l'^2 - 3\,l\,l')\,x - (l - l')\,x^3\right] \qquad (17)$$

für das rechte Feld:

$$y = \frac{P\,l'}{6\,E\,J\,l}\left[x^3 - 3\,l\,x^2 + (2\,l^2 + l'^2)\,x - l\,l'^2\right]. \qquad (18)$$

Auf diesen Stab mögen nun an drei gegebenen Stellen die gleichgerichteten Kräfte K_1, K_2, K_3 senkrecht zur Stabaxe einwirken. Dann gelten für die dadurch hervorgebrachten Durchbiegungen y_1, y_2, y_3 die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \alpha_{11}\,K_1 + \alpha_{12}\,K_2 + \alpha_{13}\,K_3 \\ y_2 &= \alpha_{21}\,K_1 + \alpha_{22}\,K_2 + \alpha_{23}\,K_3 \\ y_3 &= \alpha_{31}\,K_1 + \alpha_{32}\,K_2 + \alpha_{33}\,K_3 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (19)$$

wenn mit $\alpha_{i,k}$ die Einsenkung bezeichnet wird, welche die an der Stelle k wirkende Kraft 1 an der Stelle i hervorbringt, oder, wie man sich kürzer ausdrückt, wenn die Werte α die Einflusszahlen bedeuten. In unserem Fall handelt es sich nicht um ruhende Lasten K, sondern um periodisch veränderliche. Der Stab trage an den drei gegebenen Stellen die Massen m_1, m_2, m_3 (kg cm^{-1} s^2), an denen die phasengleichen harmonischen Kräfte P_1, P_2, P_3 (kg) angreifen. Dann ist, wenn t (s) die Zeit, ω (s^{-1}) die Winkelgeschwindigkeit der Periode, y'' (cm s^{-2}) die Beschleunigung darstellt, nach dem d'Alembert'schen Prinzip $K_1 = P_1 \sin \omega\, t - m_1\, y_1''$, und weil die erzwungene Schwingung von der gleichen Periode und bei fehlender Dämpfung auch von der gleichen Phase mit den erregenden Kräften ist, $y_1 = C_1 \sin \omega\, t$, daher $y_1'' = -\,\omega^2\, C_1 \sin \omega\, t$. ($C$ Schwingungsausschlag in cm). Durch Einführung dieser Werte in Gleichung 19 erhält man:

$$\left.\begin{aligned}
&C_1\,(1 - m_1\,\omega^2\,\alpha_{11}) - C_2\,m_2\,\omega^2\,\alpha_{12} - C_3\,m_3\,\omega^2\,\alpha_{13} = \\
&\qquad = \alpha_{11}\,P_1 + \alpha_{12}\,P_2 + \alpha_{13}\,P_3 \\
&-C_1\,m_1\,\omega^2\,\alpha_{21} + C_2\,(1 - m_2\,\omega^2\,\alpha_{22}) - C_3\,m_3\,\omega^2\,\alpha_{23} = \\
&\qquad = \alpha_{21}\,P_1 + \alpha_{22}\,P_2 + \alpha_{23}\,P_3 \\
&-C_1\,m_1\,\omega^2\,\alpha_{31} - C_2\,m_2\,\omega^2\,\alpha_{32} + C_3\,(1 - m_3\,\omega^3\,\alpha_{33}) = \\
&\qquad = \alpha_{31}\,P_1 + \alpha_{32}\,P_2 + \alpha_{33}\,P_3
\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Das sind bezüglich der Ausschläge C drei lineare Gleichungen. Die Determinante aus den Koeffizienten der Ausschläge bezeichnen wir mit D. Ersetzt man in D die Zahlen der *k.ten* ($k = 1, 2, 3$) Reihe durch die auf den rechten Gleichungseiten stehenden Ausdrücke, so entsteht eine neue Determinante, die wir D_k nennen wollen. Es ist dann bekanntlich

$$C_k = \frac{D_k}{D} \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

Im Resonanzfall wird $D = 0$, der Ausschlag C_k also unendlich, wenn nicht auch gleichzeitig $D_k = 0$ wird (Teilresonanz).

Zahlenbeispiel: Die Abstände l' der Massen m seien:

$$l'_1 = \frac{l}{4}; \qquad l'_2 = \frac{l}{2}; \qquad l'_3 = \frac{3\,l}{4}.$$

Dafür liefern die Gleichungen (17) und (18) die Einflusszahlen, wenn zur Abkürzung gesetzt wird $c \equiv \frac{EJ}{l^3}$ . . (22)

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_{11} &= \frac{9}{768\,c}; & \alpha_{12} &= \frac{11}{768\,c}; & \alpha_{13} &= \frac{7}{768\,c} \\
\alpha_{21} &= \frac{11}{768\,c}; & \alpha_{22} &= \frac{16}{768\,c}; & \alpha_{23} &= \frac{11}{768\,c} \\
\alpha_{31} &= \frac{7}{768\,c}; & \alpha_{32} &= \frac{11}{768\,c}; & \alpha_{33} &= \frac{9}{768\,c}
\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Es seien nun die erregenden Kräfte gegeben:

$$P_1 = 0; \quad P_2 = P_3 = P,$$

und die Massen:

$$m_2 = 0, \quad m_3 = m.$$

Es soll die Masse m_1 so bestimmt werden, dass Teilresonanz auftritt. Es muss also sowohl $D_1 = 0$, wie $D = 0$ werden. Wir berechnen zunächst die Ausdrücke auf den rechten Gleichungsseiten (20):

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_{11}\,P_1 + \alpha_{12}\,P_2 + \alpha_{13}\,P_3 &= \frac{18}{768}\,\frac{P}{c} \\
\alpha_{21}\,P_1 + \alpha_{22}\,P_2 + \alpha_{23}\,P_3 &= \frac{27}{768}\,\frac{P}{c} \\
\alpha_{31}\,P_1 + \alpha_{32}\,P_2 + \alpha_{33}\,P_3 &= \frac{20}{768}\,\frac{P}{c}
\end{aligned}\right\} \quad . . (24)$$

Damit wird mit der Abkürzung: $\frac{m\,\omega^2}{c} \equiv u$ . . (25)

$$D_1 = \begin{vmatrix} \frac{18}{768}\,\frac{P}{c} & 0 & -\frac{7}{768}\,u \\ \frac{27}{768}\,\frac{P}{c} & +1 & -\frac{11}{768}\,u \\ \frac{20}{768}\,\frac{P}{c} & 0 & 1 - \frac{9}{768}\,u \end{vmatrix} = 0$$

Die Ausrechnung ergibt:

$$D_1 = \frac{1}{768^2}\,\frac{P}{c}\,(18 \cdot (768 - 9\,u) + 20 \cdot 7\,u) = 0 \quad (26)$$

$$u = \frac{18 \cdot 768}{22} = \frac{9}{11} \cdot 768 \quad \ldots \quad (27)$$

$$\omega^2 = \frac{9}{11} \cdot 768\,\frac{c}{m}.$$

Ferner verlangt die Teilresonanz $D = 0$, worin wir setzen:

$$\frac{m_1\,\omega^2}{c} \equiv u_1 \quad \ldots\ldots \quad (28)$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 - \frac{9}{768}\,u_1 & 0 & -\frac{7}{768}\,u \\ -\frac{11}{768}\,u_1 & 1 & -\frac{11}{768}\,u \\ -\frac{7}{768}\,u_1 & 0 & 1 - \frac{9}{768}\,u \end{vmatrix} = 0.$$

oder aufgelöst:

$$D = \frac{1}{768^2}\,[(768 - 9\,u_1)\,(768 - 9\,u) - 7\,u_1 \cdot 7\,u] = 0 \quad (29)$$

$$32\,u\,u_1 - 9 \cdot 768\,u_1 - 9 \cdot 768\,u + 768^2 = 0$$

Mit Einführung des Wertes u aus Gleichung (27) wird:

$$u_1 = \frac{768^2\left(9 \cdot \frac{9}{11} - 1\right)}{768\left(32 \cdot \frac{9}{11} - 9\right)} = \frac{10}{27} \cdot 768 \quad . . . \quad (30)$$

oder wegen (25) und (28):

$$m_1 = m\,\frac{u_1}{u} = \frac{10}{27} \cdot \frac{11}{9}\,m = \frac{110}{243}\,m \quad . . \quad (31)$$

Den Schwingungsausschlag C_1 finden wir aus (26), (29) und (31):

$$C_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{(18 \cdot 768 - 22\,u)\,\frac{P}{c}}{3^2 \cdot \frac{110}{243}\,u^2 - 9 \cdot 768 \cdot \frac{353}{243}\,u + 768^2} = \frac{0}{0} =$$

$$= \frac{\left(u - \frac{9}{11} \cdot 768\right) \cdot -22\,\frac{P}{c}}{\left(u - \frac{9}{11} \cdot 768\right)\left(3^2 \cdot \frac{110}{243}\,u - \frac{11}{9} \cdot 768\right)}$$

$$C_1 = \frac{-22\,\frac{P}{c}}{\left(3^2 \cdot \frac{110}{243} \cdot \frac{9}{11} - \frac{11}{9}\right) \cdot 768} = -\frac{99}{36736}\,\frac{P}{c} = -0{,}0026949\,\frac{P}{c} \quad (32)$$

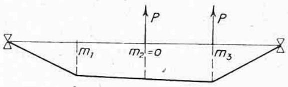

Abb. 11

Die übrigen Schwingungsausschläge erhält man in gleicher Weise aus D_k/D oder unmittelbar aus den Ausgangsgleichungen (20) mit Benützung des gefundenen Wertes C_1, nämlich:

$$C_2 = -\frac{611}{6 \cdot 36736}\,\frac{P}{c} = -0{,}0027720\,\frac{P}{c};$$

$$C_3 = -\frac{110}{36736}\,\frac{P}{c} = -0{,}0029943\,\frac{P}{c}.$$

Die Schwingungsform (Ausschläge, elastische Längen) zeigt die obenstehende Abbildung 11.

*

Zusammenfassung.

Die Resonanzschwingungen sind, selbst bei gänzlich fehlender Dämpfung, vollkommen ungefährlich, wenn die Periode einer Teilschwingung mit der Periode der betreffenden Eigenschwingung in Uebereinstimmung gebracht wird. Das Zusammenfallen der Perioden einer Eigenschwingung, einer Teilschwingung und der erregenden Kräfte nennen wir Teilresonanz. Die Abgleichung der Perioden kann durch zusätzliche, erregende Kräfte, oder durch Abstimmung der Phasen der gegebenen Erregungen oder durch geeignete Bemessung der Massen und elastischen Längen des schwingenden Systems erreicht werden. Die Schwingungsformen der Teilresonanz unterscheiden sich wesentlich von den bisher bekannten Schwingungsformen, insbesondere sind sie den Eigenschwingungsformen in keiner Weise mehr ähnlich; auch werden sie in hohem Masse von der Dämpfung beeinflusst. Der Berechnungsgang zur Erzielung der Teilresonanz wird für die angegebenen Mittel an Beispielen von Drehschwingungen dargelegt.

Bei Vielzylindermaschinen, die aus lauter gleichen Maschineneinheiten bestehen, tritt Teilresonanz von selbst auf, wenn sie von allen fremden Massen entkuppelt betrieben werden und die Erregenden aller Kurbeln von gleicher Phase sind; auch wenn die Erregenden je zweier Nachbarkurbeln entgegengesetzte Phasen haben, findet Teilresonanz von selbst statt, und zwar für Eigenschwingungen geraden Grades bei Maschinen mit gerader und für Eigenschwingungen ungeraden Grades bei solchen mit ungerader Zylinderzahl. Die Teilschwingungszahlen der Vielzylindermaschinen werden bekanntgegeben.

Die Anwendbarkeit der für Drehschwingungen gezeigten Verfahren zur Erzielung der Teilresonanz auf andere Schwingungsarten wird an einem einfachen Fall einer Biegungsschwingung erwiesen. Es ist auch ohne weiteres klar, dass die vorgeführten Mittel nicht nur zur Beseitigung der Resonanzgefahr, sondern auch zur Verbesserung der gewöhnlichen erzwungenen Schwingungszustände geeignet sind, wenn nur dafür gesorgt wird, dass die Periode einer Teilschwingung mit der Periode der Erregung übereinstimmt.