seiner Promotionsarbeit „Untersuchung der Wasserbewegung durch ein rotierendes Kreiselrad“ beschrieben. Gelegentlich der Vorführung am 4. Oktober wurde auch die Darstellung von Zeitkurven bei Strömung über einen Ueberfall in der ebenfalls von Oertli, zur Realisierung einer in der „Technischen Hydrodynamik“ von Dr. Franz

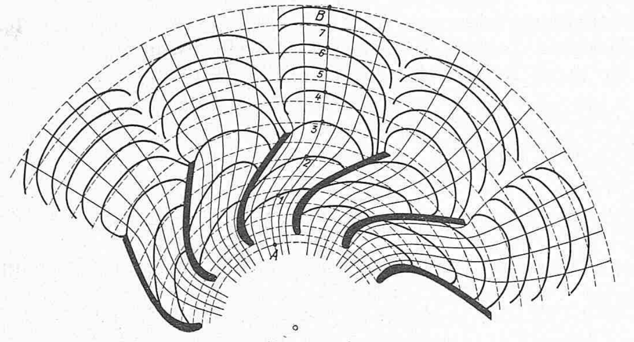

Abbildung 3.

Prášil, Seite 100 u. ff. beschriebenen und theoretisch erörterten Idee, ersonnenen Anordnung gezeigt.

Die betreffende Stelle im genannten Buch lautet in redaktioneller Anpassung folgendermassen: „Ein Bild einer Strömung erhält man, wenn man sich zu einer bestimmten Zeit $t = t_0$ im Strömungsgebiet eine Fläche abgegrenzt denkt und diese derart sich fortbewegen lässt, dass jeder ihrer Punkte in jeder seiner Lagen gerade diejenige Geschwindigkeit besitzt, die ihm vermöge der Geschwindigkeitsverteilung im Gebiet zukommt; es ergeben sich als geometrische Orte der Punkte nach gleichen Zeiten wieder Flächen, und diese werden durch einen Funktionsausdruck darstellbar sein, der die Ortskoordinaten als Variable, die

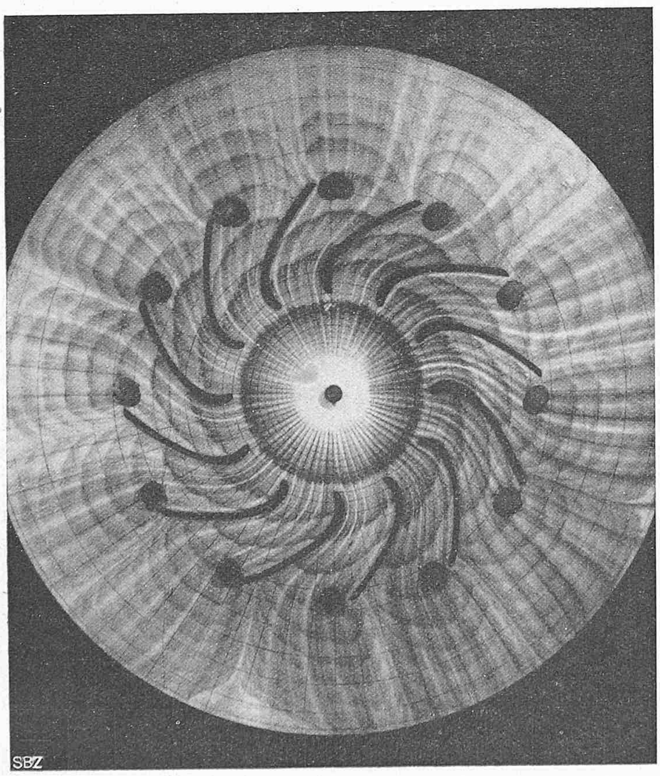

Abbildung 2.

Zeit t als Parameter enthält.“ Bei rein zweidimensionalen Strömungen werden diese Flächen Zylinderflächen sein, mit Erzeugenden senkrecht zur Strömungsebene und mit den Zeitkurven als Leitlinien.

In jüngster Zeit hat nun Maschineningenieur *O. Walter*, derzeit Assistent an der hydraulischen Abteilung des Maschinen-Laboratoriums der E. T. H., mit dem gleichen Leitapparat die Darstellung von Zeitkurven durchgeführt und photographisch fixiert, wie dies aus Abbildung 2 ersichtlich ist. Die Farbstoff-Zuführung erfolgte in gleichen Zeitintervallen, indem jedesmal, wenn das konzentrisch mit dem Lochkreis sich erweiternde Farbband an die Schaufeln herankam, die Farbzuführung eingeschaltet und sofort wieder abgeschaltet wurde; so entstanden Farbstreifen, deren äussere Umhüllungen als Zeitkurven zu betrachten sind; natürlich sind die Kurven mit denjenigen Unregelmässigkeiten behaftet, die durch die noch unvollkommene Technik des

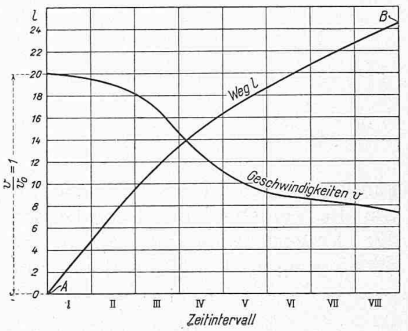

Abbildung 4.

Versuches verursacht sind, doch lässt die Gleichmässigkeit der Kurven eine zweckdienliche Realisierbarkeit der Methode und die Möglichkeit deren Vervollkommnung erwarten.

Da gleichzeitig mit den Zeitkurven die Stromlinien sichtbar werden, so ist es möglich, an einer Figur mit ausgeglichenen Zeitkurven, wie z. B. Abbildung 3, die Abstände zwischen den Zeitkurven längs den Stromlinien zu messen und bei beobachtetem Zeitintervall die Geschwindigkeiten zu rechnen. (Siehe Abbildung 4.) Die Methode kann daher zur Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung und zu Aufschlüssen über die Art der Strömung führen. Im vorliegenden Fall sieht man z. B. deutlich den Einfluss der Rauhigkeit der Schaufelwände und die Ausbildung von Wirbelschichten hinter den Schaufelenden. Die Methode kann für die Förderung der Erkenntnis über Flüssigkeits-Strömungen dienlich sein.

Der vorliegende Bericht soll als Ergänzung des Referates über die hydrodynamischen Vorträge im Oktober dieses Jahres dienen.

Zürich, im November 1923. Prof. Dr. *F. Prášil.*

Die Beseitigung der Resonanzgefahr.[1])

Von Oberingenieur *Heinrich Holzer*, Nürnberg-Schwabach.

(Fortsetzung von Seite 316.)

III. Abstimmung der Massen und elastischen Längen auf Teilresonanz.

Ein drittes Mittel zur Behebung der Resonanzgefahr bildet die Abstimmung der Massen und elastischen Längen des schwingenden Systems auf Teilresonanz. An den meisten schwingenden Systemen sind eine oder mehrere Massen und elastische Längen in ziemlich weiten Grenzen der freien Wahl überlassen oder können unbeschadet des Zweckes in der Reihenfolge oder Anordnung geändert werden. Es gilt also, zur Beseitigung der Resonanzgefahr die Massen und Längen so zu bemessen und zu verteilen, dass mit der Eigenschwingung zugleich Teilschwingung auftritt. In diesem Falle sind also weder die Eigen- noch die Teilschwingungszahlen von vorneherein bekannt, was die Lösung der gestellten Aufgabe wesentlich zu erschweren scheint. Bekanntlich scheiden aber für die Teilschwingung alle jene freien, d. h. nicht von erregenden Momenten ergriffenen Massen aus, die in der gewählten Reihenfolge *vor* den Erregungen liegen, und da diese Wahl in der einen oder entgegengesetzten Richtung möglich ist, kann man jeweils *die Teilschwingungszahlen für jene Richtung bestimmen, die nur bekannte Massen enthält.* Im allgemeinen sind nämlich die Teilschwingungszahlen je nach der Massenfolgerichtung verschieden und das Wesen der Teilresonanz kann auch als eine Abgleichung der Teilschwin-

Tabelle 5. $\omega^2 = \frac{1}{6}\frac{c}{m}$.

m	$m\,\omega^2$	α	$m\,\omega^2\,\alpha$	Σ	l	$\frac{l\,\Sigma}{G\,J}$
$1\,m$	$\frac{1}{6}\,c$	α_1	$\frac{1}{6}\,\alpha_1\,c$	$\frac{1}{6}\,\alpha_1\,c$	$3\,l$	$\frac{1}{2}\,\alpha_1$
$2\,m$	$\frac{1}{3}\,c$	$\frac{1}{2}\,\alpha_1$	$\frac{1}{6}\,\alpha_1\,c$	$\frac{1}{3}\,\alpha_1\,c$	$2\,l$	$\frac{2}{3}\,\alpha_1$
$3\,m$	$\frac{1}{2}\,c$	$-\frac{1}{6}\,\alpha_1$	$-\frac{1}{12}\,\alpha_1\,c$	$\frac{1}{4}\,\alpha_1\,c$	$1\,l$	$\frac{1}{4}\,\alpha_1$
$x\,m$	$\frac{x}{6}\,e$	$-\frac{5}{12}\,\alpha_1$	$-\frac{5x}{72}\,\alpha_1\,c$	$\left(\frac{1}{4}-\frac{5x}{72}\right)\alpha_1\,c$		

gungen für beide Massenfolgerichtungen aufgefasst werden. Um die Verschiedenheit der Teilschwingungszahlen je nach der Folgerichtung zu zeigen, berechnen wir die Teilschwingungen des Dreimassen- und Momentensystems:

$$m_1 = 1\,m;\quad m_2 = 2\,m;\quad m_3 = 3\,m;$$
$$l_{1,2} = 3\,l;\quad l_{2,3} = 2\,l;$$
$$M_1 = M_2 = M_3 = M$$

einmal für den Teilknoten m_1 und dann für den Teilknoten m_2. Die Gleichung im erstgenannten Fall ist mit dem Wert $\frac{G\,J}{l} \equiv c$:

$$T_1 = \omega^4 - \omega^2\left(\frac{c}{3}\frac{1+1}{1\cdot 2\,m} + \frac{c}{2}\frac{2+3}{2\cdot 3\,m}\right) + \frac{c^2}{3\cdot 2}\frac{1+1+1}{1\cdot 2\cdot 3\,m^2} = 0$$

oder mit $\frac{m\,\omega^2}{c} \equiv u$:

$$u^2 - \frac{3}{4}u + \frac{1}{12} = 0;\qquad u = \frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{9}{64}-\frac{1}{12}} = \frac{9\pm\sqrt{33}}{24}.$$

Für den Teilknoten in m_3 wird:

$$T_3 = \omega^4 - \omega^2\left(\frac{c}{3}\frac{1+2}{1\cdot 2\,m} + \frac{c}{2}\frac{1+1}{2\,m\cdot 1}\right) + \frac{c^2}{3\cdot 2}\frac{1+1+1}{1\cdot 2\,m^2\cdot 1} = 0$$

$$u^2 - u + \frac{1}{4} = 0\qquad u = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \pm 0.$$

Die Abstimmung der Massen und Längen auf Teilresonanz wollen wir zunächst an einem einfachen Beispiel einer *einphasigen* Schwingung vorführen. Zu dem System

$$m_1 = 1\,m;\ m_2 = 2\,m;\ m_3 = 3\,m;\ m_4 = ?$$
$$M_1 = 0;\quad M_2 = 1\,M;\ M_3 = 3\,M;\ M_4 = 0$$
$$l_{1,2} = 3\,l;\ \ l_{2,3} = 2\,l;\ \ l_{3,4} = 1\,l$$

soll eine geeignete Masse m_4 gesucht werden.

Dazu berechnen wir, um die Unbekannte m_4 auszuscheiden, die Teilschwingungsgleichung in der Folge 4, 3, 2, 1, nämlich (zwei Momente; Teilknoten m_3):

$$T_3 = \omega^4 - \omega^2\left(\frac{c}{2}\frac{3\,M+1\,M}{3\,M\cdot 2\,m} + \frac{c}{3}\frac{2\,m+1\,m}{2\,m\cdot 1\,m}\right) +$$
$$+ \frac{c}{2}\frac{c}{3}\frac{3\,M+1\,M+0\,M}{3\,M\cdot 2\,m\cdot 1\,m} = 0$$
$$\omega^4 - \omega^2\frac{c}{m}\frac{5}{6} + \frac{1}{9}\left(\frac{c}{m}\right)^2 = 0;$$
$$\frac{m\,\omega^2}{c} = \frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25-16}{12^2}} = \frac{5\pm 3}{12}$$
$$\omega_1{}^2 = \frac{1}{6}\frac{c}{m};\qquad\qquad \omega_2{}^2 = \frac{2}{3}\frac{c}{m}.$$

Wir wollen Teilresonanz für die *niedrigste* Teilschwingung, $\omega^2 = \frac{1}{6}\frac{c}{m}$ erzielen. Wir haben also für die

Tabelle 6. $\omega^2 = \frac{1}{6}\frac{c}{m}$.

m	$m\,\omega^2$	α	$m\,\omega^2\,\alpha + M$	Σ	l	$\frac{l\,\Sigma}{G\,J}$
$1\,m$	$\frac{1}{6}\,c$	—	— —	—	$3\,l$	—
$2\,m$	$\frac{1}{3}\,c$	—	— M	M	$2\,l$	$2\frac{M}{c}$
$3\,m$	$\frac{1}{2}\,c$	$-2\,\frac{M}{c}$	$-M\ +3\,M$	$3\,M$	$1\,l$	$3\frac{M}{c}$
$3{,}6\,m$	$0{,}6\,c$	$-5\,\frac{M}{c}$	$-3\,M+0\,M$	0		

Eigenschwingung des Systems ebenfalls $\omega^2 = \frac{1}{6}\frac{c}{m}$ zu setzen und erhalten dafür, mit $m_4 = x\,m$, Tabelle 5, und daraus:

$$\frac{1}{4} - \frac{5\,x}{72} = 0;\quad x = 3{,}6.$$

Mit der Masse $m_4 = 3{,}6\,m$ muss also auch eine Teilschwingung $\omega^2 = \frac{1}{6}\frac{c}{m}$ in der umgekehrten Massenaufeinanderfolge 1, 2, 3, 4 vorhanden sein, wie die untenstehende Tabelle 6 beweist. Die Teilschwingungsgleichung für diese Reihenfolge lautet (Teilknoten in m_2):

$$T_2 = \omega^4 - \omega^2\left(\frac{c}{2}\frac{1\,M+3\,M}{1\,M\cdot 3\,m} + \frac{c}{1}\frac{3\,m+3{,}6\,m}{3\,m\cdot 3{,}6\,m}\right) +$$
$$+ \frac{c}{2}\frac{c}{1}\frac{1\,M+3\,M+0\,M}{1\,M\cdot 3\,m\cdot 3{,}6\,m} = 0$$
$$T_2 = \omega^4 - \omega^2\,\frac{23}{18}\frac{c}{m} + \frac{5}{27}\left(\frac{c}{m}\right)^2 = 0.$$

Für die Eigenschwingung ergibt sich die Gleichung:

$$E = -\omega^6 + \omega^4\left(\frac{c}{3}\frac{1+2}{1\cdot 2\,m} + \frac{c}{2}\frac{2+3}{2\cdot 3\,m} + \frac{c}{1}\frac{3+3{,}6}{3\cdot 3{,}6\,m}\right) -$$
$$-\omega^2\left(\frac{c}{3}\frac{c}{2}\frac{1+2+3}{1\cdot 2\cdot 3\,m^2} + \frac{c}{3}\frac{c}{1}\frac{1+2}{1\cdot 2m}\frac{3+3{,}6}{3\cdot 3{,}6\,m} + \frac{c}{2}\frac{c}{1}\frac{2+3+3{,}6}{2\cdot 3\cdot 3{,}6\,m^2}\right) +$$
$$+ \frac{c}{3}\frac{c}{2}\frac{c}{1}\frac{1+2+3+3{,}6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 3{,}6\,m^3} = 0$$
$$E = -\omega^6 + \omega^4\,\frac{55}{36}\frac{c}{m} - \omega^2\frac{145}{216}\left(\frac{c}{m}\right)^2 + \frac{2}{27}\left(\frac{c}{m}\right)^3 = 0.$$

Für den Ausschlag der ersten Masse wird mit $\frac{m\,\omega^2}{c} \equiv u$:

$$\alpha_1 = -\frac{M_2}{\omega^2}\frac{c_{1\cdot 2}}{m_1\,m_2}\frac{T_2'}{E'} =$$
$$= -\frac{M_2}{\omega^2}\frac{c_{1,2}}{m_1\,m_2}\left[\frac{\left(2\,u-\frac{23}{18}\right)\frac{c}{m}}{\left(-3\,u^2+2\cdot\frac{55}{36}u-\frac{145}{216}\left(\frac{c}{m}\right)^2\right.}\right]_{u=\frac{1}{6}}$$
$$\alpha_1 = -\frac{M\frac{c}{3}}{\frac{1}{6}\frac{c}{m}1\cdot 2\,m^2}\ \frac{-\frac{17}{18}}{-\frac{53}{216}\frac{c}{m}} = -\frac{204}{53}\frac{M}{c};$$

damit wird: $\alpha_2 = \frac{1}{2}\,\alpha_1 = -\frac{102}{53}\frac{M}{c}$;

$$\alpha_3 = -\frac{1}{6}\,\alpha_1 - 2\,\frac{M}{c} = -\frac{72}{53}\frac{M}{c};$$
$$\alpha_4 = -\frac{5}{12}\,\alpha_1 - 5\,\frac{M}{c} = -\frac{180}{53}\frac{M}{c}.$$

Hätten wir die Schwingungsform aus T_3 bestimmt, so wäre gefunden worden:

$$\alpha_4 = -\frac{M_3}{\omega^2}\frac{c_{3\cdot 4}}{m_3\,m_4}\frac{T_3'}{E'} =$$
$$= -\frac{M_3}{\omega^2}\frac{c_{3\cdot 4}}{m_3\,m_4}\left[\frac{\left(2\,u-\frac{5}{6}\right)\frac{c}{m}}{\left(-3\,u^2+2\cdot\frac{55}{36}u-\frac{145}{216}\right)\left(\frac{c}{m}\right)^2}\right]_{u=\frac{1}{6}}$$
$$\alpha_4 = -\frac{3\,M\frac{c}{1}}{\frac{1}{6}\frac{c}{m}3\cdot 3{,}6\,m^2}\ \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{53}{216}\frac{c}{m}} = -\frac{180}{53}\frac{M}{c},$$

in Uebereinstimmung mit dem obenberechneten Wert. Für die Berechnung der übrigen Ausschläge muss natürlich die Teilschwingungsform für die frühere Momentenfolge (Teilknoten in m_3) berücksichtigt werden (Tabelle 7).

Um die verhältnismässigen Ausschläge der Eigenschwingung für diese Reihenfolge zu finden, brauchen wir

Tabelle 7. $\omega^2 = \frac{1}{6}\frac{c}{m}$.

m	$m\,\omega^2$	α	$m\,\omega^2\,\alpha + M$	Σ	l	$\frac{l\,\Sigma}{G\,J}$
$3{,}6\,m$	$0{,}6\,c$	—	— —	—	$1\,l$	—
$3\,m$	$\frac{1}{2}\,c$	—	— $3\,M$	$3\,M$	$2\,l$	$6\frac{M}{c}$
$2\,m$	$\frac{1}{3}\,c$	$-6\,\frac{M}{c}$	$-2\,M+M$	$2\,M$	$3\,l$	$6\frac{M}{c}$
$1\,m$	$\frac{1}{6}\,c$	$-12\,\frac{M}{c}$	$-2\,M$	0		

nur die für die andere Reihenfolge, Tabelle 5, erhaltenen Ausschläge mit $-\frac{12}{5}\frac{\alpha_4}{\alpha_1}$ zu multiplizieren und erhalten:

$$\alpha_3 = -\frac{1}{6}\alpha_1\left(-\frac{12}{5}\frac{\alpha_4}{\alpha_1}\right) = \frac{2}{5}\alpha_4 = -\frac{72}{53}\frac{M}{c};$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}\alpha_1\left(-\frac{12}{5}\frac{\alpha_4}{\alpha_1}\right) - 6\frac{M}{c} = -\frac{102}{53}\frac{M}{c};$$

$$\alpha_1 = -\frac{12}{5}\alpha_4 - 12\frac{M}{c} = -\frac{204}{53}\frac{M}{c},$$

in Uebereinstimmung mit den vorher berechneten Ausschlägen. Die Schwingungsform zeigt Abbildung 9.

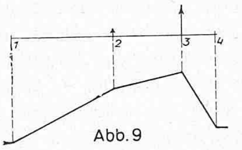

Abb. 9

Wenn die gegebenen erregenden Momente *nicht phasengleich* sind, müsste die gesuchte Masse sowohl der Phase A als auch der Phase B genügen. Da die Teilresonanz für beide Phasen gleichzeitig auftreten muss, so müssen auch die Teilschwingungsperioden für beide Phasen die gleichen sein. Das wird bei beliebig gegebenen Erregungen aber nicht zutreffen. Wenn es im Sonderfall zutrifft, ist die Berechnungsweise der Endmasse genau die gleiche wie die vorher für die einphasige Schwingung gezeigte. Im allgemeinen Fall der Nichtübereinstimmung der Phasenteilschwingungen erscheint es naheliegend, zuerst eine Endmasse so zu suchen, dass diese Teilschwingungsperioden gleich werden, indem man sowohl die Masse selbst, wie ihre elastische Länge als Unbekannte einführt und diese Unbekannten aus den Schlussgleichungen beider Phasen bestimmt. Man wird aber dafür keine andere Lösung finden, als eine unendlich kleine Masse an einer unendlich grossen elastischen Länge, die nicht brauchbar ist. Man kann also die Teilschwingungszahlen zweier beliebig gegebener Phasen der Erregungen im allgemeinen nicht durch eine Endmasse und ihre Feder zur Uebereinstimmung bringen, wie dies leicht bei einem Zusatzmoment gelingt. In diesem Fall muss man wenigstens *eine* der Phasen durch ein zusätzliches Moment auf die gleiche Teilschwingungsperiode der anderen Phase bringen. Beispiel:

$$m_1 = 1\,m; \quad m_2 = 2\,m; \quad m_3 = 3\,m; \quad m_4 = ?$$

$$A_2 = 1\,A; \quad A_3 = -2\,A; \qquad B_2 = 0; \quad B_3 = 1\,B$$

$$l_{1,2} = 3\,l; \quad l_{2,3} = 2\,l; \quad l_{3,4} = 1\,l.$$

Wir suchen die Teilschwingung der Phase B (ohne Zusatzmoment) Reihenfolge m_3 (Teilknoten), m_2, m_1:

$$T_3 = \omega^4 - \omega^2\left(\frac{c}{3}\frac{1+2}{1\cdot 2m} + \frac{c}{2}\frac{(0+1\,B)}{2\,m\,1\,B}\right) + \frac{c}{3}\frac{c}{2}\frac{(0+0+1)B}{1\cdot 2\cdot m^2\,1\,B} = 0$$

$$T_3 = \omega^4 - \frac{3}{4}\frac{c}{m}\omega^2 + \frac{1}{12}\left(\frac{c}{m}\right)^2 = 0;$$

daraus:

$$\frac{m\,\omega^2}{c} = \frac{9 \mp \sqrt{33}}{24}$$

Für die niedrigste Periode der Teilschwingung, $\omega^2 = \frac{9-\sqrt{33}}{24}\frac{c}{m}$, suchen wir das zugehörige Zusatzmoment A_1 an m_1 und erhalten die nachstehende Tabelle 8.

Daraus findet sich das Zusatzmoment zu

$$A_1 = -\frac{\sqrt{33}-1}{8}A.$$

Jetzt ist nur noch die Endmasse m_4 so zu bestimmen, dass auch für die Eigenschwingung $\omega^2 = \frac{9-\sqrt{33}}{24}\frac{c}{m}$ gilt. Wir könnten also die Tabelle für die Eigenschwingung aufstellen und aus ihr m_4 gewinnen. Einfacher aber bestimmen wir m_4 aus der Teilschwingung B für die *andere* Richtung:

$$T_{(B)} = -\omega^2 + \frac{c_{3\cdot 4}}{m_4}\frac{(1+0)B}{1\,B} = 0;$$

woraus: $$m_4 = \frac{c_{3\cdot 4}}{\omega^2} = \frac{c\,24}{9-\sqrt{33}}\frac{m}{c} = \frac{9+\sqrt{33}}{2}m.$$

Tabelle 8. $\omega^2 = \frac{9-\sqrt{33}}{24}\frac{c}{m}$.

m	$m\,\omega^2$	α	$m\,\omega^2\,\alpha \quad + \; A$	Σ	l	$\frac{l\,\Sigma}{G\,J}$
$3\,m$	$\frac{9-\sqrt{33}}{8}c$	—	— $\quad -2\,A$	$-2\,A$	$2\,l$	$-4\frac{A}{c}$
$2\,m$	$\frac{9-\sqrt{33}}{12}c$	$4\frac{A}{c}$	$\frac{9-\sqrt{33}}{3}A + A$	$\left(2-\frac{\sqrt{33}}{3}\right)A$	$3\,l$	$(6-\sqrt{33})\frac{A}{c}$
$1\,m$	$\frac{9-\sqrt{33}}{24}c$	$(-2+\sqrt{33})\frac{A}{c}$	$\frac{-51+11\sqrt{33}}{24}A + A_1$	$\frac{-1+\sqrt{33}}{8}A + A_1$		

In den meisten praktischen Fällen, z. B. bei Vielzylindermaschinen, sind gerade die gefährlichsten Resonanz-Schwingungen jene, bei denen die erregenden harmonischen Drehmomente phasengleich sind. Man kann sie also durch Abstimmung der Massen auf Teilresonanz ebenso unschädlich machen, wie durch zusätzliche Momente. Bei Vierzylinder-Maschinen sind ausserdem nicht nur die erregenden Momente (bei richtiger Steuerungseinstellung), sondern auch die schwingenden Massen für jede Kurbel dieselben.[1]) Da aber die Teilschwingungen eines Systems, dessen erregende Momente sich wie die zugehörigen Massen verhalten, von selbst mit den Eigenschwingungen übereinstimmen[1]), so müssen auch die Resonanzschwingungen der von allen übrigen Massen abgekuppelten Maschine infolge Teilresonanz ungefährlich sein, wenn alle Erregenden phasengleich und von gleichem Vorzeichen sind.[2]) Denn da die Massen nur positive Grössen sein können, so dürfen auch die Momente nicht im Vorzeichen wechseln, damit Verhältnisgleichheit der Massen und der Momente bestehe. Von besonderem Interesse ist in diesem Falle auch die Schwingungsform. Sehen wir von der Dämpfung vorerst ab, so wird, da die Gleichung der Eigenschwingungen mit jener der Teilschwingungen hier identisch wird, gemäss Gleichung (7) wegen $\frac{T}{E} = \frac{T'}{E'} = 1$:

$$\alpha_1 = -\frac{M_1}{m_1\,\omega^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Mit diesem Wert und wegen $\frac{M_h}{M_1} = \frac{m_h}{m_1}$ berechnet sich:

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \frac{m_1\,\omega^2\,\alpha_1 + M_1}{c_{2,3}} = \alpha_1$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 - \frac{\omega^2(m_1\,\alpha_1 + m_2\,\alpha_2) + M_1 + M_2}{c_{2,3}} = \alpha_1 \quad \text{u.s.w.}$$

Die Ausschläge aller Massen sind somit in diesem Falle sämtlich von gleicher Grösse $\alpha = -\frac{M}{m\,\omega^2}$; die Schwingungsform ist eine Gerade parallel zur Wellenaxe; die Ausschläge sind in der Phase den Momenten entgegengesetzt, der Phasenunterschied zwischen Moment und Ausschlag ist π. Untersuchen wir den selben Fall unter Berücksichtigung äusserer Dämpfung von solcher Art, dass sich die Dämpfungszahlen k ebenfalls wie die Massen verhalten, so bleibt auch dabei die Schwingung einphasig[3]), und die Ausschläge sind für alle Massen die gleichen, nämlich (ohne Massenindex):

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= -\frac{A\,m\,\omega - B\,k}{\omega\,[(m\,\omega)^2 + k^2]} \\ \beta &= -\frac{B\,m\,\omega + A\,k}{\omega\,[(m\,\omega)^2 + k^2]} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Der Phasenverschiebungswinkel ε zwischen Ausschlag und Moment ergibt sich aus

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\,\varepsilon &= -\frac{k}{m\,\omega} \\ \text{zu:} \qquad \varepsilon &= \pi - \operatorname{arc\,tg}\frac{k}{m\,\omega} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (16)$$

Die Welle erleidet bei diesen Resonanzschwingungen überhaupt keine Verdrehung, sie schwingt als Ganzes wie ein starrer Körper. Es sei noch besonders darauf hingewiesen, dass diese Ergebnisse nicht etwa nur für eine Welle mit lauter gleichen Massen mit gleichen Dämpfungen und mit gleichen erregenden Momenten, gleichen elastischen Längen zwischen den Massen

[1]) Wenigstens die Mittelwerte, da ja die hin- und hergehenden Massen sich je nach der Kurbelstellung mehr oder weniger an der Schwingung beteiligen.

[2]) *Holzer*, «Drehschwingungen» S. 60.

[3]) *Holzer*, «Drehschwingungen» S. 125.

gelten, also für Verhältnisse, wie sie bei mehrzylindrigen Oelmaschinen vorliegen, sondern ganz allgemein für jedes beliebige Massensystem mit lauter verschiedenen Massen und ganz beliebigen elastischen Abständen der Massen, wenn nur an jeder Masse eine ihr proportionale Erregende und eine ihr proportionale Dämpfung wirkt. Da aber der einfachere Sonderfall — gleiche Massen, gleiche Abstände, gleiche Erregende und gleiche Dämpfungen — eben für Vielzylindermaschinen praktische Bedeutung besitzt, so habe ich hierfür die den Teilschwingungszahlen zukommenden Werte ω^2 ein für allemal berechnet und sie in der Tabelle 9 zusammengestellt, und zwar nicht nur für lauter gleichgerichtete, sondern auch für solche erregende Momente, die abwechselnd ihr Vorzeichen von einer Masse zur nächsten ändern. Man erkennt aus der Zusammenstellung, dass bei im Vorzeichen wechselnden Erregungen alle Werte ω^2 doppelt vorkommen mit Ausnahme des praktisch bedeutungslosen Wertes $\omega^2 = 0$ für gerade Anzahl von Erregungen (Zylinderzahlen), und dass jedem dieser Doppelwerte ein gleich grosser Wert ω^2 für gleichgerichtete Momente entspricht. Da diese letzten Werte aber nicht nur für die Teilschwingungen, sondern auch für die Eigenschwingungen gelten, so geht daraus hervor, dass auch für $+-$ Momente ungefährliche Teilresonanzen vorhanden sind, und zwar bei geraden Zylinderzahlen für die Eigenschwingungen geraden Grades, bei ungeraden Zylinderzahlen für jene ungeraden Grades. Dementsprechend sind auch bei abgekuppelten Vielzylindermotoren mit gerader Zylinderzahl nur für die Eigenschwingungen ungeraden Grades, bei solchen mit ungerader Zylinderzahl nur für die Eigenschwingungen geraden Grades stärkere Resonanz-Schwingungen zu erwarten für solche Ordnungen, bei denen die Erregenden von Zylinder zu Zylinder ihr Vorzeichen wechseln. Die Schwingungsform der (ungedämpften) Teilresonanz bei im Vorzeichen wechselnden Erregenden ist (wegen der Doppelwurzeln der Teilschwingungsgleichung) jene der zugehörigen Teilschwingung. (Schluss folgt.)

Ziele und Wege technischer Hochschulbildung.

Aus der Rede von Prof. *A. Rohn*, Rektor der E. T. H., anlässlich der Eröffnung des Studienjahres 1923/24.

. . . Bevor ich zur Frage der Organisation des akademischen Unterrichtes, die ich kurz zu behandeln beabsichtige, übergehe, möchte ich zunächst an dieser Stelle noch ein Wort dafür einlegen, dass die *Ausländerzuschläge* auf die Studiengebühren, wie sie vor einigen Jahren, dem Beispiel des Auslandes folgend, auch bei uns eingeführt wurden, baldmöglichst wieder beseitigt werden. Wir können uns des Eindruckes nicht erwehren, dass solche Ausnahmen den demokratischen Grundlagen unseres Staates und den im besten Sinne des Wortes internationalen Zielen der Technik widersprechen. Unser kleines Land im Herzen Westeuropas ist sich gewöhnt, ein Bindeglied zu bilden. Von jeher empfingen wir in unserem Hause Vertreter aller Staaten, die in friedlicher wissenschaftlicher Arbeit feste Bande knüpften. An unserer Hochschule sind wertvolle Beziehungen aufgenommen worden zwischen Schweizern und Ausländern, die hier unsere Einrichtungen, unsere Industrie kennen lernten, Beziehungen, die später für *alle* Beteiligten nur von Vorteil waren.

Die eigenartige geographische Lage der Schweiz und ihre demokratischen Traditionen verleihen ihr nicht nur Rechte, sondern auch Pflichten. Dazu rechnen wir vor allem die Gewährung des *akademischen Aufenthaltrechtes* zu den gleichen Bedingungen wie für Inländer — dies besonders zu einer Zeit, wo in manchem Staat der intellektuelle Mittelstand unterzugehen droht und sich nur mit ungeahnten Opfern erhalten und einen Nachwuchs sichern kann. Gewiss bringt das Studium eines jeden unserer Studierenden dem Bunde namhafte finanzielle Opfer, die das Schweizervolk jedoch wie manch anderes Werk, das aus den eigenartigen Verhältnissen des Landes entsprungen ist, zu übernehmen gewillt sein wird. Wir hoffen somit zuversichtlich und wissen uns hierin gleicher Ansicht mit dem gesamten Lehrkörper, dass es den Oberbehörden unserer Hochschule gelingen möge, baldigst die früheren Traditionen, die keinen Unterschied bezüglich der finanziellen Leistungen unserer Hörer kannten, wieder herbeizuführen.

Meine Herren Studierenden, besonders Sie, die Sie zum ersten Male unser Haus betreten: Nicht die Absicht, als *Lehrer* dem Schüler gegenüber zu treten, sondern lediglich die Liebe zur reiferen Jugend und zugleich zum Lehr- und technischen Beruf veranlasst mich, Ihnen heute einige Wegleitungen für Ihre Studienzeit zu geben.

Die meisten Dozenten unserer Hochschule sind erst in späteren Jahren, nachdem sie im praktischen Leben beruflich tätig gewesen sind, zum Lehrfach übergetreten. Sie kennen von der Pädagogik hauptsächlich, was sie die eigene Studienzeit, das Leben und sodann das aufrichtige Bestreben nach Verständnis der Jugend, der sie helfend zur Seite stehen möchten, gelehrt hat. Auf dieser Grundlage möchte ich zu Ihnen sprechen; noch mehr vom Standpunkte des *schaffenden Ingenieurs* aus als von dem des akademischen Lehrers. Ich bin mir dabei wohl bewusst, das niemals Erfahrungen anderer für Sie lebendige Gestalt annehmen werden; das würde Sie ja des Reizes und des hohen Wertes der Selbsterkenntnis berauben. Mögen indessen diese wenigen Wegleitungen Anregungen geben, und den Lebensweg, den Sie an unserer Hochschule vorbereiten, ein wenig ebnen helfen.

Meine Herren! Sie wissen, dass die sogenannten gelehrten Berufe heute durchschnittlich selten den materiellen Erfolg mit

Tab. 9. Vierzylindermaschinen (m schwingende Masse einer Kurbel, $c = \frac{GJ}{l}$ elast. Wellenkonst. zwischen zwei Kurbeln).

Erreger-Zahl	Moment Vorzeich.	$\omega_1^2 : \frac{c}{m}$	$\omega_2^2 : \frac{c}{m}$	$\omega_3^2 : \frac{c}{m}$	$\omega_4^2 : \frac{c}{m}$	$\omega_5^2 : \frac{c}{m}$	$\omega_6^2 : \frac{c}{m}$	$\omega_7^2 : \frac{c}{m}$	$\omega_8^2 : \frac{c}{m}$	$\omega_9^2 : \frac{c}{m}$
2	+ +	2								
	+ —	0								
3	+ +	1	3							
	+ —	1	1							
4	+ +	0,585786	2	3,414214						
	+ —	0	2	2						
5	+ +	0,381966	1,381966	2,618034	3,618034					
	+ —	0,381966	0,381966	2,618034	2,618034					
6	+ +	0,267949	1	2	3	3,732051				
	+ —	0	1	1	3	3				
7	+ +	0,198062	0,753019	1,554960	2,445039	3,246980	3,801938			
	+ —	0,198062	0,198062	1,554960	1,554960	3,246980	3,246980			
8	+ +	0,152241	0,585786	1,234633	2	2,765367	3,414214	3,847759		
	+ —	0	0,585786	0,585786	2	2	3,414214	3,414214		
9	+ +	0,120615	0,467911	1	1,652704	2,347296	3	3,532089	3,879385	
	+ —	0,120615	0,120615	1	1	2,347296	2,347296	3,532089	3,532089	
10	+ +	0,097887	0,381966	0,824430	1,381966	2	2,618034	3,175570	3,618034	3,902113
	+ —	0	0,381966	0,381966	1,381966	1,381966	2,618034	2,618034	3,618034	3,618034