Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 81/82 (1923)

Heft: 20

Artikel: Die Bruchgefahr bei mechanischer und bei elektrischer Beanspruchung fester Körper

Autor: Kummer, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-39010

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 31.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Die Bruchgefahr bei mechanischer und bei elektrischer Beanspruchung fester Körper. — Die Entwicklung der neuen Rheinschiffahrt nach Basel. — Von der Generalversammlung der G. E. P. in Zürich. — Nekrologie: Hans Conrad Schellenberg. Fritz Jenny-Dürst. — Miscellanea: Das Tyssekraftwerk in Norwegen. Eidgenössische Technische Hochschule. Bahnhof Enge. World Power Conference 1924. Schweizer Linoleum. Neubau des Bezirkspitals Aarberg. Der Ausbau der Schöllenenbahn. — Konkurrenzen: Ersparniskasse in Langenthal. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Sektion Bern des S. I. A. S. T. S.

Band 82. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 20.

Die Bruchgefahr bei mechanischer und bei elektrischer Beanspruchung fester Körper.

Von Professor Dr. *W. Kummer*, Ingenieur, Zürich.

Die mechanische Festigkeitslehre ist einstweilen noch nicht befähigt, allgemein gültig die Bedingungen, unter denen ein fester Körper bricht oder ein Bauwerk unsicher wird, klar und einwandfrei anzugeben. Da aber die bauende Technik ein unabweisbares Bedürfnis nach glaubwürdigen Sicherheitszahlen bekundet, so ist seitens der Vertreter der Festigkeitslehre das Mass für die Bruchgefahr wiederholt festzusetzen versucht worden. Dabei ist entweder die grösste Hauptzugspannung, oder es ist die grösste Differenz von zwei Hauptspannungen im gleichen Punkte, oder es ist die grösste Dehnung zu Grunde gelegt worden. Je nach der Art des Materials oder der Beanspruchung scheint bald die eine, bald die andere Grundlage besser zu befriedigen, insofern als es sich um die praktische Bewährung handelt. In grundsätzlicher Hinsicht ist jedoch dieser Standpunkts-Wechsel höchst unbefriedigend; es erscheint deshalb naheliegend, auf dem verwandten Gebiete der elektrischen Festigkeitslehre nach der daselbst benutzten Grundlage der Sicherheits-Bewertung Umschau zu halten. Die Umschau auf dem elektrischen Gebiete liegt deshalb besonders nahe, weil die Verteilung der in einem festen Körper elektrisch aufrecht zu haltenden Spannung, ebenso wie die Verteilung der in einem festen Körper mechanisch aufrecht zu haltenden Spannung, sich vollständig aus dem Prinzip der Erhaltung der Energie und aus dem Prinzip der Nahewirkung beschreiben lassen.

1. *Die Bruchgefahr elektrischer Beanspruchung im einaxigen Spannungszustand.*

Der einaxige Spannungszustand, der sowohl für die mechanischen, als auch für die elektrischen Beanspruchungen die einfachsten Verhältnisse kennzeichnet und dabei auch die geeignetste Grundlage der Materialprüfung darstellt, wird auf elektrischem Gebiete durch den Platten-Kondensator verwirklicht. Der elektrische Durchschlag des zwischen den metallischen, ebenen Elektroden dieses Kondensators liegenden festen Isolierstoffs ist der typische Vorgang der Ueberwindung der sog. elektrischen Festigkeit und erscheint als Folge einer unzulässigen Wärmewirkung bei entsprechender Vermehrung der Potentialdifferenz von Elektrode zu Elektrode. Bei genügend tief liegendem Betrage dieser Potentialdifferenz, bezw. der an die Elektroden angelegten Spannung V_z ist die Spannungsverteilung durch den Isolierstoff eine rein elektrostatische und gilt für das Spannungsgefälle F_z in der Richtung x und im Abstand a von Elektrode zu Elektrode, d. h. in der Axe der Spannungsbeanspruchung, nach dem elektrostatischen Fluxgesetze die Beziehung:

$$F_z = \frac{aV_z}{dx} = \frac{Q}{\frac{\varepsilon}{4\pi} f} = \frac{V_z}{a}$$

wobei Q die, die Elektroden von der Oberfläche f ladende Elektrizitätsmenge und ε die sog. Dielektrizitätskonstante bedeuten. Da eine solche elektrostatische Spannungshaltung im normalen Betrieb des Isolators bestehen soll, so sind hier das bezügliche Spannungsgefälle und die bezügliche Spannung mit dem Index z (von „zulässig") bezeichnet worden. Unmittelbar vor und beim Durchschlag oder „Bruch" wird die angelegte Spannung V_b nicht mehr elektrostatisch, sondern nur noch nach Massgabe des Leitungsstroms J gehalten und gilt die Beziehung:

$$F_b = \frac{dV_b}{dx} = \frac{J}{g_b f} = \frac{V_b}{a}$$

wobei nun mit g_b die galvanische Leitfähigkeit des Isolators eingeführt ist. Bei der Betriebspannung V_z hatte diese Leitfähigkeit den äusserst kleinen Wert g_z, der mit ε und mit der sog. Relaxationszeit T durch die Beziehung:

$$\frac{\varepsilon}{4\pi} = g_z T$$

verknüpft ist. Mit wachsender Spannung geht g_z in g_b über und V_z in V_b, wie Abbildung 1 zeigt, wobei der Endwert g_b beim Bruchpunkte B liegt, während g_z über verschiedene Anfangspannungen hinweg konstant bleibt.[1])

Die als Mass für die Bruchgefahr dienende Sicherheitszahl S_e ist nun festgelegt durch die Beziehung:

$$S_e = \frac{F_b}{F_z} = \frac{V_b}{V_z} = \frac{JT}{Q}\,\frac{g_z}{g_b}.$$

Es möge noch ausdrücklich betont werden, dass die Spannung V als Gleichstromspannung verstanden ist, und dass sowohl die Elektroden als auch das zwischen ihnen liegende Isoliermaterial von Punkt zu Punkt keine Temperaturunterschiede aufweisen sollen.

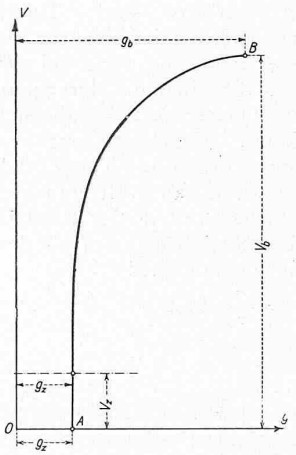

Abbildung 1.

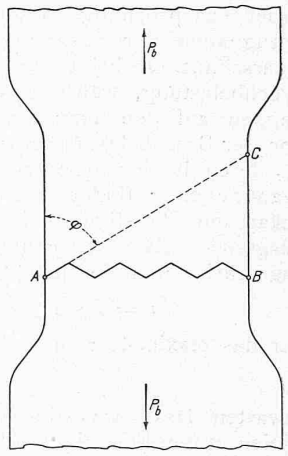

Abbildung 2.

2. *Die Bruchgefahr mechanischer Beanspruchung im einaxigen Spannungszustand.*

Der wichtigste, einer einaxigen mechanischen Materialprüfung zu Grunde gelegte Spannungszustand ist zweifellos derjenige des Zerreissversuchs an einem prismatischen oder zylindrischen Stabe vom ursprünglichen Querschnitt f_o. Im Bereiche der zulässigen Beanspruchung gilt für die beanspruchende Kraft P_z die Beziehung:

$$P_z = f_o\,\sigma_z$$

wobei mit σ_z die zulässige Spannung eingeführt ist. Bei Steigerung der Kraft auf den Bruchbetrag P_b setzt man:

$$P_b = f_o\,\sigma_b$$

und definiert üblicherweise als Sicherheitszahl:

$$S_m = \frac{P_b}{P_z} = \frac{\sigma_b}{\sigma_z}$$

Nun bleibt aber f_o an der Bruchstelle nicht konstant, sondern reduziert sich beim Bruch auf f_b, entsprechend der Einschnürung, die die Abbildung 2 für die Bruchstelle AB und für ihre Nachbarschaft erkennen lässt[2]);

[1]) Das physikalische Verhalten fester Isolierstoffe bei elektrischer Beanspruchung über der Durchschlags-Spannung hat kürzlich *K. W. Wagner* mittels geeigneten Messvorrichtungen untersucht, wobei auch weitere, den Durchschlags-Vorgang abklärende Tatsachen festgestellt werden konnten, wie im Sitzungsbericht der Berliner Akademie vom 16. November 1922, Seite 438, nachzulesen ist.

[2]) Auch im Falle einer rein lokalen Einschnürung, wobei dann der Punkt C nicht am Rande, sondern im Innern der Deformationsstelle auf der Geraden $BC \perp AB$ liegt, bleiben die aus Abb. 2 hervorgehenden Beziehungen richtig.

auch erscheint als Bruchlinie nicht etwa die Gerade A B, sondern die Zickzacklinie A B, deren Länge, bei symmetrischem Zickzack, mit $A\,C$ übereinstimmt. Der Bruch kann dann als Folge einer brechenden Tangentialspannung τ_b aufgefasst werden, die auf der Bruchfläche $\frac{f_b}{\sin\varphi}$ wirkt und der Bruchkraft $P_b \cos\varphi$ entspricht. Es gilt deshalb:

$$P_b \cos\varphi = \frac{f_b}{\sin\varphi}\,\tau_b$$

Man kann für die unter dem Winkel φ gegen die Stabaxe geneigte Richtung $A\,C$ auch schon im Bereiche der zulässigen Beanspruchung eine solche Gleichung aufstellen und schreiben:

$$P_z \cos\varphi = \frac{f_z}{\sin\varphi}\,\tau_z$$

Die Sicherheitszahl S_m kann dann wie folgt geschrieben werden:

$$S_m = \frac{P_b}{P_z} = \frac{f_b}{f_z}\,\frac{\tau_b}{\tau_z} = \frac{\frac{f_b}{f_0}}{\frac{f_z}{f_0}}\,\frac{\tau_b}{\tau_z}$$

Hieraus folgt:

$$S_m = \frac{1-\varepsilon_{qb}}{1-\varepsilon_{qz}}\,\frac{\tau_b}{\tau_z}$$

mit Einführung der Querkontraktion ε_q, die bei der zulässigen und bei der Bruchbeanspruchung je die Werte ε_{qz} und ε_{qb} aufweist. Im Spannungsdiagramm der Abbildung 3 sind die im Ausdrucke für S_m auftretenden Grössen ersichtlich, wobei mit A die Proportionalitätsgrenze, mit B die Bruchbeanspruchung besonders markiert sind. Durch Bezugnahme der Spannungswerte auf den jeweils engsten Querschnitt erscheint die grösste Spannung stets bei der Bruchbelastung, während sie bei Bezugnahme der Spannungen auf den ursprünglichen Querschnitt bekanntlich vor der Bruchbelastung liegen kann. Die Darstellung von S_m durch die in schiefen Schnitten auftretenden Tangentialspannungen τ findet ihre Begründung im Auftreten der bekannten Fliessfiguren nach Ueberschreiten der Elastizitätsgrenze. Zwischen σ und τ besteht übrigens nach den angeschriebenen Formeln der Zusammenhang:

$$\tau = \sigma \sin\varphi \cos\varphi = \frac{\sigma}{2}\sin 2\varphi$$

der das maximale τ für $\varphi = 45^0$ zu:

$$\tau = \frac{\sigma}{2}$$

erwarten lässt, was durch die tatsächliche Neigung der Linien in den Fliessfiguren häufig genug bestätigt erscheint.

3. Die Bruchgefahr elektrischer Beanspruchung im zweiaxigen Spannungszustand.

Das klassische Beispiel einer elektrischen Beanspruchung im zweiaxigen Spannungszustand ist der Zylinder-Kondensator, bezw. das Einleiterkabel. Im Querschnittsbild nach Abbildung 4 sind die Elektroden-Radien mit r_1 und mit r_2 bezeichnet, während die Richtung des variablen Radius r übereinstimmt mit der Richtung des Spannungs-Gefälles F. Im Bereiche der zulässigen Beanspruchung ergibt sich aus dem elektrostatischen Fluxgesetze

$$F_z = \frac{Q}{\frac{\varepsilon}{4\pi} f}$$

bei für alle r konstantem ε der Ausdruck:

$$F_z = \frac{V_z}{r \lg \frac{r_2}{r_1}}$$

mit dem Maximum für $r = r_1$. Beim Bruch folgt aus dem Strömungsgesetze

$$F_b = \frac{J}{g_b f}$$

bei für alle r konstantem g_b der Ausdruck:

$$F_b = \frac{V_b}{r \lg \frac{r_2}{r_1}}$$

der ebenfalls für $r = r_1$ das Maximum aufweist. Für die Sicherheitszahl S_e gilt auch hier:

$$S_e = \frac{F_b}{F_z} = \frac{V_b}{V_z}.$$

Dagegen bestehen in analytischer Hinsicht kompliziertere Beziehungen, sobald ε und g_b nicht für alle r konstant sind, was bei in der Praxis normal auftretenden Temperaturdifferenzen zwischen den zwei Elektroden ohne weiteres für Gleichstrombeanspruchung der Fall ist.[1]) Ob nun hierauf Rücksicht genommen werden muss oder nicht, so ergibt sich doch beim Zylinderkondensator die Sicherheitszahl schliesslich ebenso einfach, wie beim Platten-Kondensator, nämlich tatsächlich oder formal[2]) als Verhältniswert einer Durchbruchspannung zu einer zulässigen Spannung, wobei dieser Verhältniswert stets aus den Daten des Normalversuchs des Plattenkondensators genommen werden kann, um ohne neuen Versuch auch dem Zylinder-Kondensator zu Grunde gelegt zu werden.

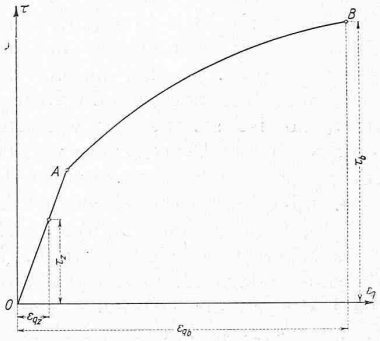

Abbildung 3.

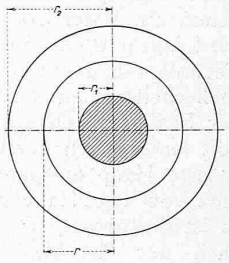

Abbildung 4.

4. Die Bruchgefahr mechanischer Beanspruchung im zweiaxigen Spannungszustand.

Analog dem soeben bei der zweiaxigen elektrischen Beanspruchung gewählten Beispiele sei nun das zwischen den Radien r_1 und r_2 liegende Konstruktionsmaterial einer innerhalb r_1 gelegen Druckflüssigkeit vom Ueberdrucke p ausgesetzt. Die Nachrechnung liefert für den beliebigen, zwischen r_1 und r_2 liegenden Radius r eine Radialspannung:

$$\sigma_r = -p\,\frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\left(\frac{r_2^2}{r^2} - 1\right)$$

und eine Umfangspannung:

$$\sigma_u = p\,\frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\left(\frac{r_2^2}{r^2} + 1\right)$$

Sowohl σ_r als auch σ_u weisen je für $r = r_1$ das Maximum auf. Wie soll aber die Sicherheitszahl S_m berechnet werden, falls nicht durch unmittelbaren Versuch am Untersuchungskörper nach Abbildung 4 der Quotient:

$$S_m = \frac{p_b}{p_z}$$

aus der empirischen Bestimmung von p_b und der Annahme von p_z hervorgehen kann? Zur Benutzung von Bruchspannungen, die empirisch aus einaxigen Spannungs-Zuständen gewonnen werden mussten, können offenbar die drei in der Einleitung genannten Grundlagen zur Angabe eines Masses für die Bruchgefahr in Betracht gezogen werden. Eine Entscheidung darüber, welche dieser Grundlagen als die richtige zu benutzen sei, kann aber endgültig wiederum nur aus dem unmittelbaren Versuch am Untersuchungskörper nach Abbildung 4 gewonnen werden.

Schon dieses eine Beispiel lehrt uns, dass wir für die Festsetzung der Bruchgefahr bei mechanischer Beanspruchung mit Erfahrungsdaten, die im einaxigen Spannungszustand gewonnen werden, im allgemeinen nicht auskommen werden, wenn es sich um Belastungsfälle handelt, die dem Schema der einaxigen Belastung nicht mehr entsprechen.

5. Die Bruchgefahr bei schwingender Beanspruchung.

Die schwingende *elektrische* Beanspruchung von Isolier-Materialien ist durch die Wechselstromtechnik zum wichtigsten Teil der elektrischen Festigkeitsfragen überhaupt

[1]) Bezügliche Untersuchungen sind auf Veranlassung des Verfassers durch *H. Schait* ausgeführt worden, wie in der Dissertation Nr. 333 der E. T. H. und im Bulletin des Schweiz. Elektr. Vereins, November 1923, Seite 619 zu lesen ist.

[2]) d. h. mit rechnerisch genau bestimmbaren Berichtigungskoeffizienten versehen.

geworden, da gerade durch die Wechselstromtechnik besonders hohe Spannungen zur praktischen Anwendung gebracht werden. Soweit als die Beanspruchung fester Isolatoren in Betracht fällt, kann sowohl beim ein- als auch beim zweiaxigen Spannungszustand mit der Beziehung:

$$S_e = \frac{F_b}{F_z} = \frac{V_b}{V_z}$$

gerechnet werden, wenn die Spannungen in effektiven Volt, und wenn die Spannungsgefälle in effektiven Volt pro cm gemessen werden. Verglichen mit Gleichspannungen, liegen aber bei Wechselspannungen die „Durchbruch-Volts" tiefer, derart, dass für gleiche Sicherheit auch die „zulässigen Volts" tiefer angesetzt werden müssen; die Kurve V über g nach Abbildung 1 steigt eben im Falle von Wechselstrom weniger hoch an, da durch die sog. „dielektrischen Verluste" die Leitfähigkeit g stark vergrössert wird. Diese Erscheinung prägt sich umsomehr aus, je höher die Periodenzahl der beanspruchenden Wechselspannung liegt. Weiter ist der Zusammenhang der Grössen ε und g mit der Temperatur für Wechselstrom ein anderer, als für Gleichstrom, was im Falle von Elektroden bezw. Isolatorschichten mit verschiedener Temperatur gewisse Unterschiede in den expliziten Ausdrücken für F_b und F_z bewirkt.[1]) Die Sicherheitszahl kann in der Regel dennoch als Verhältniswert einer Durchbruchspannung zu einer zulässigen Spannung dargestellt werden, wobei die bezüglichen Zahlen aus dem Normalversuch des einzigen Spannungszustandes gewonnen sind.

Die schwingende *mechanische* Beanspruchung von Baustoffen ist erst in jüngster Zeit eingehenderen Untersuchungen unterworfen worden, die vorerst nur spärliche, zahlenmässig festliegende Resultate zeitigten; über die Begriffsbildung und die ersten Zahlenergebnisse der „Schwingungsfestigkeit" ist in dieser Zeitschrift von *O. Föppl*[2]) Bericht erstattet worden.

6. Zusammenfassung.

Zum Vergleich der Bruchgefahr bei mechanischer und bei elektrischer Beanspruchung fester Körper haben wir in Abbildung 1 für die einaxige elektrische Beanspruchung ein Spannungsdiagramm aufgestellt, das dem bekannten, in Abbildung 3 wiederholten Diagramm der einaxigen Beanspruchung gemäss der gewöhnlichen mechanischen Festigkeitslehre nachgebildet ist; den Grössen „Spannung" und „Deformation" auf mechanischem Gebiete entsprechen dabei die Grössen „Spannung" und „Leitfähigkeit" auf elektrischem Gebiete. Während nun auf elektrischem Gebiete Beanspruchungsproben im einaxigen Spannungszustand zur Beurteilung der Bruchgefahr in der Regel eindeutige Sicherheitszahlen liefern, ergeben analoge Proben auf mechanischem Gebiet in der Regel keine eindeutige Sicherheitszahlen mehr; vielmehr müssen auf mechanischem Gebiete im allgemeinen alle nicht mehr einaxigen Spannungszustände durch besondere, diesen Zuständen angepasste Proben erst abgeklärt werden, bevor zuverlässige Sicherheitszahlen aufgestellt und benutzt werden können.

[1]) Man vergleiche die bereits in einer früheren Fussnote erwähnte Arbeit von *H. Schait.*

[2]) Band 81, Seite 87 (24. Februar 1923).

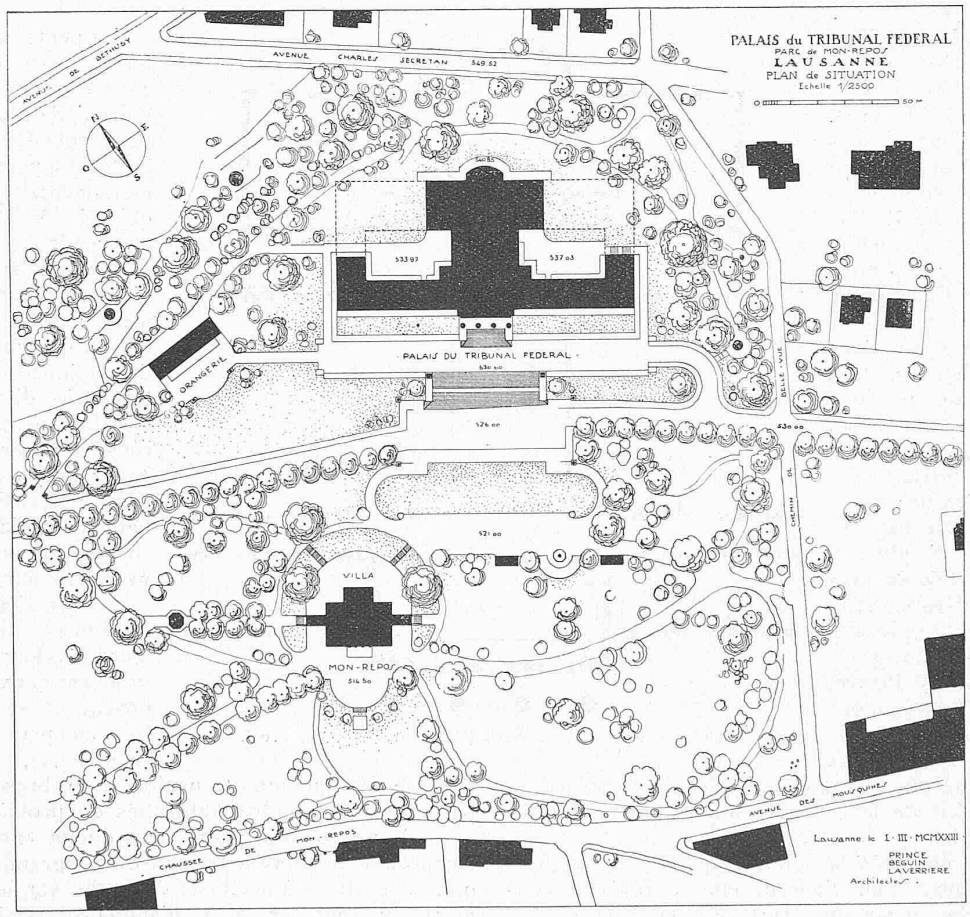

Abb. 1. Park Mon-Repos in Lausanne mit dem Neubau des Schweiz. Bundesgerichts. — Masstab 1 : 2500.

Schweiz. Bundesgerichts-Gebäude in Lausanne.

Es sind jetzt genau zehn Jahre her, seit die Neuenburger Architekten Prince & Béguin im Wettbewerb um das neue Bundesgerichtsgebäude im Park Mon-Repos den I. Preis errungen. Für die Bauausführung hat jener Entwurf (dargestellt in Bd. 62, 22. Nov. 1913) gründliche Umarbeitung erfahren. In seiner jetzigen, der bereits in Angriff genommenen und zu seinem Vorteil vereinfachten Gestalt ist er das gemeinsame Werk von Prince & Béguin in Neuenburg und A. Laverrière in Lausanne, denen wir für die Ueber-