Band 80. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 10.

# Ueber Schwerkraftspannungen in Rohrleitungen von grossen Durchmessern und deren rationelle Konstruktion.

Von Ingenieur *Karl I. Karlsson*, Stockholm.

Obgleich Rohrleitungen von grossen Durchmessern auf dem Gebiete der Wasserkraftausnützung bezüglich der Anlagekosten und der Betriebsicherheit eine wichtige Rolle spielen, fehlt es noch mancherorts an einer genauen Festigkeitsberechnung und einer aus der eingehenden Kenntnis der Spannungen hervorgegangenen Bauweise derselben. In der „Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur- und Architektenvereins" hat zwar schon im Jahre 1910 Ingenieur *Otto Fröhlich* die Grundlagen einer genaueren Berechnung veröffentlicht. Noch früher waren in Schweden zwei Rohrleitungen im Bau, deren Berechnung in derselben Weise durchgeführt worden war. Die genauere Berechnung hatte ausserdem zu einer neuen und, wie es dem Verfasser scheint, rationelleren Auflager-Konstruktion geführt, deren Art und Berechnung hier wiedergegeben werden soll.

Die Berechnungen gelten den Spannungen in der Rohrwand und gehen von den in ihr auftretenden Schubspannungen aus, die in dem als Balkenträger aufgefassten Rohre durch das Wassergewicht hervorgerufen werden. Unter der Voraussetzung, dass die Schubspannungen sich in der Weise über den Rohrquerschnitt (Rohrumfang) verteilen, wie sie sich aus den Gleichgewichtgleichungen auf Grund linearer Dehnungen und Normalspannungen ergeben, werden die in einem Ringelement des Rohres auftretenden, von Schubspannungen und Wasserdruck hervorgerufenen Biegungsmomente berechnet. Weiter auf diese Grundlagen einzugehen wäre hier nicht angemessen; der Leser muss aus dem obgenannten Aufsatze Fröhlichs Ausführlicheres holen. Es sei hier nur das, bei dem ersten Anblick erstaunende Resultat erwähnt, dass weder das Eigengewicht des Rohrmantels noch das Wassergewicht bei vollständig gefülltem Rohr Biegungsmomente dieser Art hervorrufen.

Die neue Konstruktion des Auflagers geht von der Ueberlegung aus, dass, wenn übermässige lokale Spannungen in der dünnen Rohrwand vermieden werden sollen, das Rohr an den Stellen, wo es unterstützt ist, mit Versteifungsringen von Trägerquerschnitt, in deren Steg die Auflagerkräfte angreifen, versehen werden muss. Die Spannungen in einem solchen Ringe, der in Abbildung 1 dargestellt ist, hängen nur von den Schubspannungen in dem benachbarten Querschnitte des Rohres und der Lage der Auflagerkräfte ab, und werden folglich, unter Verwendung der von Ingenieur Fröhlich gewählten und den in der Abbildung angegebenen Bezeichnungen, folgenderweise berechnet.

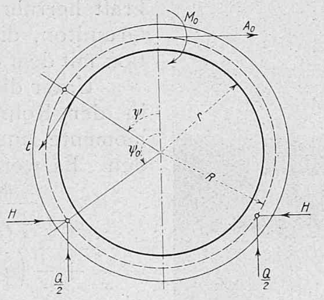


Abb. 1.

Die Schubkräfte pro Längeneinheit des Umfanges in einem Querschnitt des Rohres am Auflager sind nach der üblichen Theorie:

$$t = 2\,\frac{\frac{Q}{2}}{2\,\pi\,r}\sin\psi = \frac{Q}{2\,\pi\,r}\sin\psi \quad (0 < \psi < 2\,\pi) \qquad (1)$$

Die statisch unbestimmten Schnittkräfte im Ringe $A_0$, $S_0$ und $M_0$, von denen die Querkraft $S_0$ wegen der Symmetrie gleich Null ist, werden mit Hilfe des Castiglianischen Satzes gelöst. Es folgen, unter Vernachlässigung der Normal- und Schubkräfte, die Gleichungen:

$$\int_0^{\psi_0} M' \frac{\partial M'}{\partial A_0} R\, d\psi + \int_{\psi_0}^{\pi} M'' \frac{\partial M''}{\partial A_0} R\, d\psi = 0$$

$$\int_0^{\psi_0} M' \frac{\partial M'}{\partial M_0} R\, d\psi + \int_{\psi_0}^{\pi} M'' \frac{\partial M''}{\partial M_0} R\, d\psi = 0$$

Die Momente $M'$ oberhalb und $M''$ unterhalb des Stützpunktes werden aus den Gleichgewichtsbedingungen des zwischen 0 und $\psi$ ausgeschnittenen Ringstückes berechnet, und zwar nach Reduktion der Ausdrücke

$$M' = M_0 + A_0 R(1 - \cos\psi) + \frac{Q}{\pi}\left(\frac{1}{2} R\,\psi \sin\psi - r(1 - \cos\psi)\right)$$

$$M'' = M' + \frac{1}{2} Q\,R\,(\sin\psi_0 - \sin\psi) + H\,R\,(\cos\psi_0 - \cos\psi)$$

Durch Integration geht dann hervor:

$$A_0 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{2} Q\left(2\frac{r}{R} - \frac{1}{2} - \sin^2\psi_0\right) - H\left(\frac{1}{2}\sin 2\,\psi_0 + \pi - \psi_0\right)\right]$$

$$M_0 = \frac{R}{\pi}\left[\frac{1}{2} Q\left(\frac{1}{2} + \sin^2\psi_0 + \cos\psi_0 - (\pi - \psi_0)\sin\psi_0\right) + {}\right.$$
$$\left. {} + H\left(\frac{1}{2}\sin 2\,\psi_0 - \sin\psi_0 + (\pi - \psi_0)(1 - \cos\psi_0)\right)\right]$$

und die allgemeinen Ausdrücke der Momente:

$$M' = \frac{R}{\pi}\left[\frac{1}{2} Q\left(\cos\psi_0 - (\pi - \psi_0)\sin\psi_0 + \psi\sin\psi + {}\right.\right.$$
$$\left. {} + \left(\frac{1}{2} + \sin^2\psi_0\right)\cos\psi\right) - H\left(\sin\psi_0 + (\pi - \psi_0)\cos\psi_0 - {}\right.$$
$$\left.\left. {} - \left(\pi - \psi_0 + \frac{1}{2}\sin 2\,\psi_0\right)\cos\psi\right)\right] \qquad (2a)$$

$$M'' = \frac{R}{\pi}\left[\frac{1}{2} Q\left(\cos\psi_0 + \psi_0\sin\psi_0 - (\pi - \psi)\sin\psi + {}\right.\right.$$
$$\left. {} + \left(\frac{1}{2} + \sin^2\psi_0\right)\cos\psi\right) - H\left(\sin\psi_0 - \psi_0\cos\psi_0 + {}\right.$$
$$\left.\left. {} + \left(\psi_0 - \frac{1}{2}\sin 2\,\psi_0\right)\cos\psi\right)\right] \qquad (2b)$$

Es entsteht zunächst die Frage nach dem vorteilhaftesten Angriffspunkt und der Richtung der Auflagerkräfte d. h. der, die die kleinsten Momente im Ring ergeben. Eine allgemeine Lösung aus den Endgleichungen zu finden ist mir nicht gelungen wegen der verwickelten Form der Ausdrücke. Ich glaube jedoch mit $\psi_0 = \pi/2$ und $H = 0$ nicht sehr weit von den gesuchten Werten zu sein. Dann werden die Formeln der Momente

$$M' = \frac{Q\,R}{2\,\pi}\left(\psi\sin\psi + \frac{3}{2}\cos\psi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$M'' = -\frac{Q\,R}{2\,\pi}\left((\pi - \psi)\sin\psi - \frac{3}{2}\cos\psi - \frac{\pi}{2}\right) = -M'_{\pi - \psi}$$

Die Winkel $\psi$ oder $\pi - \psi$, in denen der absolute Betrag der Momente einen Grösstwert annehmen kann, erfüllen die Gleichung

$$\left(\frac{\partial M}{\partial \psi} = \right)\ \alpha\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha = 0,$$

deren Wurzel $\alpha = 0$ und $\alpha = 67^0\ 2'$ sind. Die zugehörigen Werte der Momente sind:

$$M'_{0^0} = -0{,}0113\,Q\,R = -M''_{180^0}$$
$$M'_{67^0} = +0{,}015\,Q\,R = -M''_{180^0 - 67^0}$$
$$M_{\frac{\pi}{2}} \text{ ist Null,}$$

es ist folglich $0{,}015\,Q\,R$ das grösste Moment im Ringe.

Später hat Ingenieur *T. Hökerberg*[1]) gezeigt, dass das Ausrücken der beiden Stützpunkte um je 0,04 $R$ ausserhalb der lotrechten Tangenten des Schwerpunktskreises die Momente herabdrückt auf den Wert

$$0{,}010\,Q\,R.$$

---

1) Siehe Teknisk Tidskrift 1919.