

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 79/80 (1922)  
**Heft:** 3

**Artikel:** Zur Frage der Stabilität rotierender Wellen  
**Autor:** Pöschl, Theodor  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-38116>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**



linie  $O$  zurückzuziehen strebt. Ferner sei  $m$  die Masse der Scheibe,  $k$  ihr Trägheitshalbmesser bezüglich  $S$ . Dann sind  $T$  und  $V$  gegeben durch:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{\varphi}^2 + \dot{\varphi}^2 \varphi'^2) + \frac{1}{2} m k^2 \dot{\varphi}'^2$$

$$V = \frac{1}{2} a r^2 = \frac{1}{2} a [\dot{\varphi}^2 + e^2 + 2e\dot{\varphi} \cos(\psi - \varphi)]$$

Wir setzen nun  $\psi - \varphi = \chi$  und erhalten (nach Weglassen einer belanglosen additiven Konstanten in  $V$ ) durch Elimination von  $\psi$ :

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{\varphi}^2 + k^2) \varphi'^2 + m k^2 \dot{\varphi}' \chi' + \frac{1}{2} m k^2 \chi'^2 \quad (5)$$

$$V = \frac{1}{2} a (\dot{\varphi}^2 + 2e\dot{\varphi} \cos \chi) \quad (6)$$

In dieser Form ist nun  $\varphi$  zyklisch, daher können wir setzen  $\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = m b = \text{konstant}$ , und dies ist der im folgenden unveränderlich angenommene „Drall“ des Systems um  $O$ ; also ist

$$\dot{\varphi}^2 \varphi' + k^2 (\varphi' + \chi') = b$$

und daraus

$$\varphi' = \frac{b - k \chi'}{\dot{\varphi}^2 + k^2} \quad (7)$$

Bildet man nun nach Gleichung (3) die Routh'sche Funktion  $R$  und drückt sie durch  $\varphi, \chi, \dot{\varphi}, \dot{\chi}, b$  aus, so kommt

$$R = T - V = m b \dot{\varphi} - \frac{1}{2} m \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m \frac{k^2 \dot{\varphi}^2 \chi'^2 + 2 b k^2 \dot{\varphi}' \chi' - b^2}{\dot{\varphi}^2 + k^2} - \frac{1}{2} a (\dot{\varphi}^2 + 2e\dot{\varphi} \cos \chi) \quad (8)$$

und die Bewegungsgleichungen (4) lauten mithin

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi} - \frac{(k \chi' - b)^2}{(\dot{\varphi}^2 + k^2)^2} \dot{\varphi} &= -\frac{a}{m} (\dot{\varphi} + e \cos \chi) \\ k^2 \frac{d}{dt} \left( \frac{\dot{\varphi}^2 \chi' + b}{\dot{\varphi}^2 + k^2} \right) &= \frac{a}{m} e \sin \chi \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Um die stationäre Kreisbewegung zu erhalten, setzen wir  $\dot{\varphi}' = \dot{\chi}' = 0$ ,  $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$ , und erhalten entweder  $\dot{\varphi}_0 = 0$ , welcher Fall uns hier nicht interessiert, oder, wenn für die stationäre Bewegung  $\dot{\varphi}' = \omega$ , als  $b = (\dot{\varphi}_0^2 + k^2) \omega$ , ferner  $\frac{a}{m} = \omega_k^2$  und  $\omega/\omega_k = \beta$  gesetzt wird:

$$\dot{\varphi}_0 = \frac{\omega_k^2}{\omega^2 - \omega_k^2} e = \frac{e}{\beta^2 - 1} \quad (10)$$

Für  $\beta < 1$  ist übrigens  $\chi = \pi$ , für  $\beta > 1$ :  $\chi = 0$ . Für  $\omega = \omega_k$ ,  $\beta = 1$  selbst wird  $\dot{\varphi}_0 = \infty$ , was sich durch die auftretende Unruhe in der Nähe dieser „kritischen Winkelgeschwindigkeit“ äussert.

Um nun den Stabilitätscharakter dieser stationären Bewegungsform für das überkritische Gebiet  $\omega > \omega_k$ ,  $\beta > 1$  nach der Methode der kleinen Schwingungen zu untersuchen, setzen wir in den Gleichungen (9):  $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 + \sigma$  und nehmen darin  $\sigma$  und  $\chi$  als kleine Grössen an, deren Quadrate und Produkte wir vernachlässigen. Die Ausführung dieser Vorschrift liefert aus (7) unter Benützung von (8) zwei Gleichungen, aus denen durch den Ansatz  $\sigma = A e^{i t}$ ,  $\chi = B e^{i t}$  nach Elimination von  $A$  und  $B$  für  $\lambda$  die Gleichung 4. Grades folgt

$$\lambda^4 + \lambda^2 \left( 2\beta^2 + 2 - \frac{1}{\beta^2 - 1} \frac{e^2}{k^2} \right) \omega_k^2 + \left[ (\beta^2 - 1)^2 - \frac{3\beta^2 + 1}{\beta^2 + 1} \frac{e^2}{k^2} \right] \omega_k^4 = 0, \quad (11)$$

die mit der von Stodola (Dinglers Journal 333, 1918, S. 117) erhaltenen übereinstimmt; die Eigenschaft der Stabilität der betrachteten Kreisbewegung drückt sich dadurch aus, dass alle Wurzeln dieser Gleichung negative reelle Teile haben, bzw. wie im vorliegenden Fall, rein imaginär sind.

Hat man eine Gleichung:  $\lambda^4 + 2a\lambda^2 + c = 0$ , so lauten bekanntlich die Bedingungen dafür, dass die Wurzeln rein imaginär sind:  $a > 0$ ,  $c > 0$ ,  $a^2 - c > 0$ , was im vorliegenden Falle auf die Gleichungen führt

$$\frac{e^2}{k^2} < 2(\beta^2 - 1) \quad \text{und} \quad \frac{e^2}{k^2} < \frac{(\beta^2 - 1)^3}{3\beta^2 + 1}$$

während die aus der dritten Bedingung hervorgehende Ungleichung von selbst erfüllt ist. Für ein gegebenes  $e$

und  $\beta$  muss daher  $k^2$  grösser sein als die grössere der beiden Zahlen

$$e^2/2(\beta^4 - 1) \quad \text{und} \quad e^2(3\beta^2 + 1)/(\beta^2 - 1)^3$$

und zwar ist die zweite diese grössere Zahl.

In ähnlicher Weise würde man finden, dass die Kreisbewegung unterhalb der kritischen Geschwindigkeit für alle Werte von  $k$  ( $> 0$ ),  $e$  und  $\beta$  stabil ist. Wird eine Welle angenommen, die hinsichtlich ihrer Biegung nicht homogen ist, dann ist etwa zu setzen  $a = a_1 \cos \tau + a_2 \sin \tau$  (siehe Abbildung 1), ferner ist  $\tau$  durch  $\varphi, \chi$  auszudrücken und in analoger Weise vorzugehen wie oben;  $\varphi$  bleibt dabei ignorabel.

## 2. Einfluss des Eigengewichtes der Schwungscheibe.

Wird das Eigengewicht der Schwungscheibe bei horizontal liegender Welle berücksichtigt, so tritt zu  $V$  in dem Ausdruck (6) noch die potentielle Energie des Gewichtes hinzu, sodass für  $V$  zu setzen ist (Abbildung 2):

$$V_1 = \frac{1}{2} a (\dot{\varphi}^2 + 2e\dot{\varphi} \cos \chi) + m g \dot{\varphi} \sin \varphi, \quad (12)$$

während (5) unverändert bestehen bleibt. Bei diesem Problem ist keine der Koordinaten zyklisch. Die Bewegungsgleichungen lauten sodann nach (1)

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi} - \frac{a}{m} (\dot{\varphi} + e \cos \chi) - g \sin \varphi &= 0 \\ \frac{d}{dt} [(\dot{\varphi}^2 + k^2) \dot{\varphi}' + k^2 \dot{\chi}'] &= -g \dot{\varphi} \cos \varphi \\ k^2 (\ddot{\varphi}' + \ddot{\chi}') &= \frac{a}{m} e \sin \chi \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Die von Stodola gefundene partikuläre Lösung dieser Gleichung ist gegeben durch

$$\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 - \frac{g}{2\omega^2} \sin \omega t = \frac{e}{1 - \beta^2} - \frac{g}{2\omega^2} \sin \omega t, \quad \varphi = \omega t, \quad \chi = \pi \quad (14)$$

dabei ist also

$$\dot{\varphi}' = \omega = \text{konst} = \frac{\omega_k}{2}, \quad \chi' = \chi'' = 0.$$

(Für eine hinsichtlich der Biegung nicht homogene Welle würde  $\omega$  wieder von deren Hauptsteifigkeiten abhängig werden.) Die Bahnkurve von  $S$  ( $\varphi, \chi$ ) ist eine Pascal'sche Schnecke, deren besondere Gestalt von der Grösse von  $\omega_k$  abhängt. Dabei ist übrigens

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_k} = \frac{1}{2},$$

$$\dot{\varphi}_0 = \frac{e}{1 - \beta^2} = \frac{4e}{3}.$$

Der Punkt  $W$  beschreibt ebenfalls eine Pascal'sche Schnecke (man vergleiche mit Abbildung 2 die von Stodola in „S. B. Z.“, Bd. LXX, S. 229, mitgeteilten, empirisch aufgenommenen Kurven).

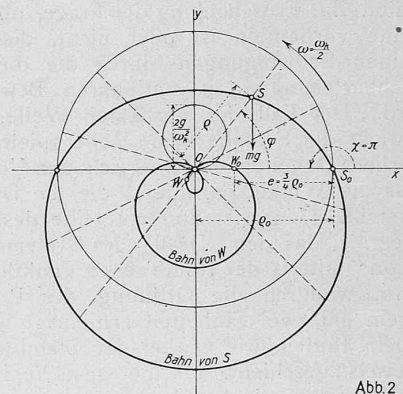
Um die Stabilität dieser Bewegung zu prüfen, hätten wir in (13) für  $\dot{\varphi}, \varphi, \chi$  einzusetzen:

$$\dot{\varphi} = \frac{4e}{3} - \frac{2g}{\omega_k^2} \sin \frac{\omega_k}{2} t + \sigma, \quad \varphi = \omega t + \Phi, \quad \chi = \pi + \varepsilon$$

und  $\sigma, \Phi$  und  $\varepsilon$  als kleine Grössen zu betrachten, deren Quadrate und Produkte wieder zu unterdrücken sind. Dadurch liefern die Gleichungen (13) drei lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung, deren Koeffizienten jedoch nicht mehr konstant, sondern periodische Funktionen der Zeit sind. Die „charakteristischen Exponenten“ dieses Systems müssen für Stabilität der periodischen Lösung rein imaginär ausfallen, was durch eine besondere Untersuchung entschieden werden muss.<sup>2)</sup>

Das „kritische Gebiet zweiter Art“ bedeutet also zum Unterschiede gegen die eigentliche „kritische Geschwindigkeit“ lediglich eine periodische Bewegungsform, die sich

<sup>2)</sup> Vgl. etwa Enzyklopädie der math. Wissenschaften, VI. Bd. 2, Art. 12, E. T. Whittaker, Nr. 7, S. 533/4 (in Fussnote (55) S. 533 fehlt  $\omega$  hinter der Klammer) und die einschlägigen Untersuchungen von Poincaré.





für den Wert  $\omega = \frac{\omega_k}{2}$  einstellt, und die sich, wenn sie instabil wäre (was keineswegs sichergestellt ist), beim Durchgange durch diesen Wert während des Anlaufens der Welle bemerkbar machen müsste. Im übrigen wird durch diese Lösung der Vorgang des „Anlaufens“ natürlich keineswegs beherrscht, da die diesbezügliche Lösung der Gleichung (13) nicht bekannt ist. Eine Mitteilung über diese Fragen gedenke ich binnen kurzem folgen zu lassen.

## Theater- und Saalbau für Winterthur.

Projekt-Vorschlag von Rittmeyer & Furrer, Arch., Winterthur.

(Schluss von Seite 19.)

### Bau-Programm.<sup>1)</sup>

#### 1. Saalbau mit Restaurations- und Gesellschaftsräumen.

**Grosser Saal** mit Galerien, 1800 bis 2000 Sitzplätze (1880), mit freiem, nicht durch Säulen gehemmtem Blick auf das Podium, mit Orgel (Pfeifen nicht sichtbar), Podium für normal 250 Sänger und 100 Musiker. Er dient für grosse Volksversammlungen, Konzerte (populäre Konzerte, grosse Aufführungen klassischer Werke), Vorträge, Fest- und Tanzanlässe, Bankette, Ausstellungen (Turnus), turnerische Aufführungen u. a. m. Gute Beleuchtung durch Fenster an allen Stellen des Saales erforderlich. Zweckmässige Verbindung mit Anrichte und Küche. Stuhl-magazin etwa 150 m<sup>2</sup> zur Aufbewahrung von Stühlen und Tischen.

**Grosser Uebungs-saal**, auch für andere Zwecke, z. B. Vorträge, Kammermusik dienend, von den übrigen Gesellschaftsräumen der ganzen Baugruppe akustisch möglichst getrennt, mit eigenem Eingang und guter Verbindung mit Hauptvestibule, für etwa 400 Sänger (320 Sitzplätze), ein bis zwei Solistenzimmern, eigenen Aborten und Garderoben.

**Nebenräume zum grossen Saal:** Stimmzimmer etwa 70 m<sup>2</sup> (60); Aufenthaltsraum für Sänger etwa 70 m<sup>2</sup> (2 × 42). Zwei Solistenzimmer je etwa 20 bis 25 m<sup>2</sup> (20). Drei bis vier Räume für Vereins-zwecke (Archiv, Bibliothek, Sitzungszimmer für verschiedene Vereine, im ganzen etwa 100 m<sup>2</sup>).

Diese Nebenräume sind mit dem Podium in gute Verbindung zu bringen und mit eigenen Toiletten und Garderoben zu versehen. Es ist Bedacht zu nehmen darauf, dass sie zum Teil zur Aufstellung von Fernchören u. dergl. sollen benutzt werden können.

**Hauptvestibule** in geräumigen Dimensionen mit guter Garderobeanlage. Eingänge von mindestens zwei Seiten mit Vorhallen, Windfängen, Kassen, Toiletten, Haupt- und Tageskasse zugleich als Bureau verwendbar. Geradläufige, bequeme Treppen.

**Foyer**, auch verwendbar für kleinere Privatfesten (kleine Konzerte, Vorträge, Hochzeiten), für etwa 250 Personen (140 m<sup>2</sup>) mit bequem hinführenden Treppen und nahegelegenen Toiletten. Gute Verbindung mit dem Café-Restaurant.

**Saalbau-Restaurant** etwa 300 m<sup>2</sup> (320), mit anschliessendem Konzertsaal (für Bierkonzerte) (430 m<sup>2</sup>), vom Tagesrestaurant abschliessbar, aber in direkter, guter Verbindung mit diesem und der Gartenwirtschaft. — **Café- und Weinrestaurant** etwa 300 m<sup>2</sup> (320). Beide Wirtschaftslokale sollen in guter Verbindung stehen mit den Vorräumen des Saalbaues und des Theaters und mit genügenden Toiletten versehen sein. — **Zwei bis drei Sitzungs- und Sprechzimmer** (140 m<sup>2</sup>) zur freien Verfügung des Saalbauwirtes.

**Zwei Wohnungen** mit je fünf Zimmern und den nötigen Nebenräumen. Vier bis fünf Zimmer für das männliche und ebenso viele

für das weibliche Personal, mit getrennten Zugängen und eigenen Aborten. Waschküche und Bügelzimmer. — **Zwei Hauswartwohnungen** mit je drei Zimmern, Küche und den nötigen Nebenräumen.

**Küche** für die Saalbau-Restaurants und die Biergartenwirtschaft, Koch- und Café-Küche, Speisevorratsräume, Spülküche, Kühlräume, Kellerräume für Getränke, Obst, Gemüse, Requisiten. Kleiner Aufenthaltsraum und Aborte für Personal. — **Anrichte** in guter Verbindung direkt oder mit Aufzug mit den Saalbau-Restaurants, dem grossen Saal und der Gartenwirtschaft. Ein bis zwei Räume für Verteilung der Heizstränge (Sammelheizung im Primarschulhaus) und Installationszentrale (Staubsauger u. dgl.).

**Eine Estrade** zur Aufstellung einer Musik oder eines Sängorchers für Freikonzerte im Stadtgarten wäre erwünscht.

#### 2. Theaterbau.

**Theater-Raum** mit etwa 700 Sitzplätzen (750) künstlich beleuchtet, für Theateraufführungen, Kinovorstellungen, Variétévorstellungen, Vorträge, Kammermusik- und ähnliche Konzerte, Kongresse usw. Alle Plätze sollen guten, ungehinderten Blick auf Bühne und Bildfläche ermöglichen. Eventuell können einige bevorzugte Plätze als Logenplätze vorgesehen werden (5 Logen, etwa 30 Plätze). Vorhalle, Windfänge, Kassenräume, Vestibule, Garderoben, Toiletten in genügenden Dimensionen. — **Foyer** etwa 140 m<sup>2</sup> (135). Gute Verbindung der Theatervorräume mit jenen der Saalbau-Restaurants. — **Orchester**, versenkt, für 30 bis 40 Musiker, mit eigenem Zugang und Stimmzimmer von 30 m<sup>2</sup>.

**Bühne** etwa 200 m<sup>2</sup> Grundfläche (260), Bühnenöffnung etwa 7,00 m (8,00) breit und 7,00 m (7,50) hoch, so angeordnet, dass neben der Bühnenöffnung auf einer oder beiden Seiten noch ein Raum von 7,00 m zur Aufstellung der Kulissenwagen bleibt. Anschliessend **Kulissenmagazin** für Kulissen und Versatzstücke. — Drei Herren- und drei Damengarderoben mit je sechs Plätzen. Je ein Zimmer für männliche und weibliche Statisten. Ein Uebungszimmer etwa 25 bis 30 m<sup>2</sup> (26). Bibliothek und Bureau zwei bis drei Räume (65). Raum für Requisiten und Räume für Garderoben und Möbeldepots (total etwa 270 m<sup>2</sup>), Aufzüge von der Bühnenhöhe aus. Je ein Zimmer für den Coiffeur und die Coiffeuse; Werkstätte für Reparaturen; Aufenthaltsraum für das technische Personal. Die nötigen Toiletten.

#### 3. Gartenwirtschaft mit Sommertheater.

Ein Teil des Baugeländes ist als Gartenwirtschaft mit Baumbestand zu reservieren und mit dem Saalbau-Restaurant und der Theaterbühne in gute Beziehung zu setzen, sodass diese für Theater und Sommertheater benützt werden kann. Gartenfläche für das Sommertheater etwa 750 m<sup>2</sup>. Garten zum Restaurant 375 m<sup>2</sup>. Toiletten zur Gartenwirtschaft.

#### Allgemeines.

Die Disposition der Räume ist so zu treffen, dass in allen Gebäuden eine leichte Orientierung möglich ist. Die Anlage und Gestaltung der Räume für Musik-, Theater- und Redezwecke sollen eine gute Akustik sichern. Die Ausführungsart im Innern und Aeussern soll in edler Einfachheit erfolgen. Sie soll aber alle Grundlagen schaffen für eine spätere künstlerische Bereicherung durch die Mittel der bildenden Kunst.

Der gesamte Baukomplex ist so zu disponieren, dass seine Ausführung in Etappen erfolgen kann. In einer ersten Bauetappe würde der Saalbau erstellt, in einer zweiten die Restaurations-Räumlichkeiten, unter Umständen beides zusammen in der ersten

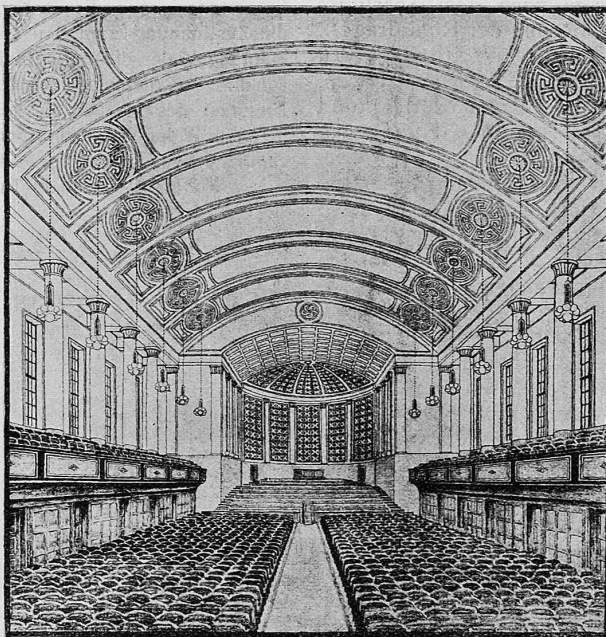


Abb. 14. Konzertsaal gegen das Podium.

<sup>1)</sup> Die eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf das vorliegende Projekt.