Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 79/80 (1922)
Heft: 21

Inhaltsverzeichnis

Band 79. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. ~~20~~** 21

Beiträge zur Berechnung von Eisenbeton-Querschnitten auf einheitlicher tabellarischer Grundlage.[1])

Von Ing. *P. Pasternak,* Privatdozent an der E. T. H., Zürich.

I. Die Berechnung des doppelt bewehrten Querschnitts.

Aus den angenäherten Untersuchungen Rossins[2]), M. Mayers[3]), ebenso aus den neuesten graphischen und tabellarischen Tafeln Mörschs[4]) und Saligers[5]) für einige besondere Fälle zulässiger Betondruckspannungen weiss man, dass die kleinste Doppelbewehrung eines rechteckigen Querschnittes bei Biegung mit Axialdruck gewöhnlich erhalten wird bei einer mehr oder weniger starken Ermässigung der zulässigen Eisenzugspannung.

Eine praktisch brauchbare, von der Wahl der zulässigen Betondruckspannung unabhängige, allgemeine Methode zur Bestimmung der günstigsten Eisenzugspannung ist bis jetzt nicht gegeben worden. Eine solche Methode ist besonders für schweizerische Verhältnisse notwendig, da nach den Vorschriften der S. B. B. vom 26. November 1915 die zulässigen Betondruckspannungen von der Zweckbestimmung des Baues und bei Gewölben von den Spannweiten abhängen, also ziemlich grossen Schwankungen unterworfen sind.

Die hier gezeigten Nomogramme (Abbildungen 2, 3, 5 und 6 auf den folgenden Seiten), gestatten für die Schweiz und die übrigen Länder die unmittelbare Entnahme des günstigsten Randspannungsverhältnisses $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ und der zugehörigen prozentualen Zug und Druckbewehrungen. Sie haben sich aus folgender Untersuchung ergeben:

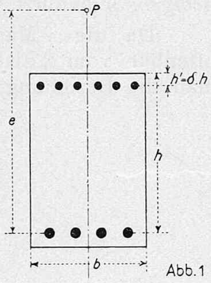

Abb. 1

Eine Druckkraft P, die ausserhalb des Kerndrittels in der Symmetrieaxe eines rechteckigen (oder auch andern) Eisenbetonquerschnittes angreift, darf in ihrer Wirkung ersetzt werden durch das Biegemoment $M = Pe$ (siehe Abbildung 1) und durch die im Schwerpunkt der Zugeisen entlastend wirkende Druckkraft P. In der Tat, schreibt man die zulässigen Randspannungen σ_e und σ_b vor, oder, was schon genügt, allgemeiner das Randspannungsverhältnis $\gamma = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$, so liegt auch die neutrale Axe durch die einfache Beziehung

$$\xi = \frac{n}{n + \gamma}, \qquad (1)$$

worin $\xi = \frac{x}{h}$ x und $n = \frac{E \text{ Eisen-Zug}}{E \text{ Beton-Druck}}$, fest. Man darf also bei der Dimensionierung die einzelnen Belastungsfälle einander überlagern, „superponieren".

Führt man die weitern Bezeichnungen ein

$$m = \frac{M}{\sigma_b \, bh^2}, \; p = \frac{P}{\sigma_b \, bh}, \; \delta = \frac{h'}{h},$$

$\mu = \frac{50 \, \xi}{\gamma}$ (prozentuale, einseitige, zum gewählten γ zugehörige Zugarmierung), und $K_1 = \frac{\xi}{2}\left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$, so können auf Grund des Superpositionsgesetzes für die prozentualen Zug- und Druckbewehrungen μ_z und μ_d unmittelbar die Ausdrücke angeschrieben werden

$$\left.\begin{aligned} \mu_z &= \mu + \frac{100 \, (m - k)}{(1 - \delta) \, \gamma} - \frac{100 \, p}{\gamma} \\ \mu_d &= \frac{100}{n' \, (1 - \delta)} \, \frac{\xi}{\xi - \delta} \, (m - K_1) \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

n' ist das „Gewicht" der Druckbewehrung

$$n' = \frac{E_e \text{ Druck}}{E_b}$$

Mit Berücksichtigung von (1) können die Formeln (2) sowohl als rationale Funktionen von γ als auch ξ allein ausgedrückt werden. Zur Bestimmung der kleinsten Bewehrungsumme ist die zweite Auffassung bequemer.

$(f + f')$ oder auch $(\mu + \mu')$ wird ein Minimum für ein ξ, das der Bedingungsgleichung

$$\frac{d \mu_z}{d \xi} + \frac{d \mu_d}{d \xi} = 0 \text{ genügt.}$$

Offenbar kommt nur ein Minimum in Frage, da mit $\xi = 0$, also bei völligem Verzicht auf die Mitwirkung des Betons, die grösste Bewehrungsumme erhalten wird.

Nach einigen einfachen Umformungen liefert die Differentialquotientensumme der Gleichungen (2) die Bedingungsgleichung 5. Grades in ξ:

$$\begin{aligned} &(1 - \delta) \, (\zeta - \delta)^2 \, p - \left[(\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \delta \, (1 - \xi)^2\right] m + \\ &+ \frac{\xi}{2}\left[\left(1 - \frac{2}{3} \xi\right) \xi - (2 - \xi) \, \delta\right]\left[\frac{n}{n'} (1 - \xi)^2 - (\xi - \delta)^2\right] = 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

die also in algebraisch geschlossener Form als Funktion gegebener m, p, δ und $\frac{n}{n'}$ *nicht* aufgelöst werden kann, insbesondere nicht bei Annahme der schweizerischen Eisenbeton-Verordnungen mit $\frac{n}{n'} = \frac{20}{10} = 2$.

Bemerkenswert ist die Reduktion der Extremalbedingung auf eine Gleichung 4. Grades bei $\frac{n}{n'} = 1$, also für alle übrigen Länder. Man erhält in diesem wichtigen Fall

$$\begin{aligned} &(\xi - \delta)^2 p - (\xi^2 - \delta) \, m + \frac{\xi}{2}\left[\left(1 - \frac{2}{3} \xi\right) \xi - (2 - \xi) \, \delta\right] \times \\ &\times [1 + \delta - 2 \, \xi] = 0 \end{aligned} \qquad (3a)$$

und eine geschlossene Darstellung von ξ wäre möglich als

$$\xi = f(m, p, \delta).$$

Für die Bedürfnisse der Praxis ist aber in *beiden* Fällen folgende *graphische* Lösung weitaus einfacher und bequemer.

Es seien u und v die laufenden Koordinaten eines Punktes in einem beliebigen schief- oder rechtwinkligen Axensystem. Wählt man

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{(1 - \delta) \, (\xi - \delta)^2}{(\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \delta \, (1 - \xi)^2} = f_1 \, (\xi, \delta) \\ v &= \frac{\xi}{2}\left[\left(1 - \frac{2}{3} \xi\right) \xi - (2 - \xi) \, \delta\right] \frac{\left(\frac{n}{n'} \, (1 - \xi)^2 - (\xi - \delta)^2\right)}{\left((\xi - \delta)^2 - \frac{n}{n'} \, \delta \, (1 - \xi)^2\right)} \\ &= f_2 \, (\xi, \delta) \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

wobei für $\frac{n}{n'} = 1$ die entsprechenden Vereinfachungen eintreten, so können nun die Extremalbedingungen (3) und (3a) auf die einfache Form gebracht werden

$$\frac{u}{\left(\frac{m}{p}\right)} + \frac{v}{m} - 1 = 0, \qquad (5)$$

[1]) Manuskript eingegangen Anfang Oktober 1921.

[2]) «Ableitung von Formeln zur direkten Dimensionierung der Eisen-Einlagen in exzentrisch belasteten Eisenbetonquerschnitten» in «Armierter Beton», Juni 1911.

[3]) «Die Wirtschaftlichkeit als Konstruktionsprinzip im Eisenbetonbau». Berlin 1913, Verlag Julius Springer.

[4]) «Der Eisenbetonbau», I. Band, 1. Hälfte, S. 412 bis 415, Stuttgart 1920, Verlag Konrad Wittwer.

[5]) «Der Eisenbeton», S. 267, Stuttgart 1920, Verlag Alfr. Kröner.