

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 77/78 (1921)  
**Heft:** 16

**Artikel:** Seitensteifigkeit offener massiver Bogenbrücken  
**Autor:** Ostenfeld, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-37246>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Seitensteifigkeit offener massiver Bogenbrücken. — Wohnhaus „Am Waldrain“. — Versuche an der Kokskühlanlage im Gaswerk der Stadt Zürich in Schlieren. — Miscellanea: Der amerikanische Strassenbahn-Sicherheitswagen. Elektrizitätsversorgung der Stadt Zürich. Simplon-Tunnel II. Eidgenössische Technische Hochschule. Schweizer Mustermesse. Eine belgische Grosstation für drahtlose Tele-

graphie. Schweizer Landestopographie. — Konkurrenzen: Lehr- und Wohngebäude der landwirtschaftlichen Schule Cernier. Spital und Medizin-Schule in Cairo. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Bernischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Stellenvermittlung.

Tafeln 13 bis 16: Das Wohnhaus „Am Waldrain“.

Band 77.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 16.

## Seitensteifigkeit offener massiver Bogenbrücken.

Von Prof. A. Ostenfeld, Kopenhagen.

(Schluss von Seite 165.)

### III. Ausknickung eines durch Halbrahmen gestützten Eisenbetonbogens.

Die Steifigkeit der Brückenbahn, die also hier mittels steifer (oder schlaffer) Hängestäbe zu den Bögen aufgehängt ist, setzen wir in der Seitenrichtung als unendlich gross voraus. Zur Vereinfachung der Rechnung denken wir uns dagegen den Abstand der Hängestäbe und Halbrahmen unendlich klein, nehmen somit eine kontinuierliche Verteilung sowohl der senkrechten Belastung  $p_l$ , wie des gegen die Ausbiegung der Bögen wirkenden wagerechten Widerstandes der Halbrahmen an.

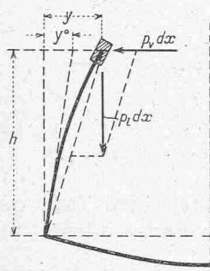


Abb. 3.

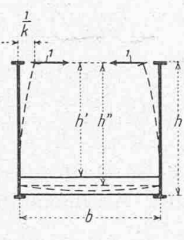


Abb. 4.

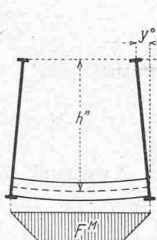


Abb. 5.

Wenn der Bogen im Punkte  $(x, z)$  eine wagerechte Ausbiegung  $y$  angenommen hat, nehmen die Hängestäbe eine Schrägstellung ein, sodass der Bogen ausser der lotrechten Belastung  $p_l$  von einer wagerechten Belastung  $p_v = p_l \cdot \frac{y}{h}$  (Abbildung 3), senkrecht zur Bogenebene, beansprucht wird. Mit schlaffen Hängestäben hat man nur diese wagerechte Belastung; werden dagegen die Hängestäbe steif ausgeführt und mit den Querträgern zu Halbrahmen steif verbunden, dann tritt ausserdem ein wagerechter Widerstand  $k(y - y^0)$  gegen die Ausbiegung auf (siehe Abbildung 3), sodass im ganzen:

$$p_v = p_l \cdot \frac{y}{h} + k(y - y^0) \quad (16)$$

gesetzt werden muss. Hier bedeutet  $k$  den Rahmensteifigkeits-Koeffizienten pro Längeneinheit und hat bekanntlich mit den Bezeichnungen in Abbildung 4 und mit konstantem Trägheitsmoment  $I_v$  der Hängestäbe und  $I_t$  des Querträgers, den Wert

$$k = \frac{1}{\lambda \left( \frac{h'^3}{3EI_v} + \frac{h''^2 b}{2EI_t} \right)}, \quad (17)$$

wo  $\lambda$  den Abstand der Halbrahmen bezeichnet. Endlich bedeutet  $y^0$  die Ausbiegung, die der Halbrahmen oben zufolge der Belastung des Querträgers annehmen würde, falls dieser frei (ohne Zusammenhang mit den Bögen) wäre (Abbildung 3 und 5), also:

$$y^0 = \frac{h'' F^M}{2EI_t}, \quad (18)$$

wo  $F^M$  den Inhalt der einfachen Momentenfläche des Querträgers bezeichnet. — Bei Herleitung von (17) ist die Verbindung zwischen Bogen und Hängestab als ein reibungsloses Gelenk vorausgesetzt, während bei Eisenbeton-Konstruktionen hier immer eine Einspannung vorliegen wird. Eine Berücksichtigung dieses Umstandes, der meistens die Rahmensteifigkeit bedeutend vergrössern und somit zu-

gunsten der Stabilität wirken wird, würde indessen die Untersuchung ausserordentlich erschweren.

Der Einfachheit halber rechnen wir die drei Grössen  $h$ ,  $h'$  und  $h''$  in (16) bis (18) gleich gross, und indem wir wie oben eine parabolische Bogenform annehmen, setzen wir:

$$h = h' = h'' = f \left( 1 - \left( \frac{x}{l} \right)^2 \right) = f(1 - \xi^2), \quad (19)$$

$$\text{wo } \xi = \frac{x}{l}.$$

Die Grundlagen (10) bis (12) behalten wir unverändert bei, und auch die Annahme (9) über die Form der Ausbiegungslinie ist zuerst festgehalten worden. Indessen zeigte sich durch eine zum Schlusse vorgenommene Nachprüfung, dass diese Form wohl in der Hauptsache richtig war, dass aber doch die berechneten Ausbiegungen durchgehend etwas grösser als nach (9) waren. Statt (7) ist daher im folgenden die Durchbiegungslinie eines beiderseits eingespannten und gleichförmig belasteten Balkens gesetzt worden, somit:

$$y = f_1(1 - \xi^2)^2; \quad (20)$$

der Unterschied zwischen den Kurvenformen (9) und (20) geht aus folgender Zusammenstellung hervor:

$\xi = 0,$	$0,2,$	$0,4,$	$0,5,$	$0,6$	$0,8$	$1,0$
$y_9 = 1,$	$0,9045,$	$0,6545,$	$0,5000,$	$0,3460,$	$0,0955,$	$0,$
$y_{20} = 1,$	$0,9216,$	$0,7056,$	$0,5625,$	$0,4096,$	$0,1296,$	$0,$

Indem wir wie unter II eine symmetrische Belastung und Deformation voraussetzen, sind auch hier  $X_b = X_d = X_f = 0$ , sodass es sich wieder nur um die Berechnung von  $X_a$ ,  $X_c$  und  $X_e$  handelt. Die Zusammenstellung (7) behält unveränderte Gültigkeit, und mit deren Hilfe berechnen sich die Koeffizienten der Ueberzähligen genau wie früher, nur mit dem neuen Ausdruck (20) für  $y$ . Für diese Grössen begnügen wir uns daher unten damit, die Ergebnisse anzugeben. Dagegen ist die Berechnung der Belastungsglieder hier bedeutend umständlicher, weil die Belastungen  $p_l$  und  $p_v$  jetzt Momente  $M_0''$  und  $M_0'$  hervorrufen.

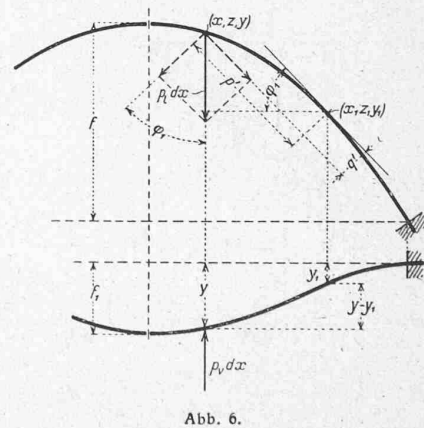


Abb. 6.

Mit den Bezeichnungen in Abbildung 6 werden diese Momente im willkürlichen Punkte  $(x_1, z_1, y_1)$ :

$$\left. \begin{aligned} M_0'' &= - \int_0^{x_1} p_l \sin \varphi_1 (y - y_1) dx - \int_0^{x_1} p_v dx \cdot p', \\ M_0' &= + \int_0^{x_1} p_l \cos \varphi_1 (y - y_1) dx + \int_0^{x_1} p_v dx \cdot q', \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} p' &= -(x - x_1) \cos \varphi_1 - (z - z_1) \sin \varphi_1, \\ q' &= +(x - x_1) \sin \varphi_1 - (z - z_1) \cos \varphi_1. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Hierin sollen die Werte von  $p_v$ ,  $k$ ,  $y^0$  und  $h$  nach den Gleichungen (16) bis (19) eingeführt werden. Indem nach diesen Gleichungen:

$$p_l \cdot \frac{y}{h} = p_l \cdot \frac{f_1 (1 - \xi^2)^2}{f (1 - \xi^2)} = p_l \frac{f_1}{f} (1 - \xi^2) = r \cdot (1 - \xi^2),$$

$$ky = \frac{f_1 (1 - \xi^2)^2}{\lambda \frac{f^3}{3 E I_v} ((1 - \xi^2)^3 + \varepsilon (1 - \xi^2)^2)} = s \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon - \xi^2},$$

$$ky^0 = \frac{F^M}{2 E I_v} \cdot \frac{f (1 - \xi^2)}{\lambda \frac{f^3}{3 E I_v} ((1 - \xi^2)^3 + \varepsilon (1 - \xi^2)^2)} = t \cdot \frac{1}{(1 - \xi^2) (1 + \varepsilon - \xi^2)}$$

wo der Kürze halber gesetzt wurde:

$$\varepsilon = \frac{3}{2} \frac{b}{f} \frac{I_v}{I_s}, \quad r = p_l \cdot \frac{f_1}{f}, \quad s = \frac{3 E I_v}{f^3 h} f_1, \quad t = \varepsilon \frac{F^M}{f b h} \quad (23)$$

kann (21) geschrieben werden:

$$\begin{aligned} M_0'' &= -p_l \sin \varphi_1 \cdot f_1 \cdot \frac{1}{2} l \int_0^{\xi_1} ((1 - \xi^2)^2 - (1 - \xi_1^2)^2) d\xi \\ &+ \frac{1}{4} l^2 \cos \varphi_1 \int_0^{\xi_1} (\xi - \xi_1) (r (1 - \xi^2) + \\ &\quad + \frac{s}{1 + \varepsilon - \xi^2} - \frac{t}{(1 - \xi^2) (1 + \varepsilon - \xi^2)}) d\xi \\ &+ \frac{1}{2} l f \sin \varphi_1 \int_0^{\xi_1} (\xi_1^2 - \xi^2) (r (1 - \xi^2) + \\ &\quad + \frac{s}{1 + \varepsilon - \xi^2} - \frac{t}{(1 - \xi^2) (1 + \varepsilon - \xi^2)}) d\xi, \end{aligned}$$

und indem hier das erste Glied mit jenem Teil des letzten Integrals, der den Faktor  $r$  enthält, zusammengezogen werden kann, lassen sich endlich  $M_0''$  und  $M_0^d$  schreiben:

$$\begin{aligned} M_0'' &= \frac{1}{4} l^2 \cos \varphi_1 \cdot A + \frac{1}{2} f l \sin \varphi_1 \cdot B, \\ M_0^d &= \frac{1}{4} l^2 \sin \varphi_1 \cdot A - \frac{1}{2} f l \cos \varphi_1 \cdot B, \end{aligned} \quad (24)$$

wo  $A = r A_r + s A_s - t A_t$ ,  $B = r B_r + s B_s - t B_t$ , (25)

$$\begin{aligned} A_r &= \int_0^{\xi_1} (\xi - \xi_1) (1 - \xi^2) d\xi = -\frac{1}{2} \xi_1^2 (1 - \frac{1}{6} \xi_1^2), \\ A_s &= \int_0^{\xi_1} \frac{\xi - \xi_1}{1 + \varepsilon - \xi^2} d\xi = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon - \xi_1^2} - \frac{\xi_1}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \ln \frac{\sqrt{1 + \varepsilon} + \xi_1}{\sqrt{1 + \varepsilon} - \xi_1} \right], \\ A_t &= \int_0^{\xi_1} \frac{\xi - \xi_1}{(1 - \xi^2) (1 + \varepsilon - \xi^2)} d\xi = \frac{1}{2 \varepsilon} \left[ \ln \frac{1 + \varepsilon - \xi_1^2}{(1 + \varepsilon) (1 - \xi_1^2)} - \right. \\ &\quad \left. - \xi_1 \left( \ln \frac{1 + \xi_1}{1 - \xi_1} - \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \ln \frac{\sqrt{1 + \varepsilon} + \xi_1}{\sqrt{1 + \varepsilon} - \xi_1} \right) \right], \\ B_r &= -\int_0^{\xi_1} ((1 - \xi^2)^2 - (1 - \xi_1^2)^2) d\xi + \\ &+ \int_0^{\xi_1} (\xi_1^2 - \xi^2) (1 - \xi^2) d\xi = -\frac{2}{3} \xi_1^3 (1 - \frac{1}{5} \xi_1^2), \\ B_s &= \int_0^{\xi_1} \frac{\xi_1^2 - \xi^2}{1 + \varepsilon - \xi^2} d\xi = \xi_1 - \frac{1 + \varepsilon - \xi_1^2}{2 \sqrt{1 + \varepsilon}} \ln \frac{\sqrt{1 + \varepsilon} + \xi_1}{\sqrt{1 + \varepsilon} - \xi_1}, \\ B_t &= \int_0^{\xi_1} \frac{\xi_1^2 - \xi^2}{(1 - \xi^2) (1 + \varepsilon - \xi^2)} d\xi = \\ &= \frac{1 - \xi_1^2}{2 \varepsilon} \ln \frac{1 + \xi_1}{1 - \xi_1} + \frac{1 + \varepsilon - \xi_1^2}{2 \varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon}} \ln \frac{\sqrt{1 + \varepsilon} + \xi_1}{\sqrt{1 + \varepsilon} - \xi_1}; \end{aligned} \quad (25a)$$

Die sechs Grössen  $A_r, A_s, \dots, B_t$  sind reine Zahlenwerte.

Mit diesen Ausdrücken, worin  $\varphi_1$  und  $\xi_1$  jetzt dem laufenden Bogenpunkt zugeordnet sind und daher im folgenden durch  $\varphi$  und  $\xi$  ersetzt werden, erhält man für die Belastungsglieder der Elastizitätsgleichungen für  $X_c$  und  $X_s$ :

$$\begin{aligned} \int \frac{M_0 M_c}{EI} ds &= \int \frac{M_0^z ds}{EI_1} + \int \frac{M_0^y \cos \varphi}{EI_2} ds + \int \frac{M_0^d y \sin \varphi}{GI_p} ds \\ &= C X_c^0 + \frac{1}{4} l^2 \int \frac{A y \cos^2 \varphi}{EI_2} ds + \frac{1}{2} l f \int \frac{B y \sin \varphi \cos \varphi}{EI_2} ds + \\ &+ \frac{1}{4} l^2 \int \frac{A y \sin^2 \varphi}{GI_p} ds - \frac{1}{2} l f \int \frac{B y \sin \varphi \cos \varphi}{GI_p} ds; \end{aligned}$$

das erste Glied  $C X_c^0$  ist in der gleichen Form geschrieben wie oben in Abschnitt II. Mit  $E I_2 = G I_p$  heben sich die beiden  $B$ -Glieder auf, und da die Grössen  $A$  für einen symmetrischen Bogen in zwei symmetrisch gelegenen Punkten gleichen Wert und Vorzeichen haben (die Grössen  $B$  dagegen diesen Wert mit entgegengesetztem Vorzeichen),

kann in den übrig bleibenden Gliedern  $\int_{-\frac{1}{2}l}^{+\frac{1}{2}l}$  durch  $2 \int_0^{\frac{1}{2}l}$  ersetzt werden. So vereinfacht sich der Ausdruck zu:

$$\int \frac{M_0 M_c}{EI} ds = C X_c^0 + \frac{l^2}{2 E I_2} \int_0^{\frac{1}{2}l} A y dx = C X_c^0 + \frac{f_1 l^3}{4 E I_2^c} \int_0^1 A (1 - \xi^2)^2 d\xi,$$

und auf die nämliche Weise wird erhalten:

$$\int \frac{M_0 M_s}{EI} ds = - \int \frac{M_0'' \cos \varphi}{EI_2} ds - \int \frac{M_0^d \sin \varphi}{GI_p} ds = - \frac{l^3}{4 E I_2^c} \int_0^1 A d\xi.$$

Mit den abkürzenden Bezeichnungen:

$$\int_0^1 A d\xi = \alpha, \quad \int_0^1 A (1 - \xi^2)^2 d\xi = \alpha''$$

lauten jetzt die Elastizitätsgleichungen für  $X_c$  und  $X_s$ :

$$\begin{aligned} C \left( 1 + \frac{32 f_1^2 I_1^c}{7 f^2 I_2^c} \right) X_c - \frac{8 f_1 l}{15 E I_2^c} X_s &= C X_c^0 + \frac{f_1 l^3}{4 E I_2^c} \cdot \alpha'', \\ \frac{l}{E I_2^c} X_c - \frac{8 f_1 l}{15 E I_2^c} X_s &= - \frac{l^3}{4 E I_2^c} \cdot \alpha, \end{aligned}$$

hieraus folgt:  $X_s = \frac{8}{15} f_1 X_c - \frac{1}{4} l^2 \cdot \alpha$ ,

$$X_c = \gamma X_c^0 + \frac{45 f_1 l^2 I_1^c}{4 f^2 I_2^c} \cdot \gamma \left( \frac{1}{4} \alpha'' - \frac{2}{15} \alpha \right).$$

Im Ausdruck für  $X_c$  ist doch das letzte Glied (mit dem Faktor  $f_1$ ) für kleine Ausbiegungen verschwindend, und

weiter ist  $\gamma = \frac{1}{1 + \frac{48 f_1^2 I_1^c}{35 f^2 I_2^c}}$  so wenig von 1 verschieden,

dass wir davon absehen und somit schliesslich setzen können

$$X_c = X_c^0, \quad X_s = \frac{8}{15} f_1 X_c^0 - \frac{1}{4} l^2 \cdot \alpha \quad (26)$$

Indem die Beanspruchungen der verschiedenen Bogen-Querschnitte jetzt bekannt sind, können wir dazu übergehen, die Ausbiegungen  $y$  und speziell jene ( $f_1$ ) im Scheitel zu berechnen. Durch eine einfache Anwendung der Arbeitsgleichung finden wir die Ausbiegung  $y'$  eines beliebigen Punktes ( $x', z'$ ):

$$y' = \int \frac{M_1'' M''}{EI_2} ds + \int \frac{M_1^d M^d}{GI_p} ds,$$

wo  $M_1''$  und  $M_1^d$  einer Kraft 1, die im Punkte ( $x', z'$ ) senkrecht zur Bogenebene auf das Hauptsystem einwirkt, entsprechen. Im Punkte ( $x, z$ ) hat man (Abb. 7)

$$M_1'' = +p' = (x - x') \cos \varphi - (z' - z) \sin \varphi,$$

$$M_1^d = -q' = (x - x') \sin \varphi + (z' - z) \cos \varphi,$$

und mittels (24), sowie der Zusammenstellung (7):

$$M'' = \frac{1}{4} l^2 \cos \varphi \cdot A + \frac{1}{2} f l \sin \varphi \cdot B - y \cos \varphi \cdot X_c + \cos \varphi X_s,$$

$$M^d = \frac{1}{4} l^2 \sin \varphi \cdot A - \frac{1}{2} f l \cos \varphi \cdot B - y \sin \varphi \cdot X_c + \sin \varphi X_s,$$

wo  $X_c$  und  $X_s$  nach (26) durch  $X_c^0$  ausgedrückt werden können. Nach Einführung dieser Werte erhält man nach einigen Zwischenrechnungen (indem  $E I_2 = G I_p$ ):

$$\begin{aligned} y' &= \frac{l^2}{4 E I_2^c} \int_{x'}^{\frac{1}{2}l} (x - x') A dx + \frac{f l}{2 E I_2^c} \int_{x'}^{\frac{1}{2}l} (z - z') B dx + \\ &+ \frac{1}{E I_2^c} \int_{x'}^{\frac{1}{2}l} (x - x') (-X_c y + X_s) dx = \\ &= \frac{l^4}{16 E I_2^c} \left[ \int_{\xi'}^1 A \xi d\xi - \xi' \int_{\xi'}^1 A d\xi - \frac{1}{2} (1 - \xi')^2 \int_0^1 A d\xi - \right. \\ &\quad \left. - \frac{4 f^2}{l^2} \left( \int_{\xi'}^1 B \xi^2 d\xi - \xi'^2 \int_{\xi'}^1 B d\xi \right) \right] + \\ &\quad + \frac{f_1 l^2}{120 E I_2^c} X_c^0 (1 - \xi'^2)^2 (3 - \xi'^2), \end{aligned} \quad (27)$$



und für die Ausbiegung im Scheitel erhält man, mit  $\xi' = 0$ :

$$f_1 = \frac{l^4}{16EI_2} \left[ \int_0^1 A\xi d\xi - \frac{1}{2} \int_0^1 A d\xi - \frac{4f^2}{l^2} \int_0^1 B\xi^2 d\xi \right] + \frac{f_1 l^2}{40EI_2} X_c^0, \quad (28)$$

wobei man sich erinnert, dass jede der Grössen  $A$  und  $B$  (nach (25)) drei Glieder mit den konstanten Faktoren  $r$ ,  $s$  und  $t$  enthält. Mit den Abkürzungen:

$$\alpha_r = \int_0^1 A_r d\xi, \quad \alpha_s = \int_0^1 A_s d\xi, \quad \dots \quad \alpha_r' = \int_0^1 A_r \xi d\xi, \quad \dots, \\ \beta_r' = \int_0^1 B_r \xi^2 d\xi, \quad \dots \quad \beta_t' = \int_0^1 B_t \xi^2 d\xi,$$

lässt sich (28) schreiben:

$$f_1 = \frac{l^4}{16EI_2} \left[ r \left( \alpha_r' - \frac{1}{2} \alpha_r - \frac{4f^2}{l^2} \beta_r' \right) + s \left( \alpha_s' - \frac{1}{2} \alpha_s - \frac{4f^2}{l^2} \beta_s' \right) - t \left( \alpha_t' - \frac{1}{2} \alpha_t - \frac{4f^2}{l^2} \beta_t' \right) \right] + \frac{f_1 l^2}{40EI_2} X_c^0. \quad (28a)$$

Hier sollen  $r$ ,  $s$ ,  $t$  nach (23) eingeführt werden, und gleichzeitig kann das im Ausdruck für  $r$  eingehende  $p_l$  durch  $\frac{8f}{l^2} X_c^0$  ersetzt, also  $r = \frac{8f}{l^2} X_c^0$  gesetzt werden. Wenn es sich um die Untersuchung der Knickgefahr handelt, wird gewöhnlich nur von irgend einer Totalbelastung, für die der Horizontalschub durch  $X_c^0 = \frac{p_l l^2}{8f}$  gegeben ist, die Rede sein, und durch diese Umschreibung wird eine mehr geschlossene Endformel erreicht.

Wird noch die Gleichung nach  $f_1$  geordnet, so folgt:

$$f_1 \left[ \frac{40EI_2}{l^2} - X_c^0 \left( 1 + 20 \left( \alpha_r' - \frac{1}{2} \alpha_r - \frac{4f^2}{l^2} \beta_r' \right) \right) + 30 \beta_s' \frac{EI_v}{f l} \left( 1 - \frac{l^2}{f^2} \cdot \frac{\alpha_s' - \frac{1}{2} \alpha_s}{4 \beta_s'} \right) \right] = 10 \beta_t' \varepsilon \frac{f}{\lambda} \frac{F^M}{b} \left( 1 - \frac{l^2}{f^2} \cdot \frac{\alpha_t' - \frac{1}{2} \alpha_t}{4 \beta_t'} \right). \quad (29)$$

Jetzt bleibt nur übrig, die Zahlenwerte  $\alpha$ ,  $\alpha'$  und  $\beta'$  zu berechnen. Von diesen sind  $\alpha_r$ ,  $\alpha_r'$  und  $\beta_r'$  von  $\varepsilon$  unabhängig und können somit ein für allemal ausgerechnet werden, wogegen die Grössen mit den Indices  $s$  und  $t$  vom  $\varepsilon$  abhängen, das durch (23) gegeben ist und zwischen 0 und 0,5 als äusserste Grenzen angenommen werden kann. Durch Ausführung der Integrationen in (25a) kommt man zu:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_r' - \frac{1}{2} \alpha_r &= -\frac{1}{9} + \frac{3}{40} = -\frac{13}{360}, \quad \beta_r' = -\frac{1}{36}; \\ \alpha_s' - \frac{1}{2} \alpha_s &= -\frac{1}{12} (2 + \nu), \quad \beta_s' = \frac{1}{15} (3,5 - \varepsilon + \mu), \\ \alpha_t' - \frac{1}{2} \alpha_t &= +\frac{1}{12\varepsilon} (2 \ln 2 + \nu), \quad \beta_t' = \frac{1}{15\varepsilon} (\varepsilon - 2 \ln 2 - \mu), \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\text{wo} \quad \mu = (1 + \varepsilon)^2 \ln \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} - \frac{1 + \frac{5}{2}\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \ln \frac{\sqrt{1 + \varepsilon} + 1}{\sqrt{1 + \varepsilon} - 1},$$

$$\nu = (1 + \varepsilon) \ln \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} - \frac{1 + \frac{3}{2}\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \ln \frac{\sqrt{1 + \varepsilon} + 1}{\sqrt{1 + \varepsilon} - 1},$$

und hiernach ist die folgende Tabelle berechnet worden:

	$\frac{\alpha_s' - \frac{1}{2} \alpha_s}{4 \beta_s'}$	$30 \beta_s'$	$\frac{\alpha_t' - \frac{1}{2} \alpha_t}{4 \beta_t'}$	$10 \beta_t'$
für $\varepsilon = 0,5$ . . . . .	-0,0923	2,52	-0,0885	1,14
» » = 0,4 . . . . .	-0,0922	2,73	-0,0882	1,25
» » = 0,3 . . . . .	-0,0918	2,99	-0,0879	1,37
» » = 0,2 . . . . .	-0,0917	3,30	-0,0872	1,54
» » = 0,1 . . . . .	-0,0913	3,70	-0,0866	1,77
» » = 0,0 . . . . .	-0,0907	4,23		2,08

Hieraus geht hervor, dass man genau genug die beiden Verhältnisse

$$\frac{\alpha_s' - \frac{1}{2} \alpha_s}{4 \beta_s'} \quad \text{und} \quad \frac{\alpha_t' - \frac{1}{2} \alpha_t}{4 \beta_t'}$$

unveränderlich, gleich 0,092 und 0,088, rechnen kann, und die Gleichung (29) kann daher für den praktischen Gebrauch geschrieben werden:

$$f_1 \left[ \frac{40EI_2}{l^2} - \frac{5}{18} X_c^0 \left( 1 + 8 \frac{f^2}{l^2} \right) + 30 \beta_s' \left( 1 + 0,092 \frac{l^2}{f^2} \right) \frac{EI_v}{f l} \right] = 10 \beta_t' \varepsilon \frac{f}{\lambda} \left( 1 + 0,088 \frac{l^2}{f^2} \right) \frac{F^M}{b}, \quad (31)$$

deren Werte von  $30 \beta_s'$  und  $10 \beta_t'$  in untenstehender Tabelle enthalten sind.

Der Wert von  $X_c^0$  (dem Horizontalschub des ebenen Bogens), für den eine Ausknickung zu befürchten ist, ergibt sich durch Nullsetzung des Koeffizienten zu  $f_1$  in Gleichung (31), somit zu:

$$X_{c(\text{krit.})}^0 = \left( \frac{40EI_2}{l^2} + 30 \beta_s' \left( 1 + 0,092 \frac{l^2}{f^2} \right) \frac{EI_v}{f l} \right) \cdot \frac{1}{\frac{5}{18} \left( 1 + 8 \frac{f^2}{l^2} \right)}; \quad (32)$$

der Sicherheitsgrad gegen Ausknickung ist also gleich dem Verhältnisse zwischen diesem  $X_{c(\text{krit.})}^0$  und dem tatsächlichen

Horizontalschub. Das Glied  $\frac{40EI_2}{l^2}$  ist das nämliche wie

im Abschnitt II, Gleichung (15), gefunden  $\left( \frac{4\pi^2 EI_2}{l^2} \right)$ , für

den Ausnahmefall, dass die lotrechte Belastung eine Ausknickung weder fördert, noch ihr entgegenwirkt, und wo auch kein wagerechter Widerstand (von Halbrahmen oder dergl. verursacht) gegen die Ausknickung auftritt. Das zweite Glied in der Klammer (mit dem Faktor  $I_v$ ) gibt den Steifigkeitszuwachs an, der von dem Biegungswiderstand der Halbrahmen herrührt, während der Faktor  $\frac{1}{\frac{5}{18} \left( 1 + 8 \frac{f^2}{l^2} \right)}$

die Wirkung der Schrägstellung der Hängestäbe zum Ausdruck bringt.

Mit schlaffen Hängestäben ist  $I_v = 0$ , und die Knickbedingung wird dann:

$$X_c^0 = \frac{40EI_2}{\frac{5}{18} l^2 \left( 1 + 8 \frac{f^2}{l^2} \right)}. \quad (32a)$$

Die durch (32) gegebene theoretische Knickkraft, die gewissermassen mit dem Eulerschen Grenzwert für gerade (und kurze) Säulen zu vergleichen ist, und von der man daher jedenfalls eine sehr reichliche Sicherheit verlangen muss, wird indessen sehr oft keine praktische Bedeutung erhalten, indem die Ausbiegung  $f_1$  meistens schon früher eine Beanspruchung bis zur Bruchgrenze des Materials verursachen wird. Um diese Möglichkeit zu untersuchen, muss man in (31), falls eine Sicherheit  $n$  gegen Bruch erwünscht wird,  $nX_c^0$  und  $nF^M$  statt  $X_c^0$  und  $F^M$  einführen und mit dem sich hieraus ergebenden  $f_1$  die Beanspruchungen berechnen. Hierzu hat man im Punkt  $(x', z')$ :

$$M'' = M_0'' + \left( \frac{8}{15} f_1 - y' \right) X_c^0 \cos \varphi - \frac{1}{4} l^2 a \cos \varphi, \quad (33)$$

$$M^t = M_0^t + \left( \frac{8}{15} f_1 - y' \right) X_c^0 \sin \varphi - \frac{1}{4} l^2 a \sin \varphi,$$

wo  $M_0''$  und  $M_0^t$  durch (24),  $y'$  annäherungsweise durch (20) gegeben sind,  $a = ra_r + sa_s - ta_t$  durch die umstehende Tabelle und die Grössen  $A$  und  $B$  durch (25a), in welcher letztern Ausdrücken  $\xi$  durch  $\xi'$  ersetzt werden soll. Gewöhnlich wird man sich wohl mit der Untersuchung des Scheitel- und Kämpferquerschnitts begnügen können; im Scheitel ist  $M_0'' = 0$  und  $M_0^t = 0$ , die Werte von  $A$  und  $B$  am Kämpfer sind in der Tabelle auf der folgenden Seite aufgeführt.

Zum Schluss sollen noch einige Ergebnisse einer zahlenmässigen Nachprüfung der angenommenen Form der Ausbiegungslinie mitgeteilt werden. Um eine solche Nachprüfung ausführen zu können, müssen nach (27) die Aus-

Biegungen  $y'$  in einer Reihe von Punkten gerechnet und mit den nach (20) angenommenen verglichen werden. Da die  $y'$  von den Grössen  $A, B, X_c, r, s, t$  usw. abhängen, d. h. von den Einzelabmessungen und Belastung der Brücke, ist die Durchführung der Rechnung nur für bestimmte Beispiele möglich. Es muss daher hier genügen, die folgenden Ergebnisse, die für eine gewisse Brücke gefunden wurden, aufzuführen; die Zahlen  $y'$  geben die nach (27) gerechneten (bis auf den Faktor  $\frac{l^4}{16EI_c}$ ), die Zahlen  $y_{20}$

die entsprechenden Werte nach (20), indem die Scheitel-Ordinaten in beiden Fällen einander gleich gesetzt wurden:

$\xi = 0 \quad 0,2 \quad 0,4 \quad 0,5 \quad 0,6 \quad 0,8 \quad 1,0$   
 $y' = 0,234 \quad 0,223 \quad 0,180 \quad 0,151 \quad 0,119 \quad 0,019 \quad 0$   
 $y_{20} = 0,234 \quad 0,216 \quad 0,165 \quad 0,132 \quad 0,096 \quad 0,030 \quad 0$   
 Mit (9) als angenommene Ausbiegungslinie ist die Uebereinstimmung etwas weniger gut, wie aus folgender Zusammenstellung hervorgeht:

$y' = 0,234 \quad 0,220 \quad 0,181 \quad 0,156 \quad 0,125 \quad 0,067 \quad 0$   
 $y_{20} = 0,234 \quad 0,212 \quad 0,153 \quad 0,117 \quad 0,081 \quad 0,022 \quad 0$

Nichtsdestoweniger geben (9) und (20) praktisch gesprochen die gleichen Zahlenwerte in den Schlussgleichungen (31) und (32); es zeigt sich auch hier, wie bei geraden Säulen, dass die angenommene Form der Ausbiegungslinie keine grosse Bedeutung ausübt und dass daher die gefundenen Schlussformeln (31) bis (32) als für die Praxis genügend genau angesehen werden können.

Für  $A$  und  $B$  am Kämpfer berechnete Werte.

	$\alpha_r$	$\alpha_s$	$\alpha_t$	$A_r$	$A_s$	$A_t$	$B_r$	$B_s$	$B_t$
$\varepsilon = 0,5$		— 0,121	— 0,145		— 0,387	— 0,613		0,532	0,963
$\varepsilon = 0,4$		— 0,130	— 0,158		— 0,421	— 0,681		0,581	1,047
$\varepsilon = 0,3$	$-\frac{3}{20}$	— 0,142	— 0,172	$-\frac{5}{12}$	— 0,462	— 0,770	$+\frac{8}{15}$	0,641	1,195
$\varepsilon = 0,2$		— 0,155	— 0,191		— 0,514	— 0,896		0,718	1,410
$\varepsilon = 0,1$		— 0,172	— 0,214		— 0,583	— 1,104		0,822	1,782
$\varepsilon = 0,01$		— 0,191	— 0,270		— 0,675	— 1,760		0,970	2,983

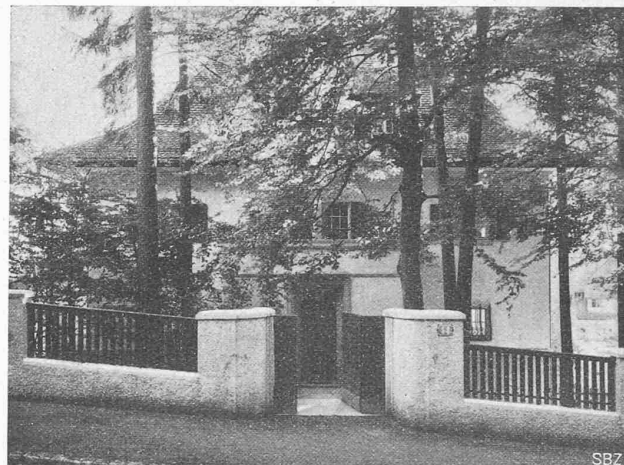


Abb. 6. Zugang zum Wohnhaus „Am Waldrain“ in Zürich, von der Kurhausstrasse her.

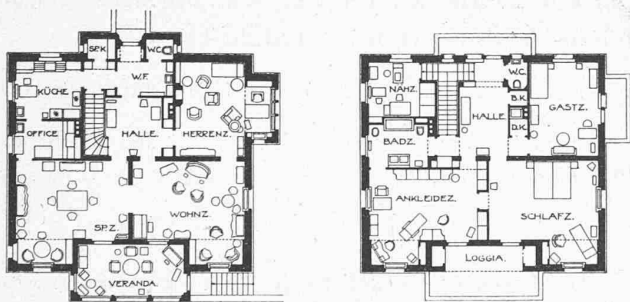


Abb. 2 und 3. Grundrisse 1 : 400.

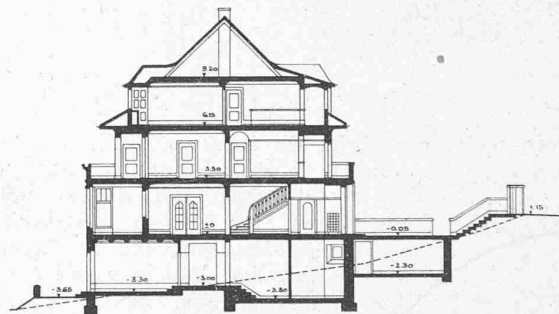


Abb. 4. Schnitt, 1 : 400.

## Wohnhaus „Am Waldrain“.

Arch. Kuhn & Kessler, Zürich.  
 (Mit Tafeln 13 bis 16.)

Am sonnigen Südrand des Dolder-Waldes, an der Bergseite noch von dessen Buchen und Föhren berührt, haben die Architekten dieses behagliche Wohnhaus für ein kinderloses Ehepaar erbaut. Dabei wirkten einerseits die Bindungen an ein bestimmtes und detailliertes Bauprogramm dem freien architektonischen Gestalten entgegen, anderseits aber genossen die Architekten in der intensiven und bis in Einzelheiten gehenden Mitwirkung der architekturkundigen Bauherrschaft eine anregende und wohlthuende Anteilnahme am Werden des Ganzen; es lag hier der leider seltene Idealfall eines beide Teile restlos befriedigenden Verhältnisses zwischen Bauherr und Architekt vor. Zu den anregenden Bindungen kommt wohl noch hinzu, was bei Beurteilung der Grundrisse auch zu beachten ist, dass der aus dem zürcherischen Landvogtei-Städtchen Eglisau stammende Bauherr über zahlreiche, zum Teil vortreffliche alte Möbel und Bilder verfügte, denen das neue Haus



Abbildung 5.  
Südfassade.

gewissermassen den geeigneten Rahmen zu schaffen hatte.

Als Beispiel hierfür sei auf das Speisezimmer (Tafel 15) verwiesen, das in der Hauptsache auf das alte Zürcher Buffet in prachtvollem Nussbaum-Wurzelmaser orientiert ist, das Tafel 16 zeigt. Im gleichen Holz sind die (neue) Kredenz, sowie Türen und

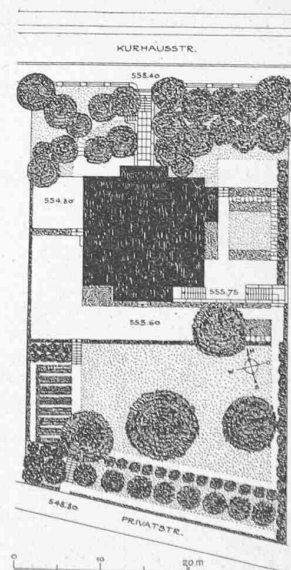


Abb. 1. Lageplan des Hauses Kurhausstrasse 44. — 1 : 800.