

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 77/78 (1921)
Heft: 11

Artikel: Ueber graphische Behandlung von Wasserschlossproblemen
Autor: Braun, E.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-37232>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber graphische Behandlung von Wasserschlossproblemen. — Unterirdische Brücke zur Ueberführung von Rohrleitungen über einen Eisenbahntunnel. — Ideen-Wettbewerb für einen Bebauungsplan der Stadt Aarberg. — Soldatendenkmal in Langnau im Emmental. — Der Segelflug der Vögel und die Möglichkeit einer künstlichen Nachahmung. — Miscellanea: Auspuffuntersuchungen an Automobilen. Chemisch-physikalischer Kurs für Gasingenieure an der E. T. H. Vermessung der Welt mittels draht-

loser Telegraphie. Normalien des Vereins Schweizerischer Maschinenindustrieller. Vom Panamakanal. Aufzuganlage mit Fernsteuerung. — Konkurrenzen: Bebauungsplan für die Stadt Lille. Gussbetonhäuser. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Bernischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Maschineningenieur-Gruppe Zürich der G. E. P. Stellenvermittlung.

Band 77.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 11.

Ueber graphische Behandlung von Wasserschlossproblemen.

Von Dr. E. Braun, Darmstadt.

Der Behandlung der für die Praxis sehr wichtigen Wasserschloss-Probleme sind in der „Schweiz. Bauzeitung“ mehrfach Abhandlungen gewidmet worden. Die grundlegende und umfassende Arbeit von Prof. Dr. F. Prášil¹⁾ bedient sich im wesentlichen analytischer Methoden. Bei der analytischen Behandlung macht aber das den tatsächlichen Verhältnissen sehr nahe kommende quadratische Widerstandsgesetz für die Reibungsverluste in Druckstollen, abgesehen von Sonderfällen²⁾, Schwierigkeiten. Sofern man nicht ein lineares Widerstandsgesetz als Näherung verwenden will, das namentlich hinsichtlich der Dämpfung der Schwingungen völlig befriedigende Ergebnisse nicht geben kann, ist man auf die umständliche Rechnung mit kleinen Differenzen³⁾ angewiesen. Dem Ingenieur liegt bei dieser Sachlage die graphische Behandlung einschlägiger Aufgaben nahe. Der Versuch einer solchen graphischen Lösung wird im folgenden gegeben.

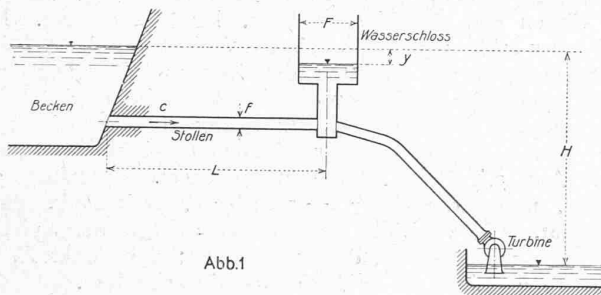


Abb. 1

Die Sachlage zeigt Abbildung 1. Für die beschleunigte Bewegung im Stollen gilt mit den Bezeichnungen dieser Figur:

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = y - h_w \quad (1)$$

Darin ist g die Beschleunigung der Schwere, h_w der gesamte Druckhöhenverlust bei der Bewegung des Wassers vom Becken, dessen Spiegel als unveränderlich angenommen wird, bis ins Wasserschloss. Meist kann genügend genau gesetzt werden: $h_w = Rc^2$, wobei aber zu beachten ist, dass bei der Umkehr der Geschwindigkeitsrichtung im Stollen sich auch das Vorzeichen von Rc^2 ändert, also zu setzen ist:

$$h_w = \pm Rc^2 \text{ je nachdem } c > 0 \text{ ist.}$$

Die von der Turbinenanlage verbrauchte Wassermenge sei Q_a . Dann erfordert die Kontinuität:

$$F \frac{dy}{dt} = Q_a - fc \quad (2)$$

Zu den beiden Grundgleichungen (1) und (2) tritt weiter noch das Gesetz, nach dem sich Q_a ändert. In den meisten Fällen ist Q_a eine Funktion der Zeit t oder der Spiegelsenkung y oder auch beider Grössen t und y . In andern Fällen besteht zwischen Q_a und t, y, c eine mehr oder weniger einfache Differentialgleichung.

Die analytische Verfolgung der bei Aenderung eines Beharrungszustandes auftretenden Schwingungsvorgänge ist meist nicht einfach, vielfach sogar, wenn man sich nicht mit verhältnismässig rohen Näherungen begnügen will,

äusserst verwickelt. Bei dieser Sachlage ist es für den Ingenieur wichtig, eine einfache graphische Methode zu besitzen, die hinreichend genau ist und rascher und übersichtlicher zum Ziele führt, als die umständliche und mühsame Rechnung mit kleinen Differenzen.

Zum Zwecke graphischer Lösung wollen wir die Grundgleichungen so umformen, dass die Veränderlichen reine Zahlen werden und die Konstanten der Anlage sich in wenigen Parametern zusammenfassen lassen. Wir legen zugrunde einen Beharrungszustand, der entweder der Ausgangspunkt des Vorganges ist, oder über den als Grundbewegung die zu untersuchenden Schwingungsvorgänge sich lagern.

Für diesen Beharrungszustand seien die Werte $c = c_0; y = y_0 = h_{w0} = Rc_0^2$.

Bei plötzlichem Stau der der Geschwindigkeit c_0 entsprechenden Wassermenge $Q_0 = fc_0$ entsteht im Wasserschloss eine Spiegelerhebung h_0 , die bei Vernachlässigung der Druckhöhenverluste im Stollen sich bekanntlich ergibt zu

$$h_0 = \sqrt{\frac{L}{gF}} c_0 \quad (1)$$

Die Schwingungsperiode des reibungslos gedachten Systems Stollen-Wasserschloss ist

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{LF}{gf}} = \frac{2\pi}{n} \quad (1)$$

worin n die zur Periode T_p gehörige Kreisfrequenz ist.

Nun führen wir ein:

$$z = \frac{y}{h_0}; \quad v = \frac{c}{c_0}; \quad v_a = \frac{Q_a}{Q_0}; \quad \varepsilon = \frac{h_{w0}}{h_0} = \frac{Rc_0^2}{h_0}$$

Damit erhalten wir aus den Grundgleichungen (1) und (2) sehr einfach:

$$\frac{dv}{dt} = n(z \mp \varepsilon v^2) \text{ je nachdem } c > 0 \quad (3)$$

$$\frac{dz}{dt} = n(v_a - v) \quad (4)$$

Zu diesen beiden Gleichungen tritt noch die Beziehung für v_a , die wir vorläufig annehmen wollen:

$$v_a = f(t, z) \quad (5)$$

Aus den Gleichungen (3) und (4) erhalten wir zunächst durch Elimination der Zeit

$$\frac{dv}{dz} = \frac{z \mp \varepsilon v^2}{v_a - v} \quad (6)$$

und weiter für die Zeit

$$ndt = \frac{dv}{z \mp \varepsilon v^2} = \frac{dz}{v_a - v} \quad (7)$$

woraus sich ergibt:

$$ndt = \frac{\sqrt{dz^2 + dv^2}}{\sqrt{(z \mp \varepsilon v^2)^2 + (v_a - v)^2}} \quad (7a)$$

Diese Gleichungen (6) und (7a) lassen sich nun einfach geometrisch deuten und für eine graphische Lösung verwenden.

Wir tragen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem z als senkrechte Abszisse, v als horizontale Ordinate auf; $\frac{h_w}{h_0}$ werde als Funktion von v ebenfalls aufgetragen. Meist genügt die Parabel εv^2 , es kann aber auch jedes andere Widerstandsgesetz zugrunde gelegt werden. P_1, P_2 seien zwei benachbarte Punkte der vz -Kurve, die den Vorgang darstellen soll. Ziehen wir (Abbildung 2) durch den Punkt S_1 der Widerstandslinie mit der Ordinate v_1 eine Parallele zur Ordinatenaxe und schneiden diese in N_1 mit der im Abstand v_{a1} von der Abszissenaxe gezogenen Parallelen mit dieser, so ist die Verbindungslinie P_1N_1 die Normale der vz -Kurve. Es ist nämlich:

¹⁾ Prášil, Wasserschlossprobleme, loc. cit.

¹⁾ F. Prášil: „Schweiz. Bauztg.“, Band LII, S. 271 u. ff. (Nov. und Dez. 1908).

²⁾ Ph. Forchheimer, Z. d. V. D. I. 1913 und Hydraulik 1914, S. 353.

³⁾ K. Pressel, „Schweiz. Bauztg.“, Bd. LIII, S. 57 (30. Jan. 1909).

$$\frac{dv}{dz} \Big|_1 = \frac{P_1 S_1}{S_1 N_1} = \frac{z_1 \pm \varepsilon v_1^2}{v_{a1} - v_1} \text{ nach Gl. (6)} \quad (8)$$

Weiter ist, wenn ds das Bogenelement $P_1 P_2$ der vz -Kurve ist und $d\psi$ den Winkel $P_1 N_1 P_2$ bezeichnet, nach Gl. (7a)

$$dt = \frac{ds}{n \cdot P_1 N_1} = \frac{d\psi}{n} \quad (9)$$

Für einen Punkt P_1 der vz -Kurve mit den Koordinaten z, v ist also die Normale durch den weiteren Punkt N_1 mit den Koordinaten $\mp \varepsilon v^2, v_a$ bestimmt. Die Zeiteilung auf der vz -Kurve, die den zeitlichen Verlauf der Grössen z und v ergibt, ist weiter durch die sehr einfache Beziehung (9) gegeben. Man wird zweckmässig für praktische Anwendung das Zeitelement $\Delta t = \frac{\Delta\psi}{n}$ konstant lassen.

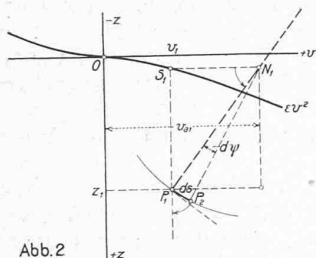


Abb. 2

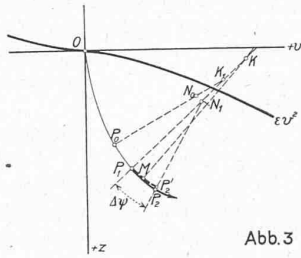


Abb. 3

Zur genauen Konstruktion der vz -Kurve braucht man noch den Krümmungshalbmesser für den Punkt v, z . Für diesen ergibt sich unter der Voraussetzung der Gleichung (5) zuerst:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{1 - (2\varepsilon v + \frac{av_a}{dz} - \frac{dv}{dz}) \frac{dv}{dz}}{v_a - v}$$

worin:

$$\frac{dv_a}{dz} = \frac{\partial v_a}{\partial z} + \frac{\partial v_a}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dz} = \frac{\partial v_a}{\partial z} + \frac{1}{n(v_a - v)} \cdot \frac{\partial v_a}{\partial t}$$

Damit nach Einsatz der Gleichung (6):

$$\varrho = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2}}{\frac{d^2 v}{dz^2}} = \frac{\sqrt{(z \mp \varepsilon v^2)^2 + (v_a - v)^2}}{(v_a - v)^2 + (z \mp \varepsilon v^2)^2 - (v_a - v)(z \mp \varepsilon v^2)(2\varepsilon v + \frac{dv_a}{dz})} \quad (10)$$

Man benötigt meist ϱ nur für den Anfangspunkt, Unstetigkeitsstellen usw. Für den Ausgang vom Beharrungs-

halbiert $P_1 P_2'$ in M und konstruiert nun mit den Werten für $M, z, v, t + \Delta t/2, v_a$ die Normale in M . Diese schneidet $P_1 N_1$ in K . Dann ist mit sehr grosser Genauigkeit K der Krümmungsmittelpunkt für das Bogenstück $P_1 P_2$, dessen Endpunkt durch $\Delta\psi$ bestimmt ist.

Da man auf solche Weise bei Festlegung der vz -Kurve gleichzeitig auch die Zeiteilung erhält, kann der zeitliche Verlauf der Grössen z und v unmittelbar der vz -Kurve entnommen werden.

Die Abbildungen 4 bis 8 erläutern das Verfahren an einigen einfachen Beispielen. Abbildung 4 stellt einen Vorgang plötzlichen totalen Abschlusses dar, unter Zugrundelegung eines quadratischen Widerstandsgesetzes mit $\varepsilon = 0,5$. Bis zum Punkte 5 sind die Normalen und

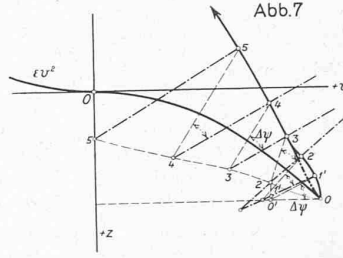


Abb. 7

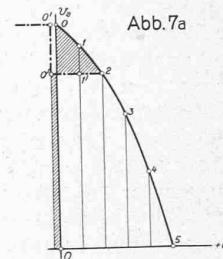


Abb. 7a

Winkel $\Delta\psi$ eingezeichnet. Schon mit sechs Bogenstücken erhält man den besonders interessierenden Scheitelwert mit einer Genauigkeit, die derjenigen der Rechnung, die sich für diesen Fall durchführen lässt, kaum nachsteht. Die Zeitdauer erhält man nebenbei. Bei Auftragung der Spiegelschwankungen als Funktion der Zeit und Vergleich mit einer Sinuslinie erhält man die charakteristischen durch das quadratische Widerstandsgesetz bedingten Abweichungen.

Einen etwas weniger einfachen Abschlussvorgang zeigt Abb. 5.¹⁾ Die Ausflussöffnung werde plötzlich geändert, und zwar von $v_a = 1$ auf v_{a0} , und bleibe dann konstant. Die v_a -Linie wird dabei infolge der Spiegelerhebung mit abnehmendem z wachsen; der Punkt B , in dem die v_a -Linie die Widerstandslinie schneidet, gibt den Punkt, der dem neuen Beharrungszustand entspricht. Nun ist weiter angenommen, dass bei $z = -z_1$ eine Ueberfallkante angebracht sei. Die der Ueberfallhöhe $-z \mp z_1$

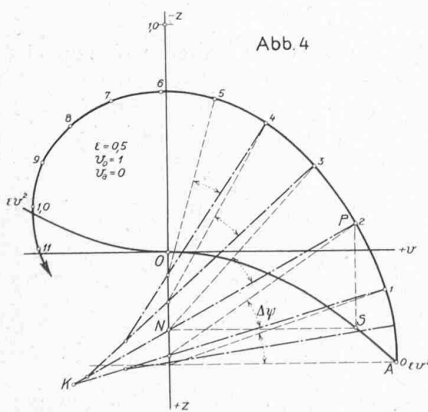


Abb. 4

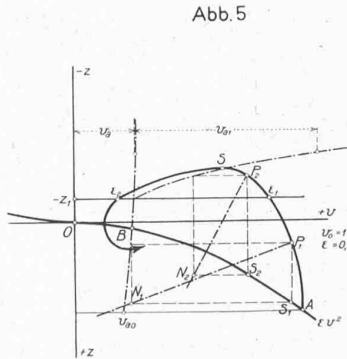


Abb. 5

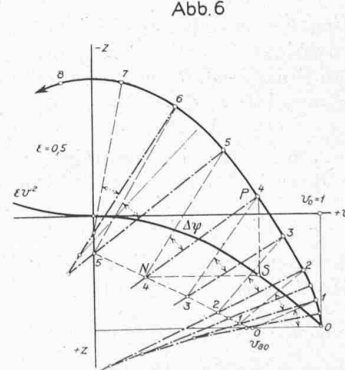


Abb. 6

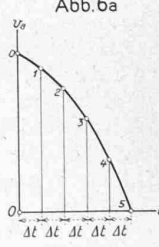


Abb. 6a

Zustand $z_0 = \varepsilon v_0^2$, der in sehr vielen Fällen vorliegt, wird $z_0 - \varepsilon v_0^2 = 0$ und damit:

$$\varrho_0 = v_{a0} - v_0 \quad (11)$$

also ein äusserst einfacher Wert. Für die weitere Konstruktion genügt es, bei der Unsicherheit der Grundlagen (Widerstandsgesetz, Wert von ε usw.) als Krümmungsmittelpunkt für das an P_1 anschliessende Bogenstück $P_1 P_2$ den Schnittpunkt K_1 der Normale $P_1 N_1$ mit der Normale des vorangehenden Punktes $P_0 N_0$ anzunehmen. Ist in Sonderfällen erhöhte Genauigkeit erforderlich, so verfährt man wie folgt. Man schlägt (Abbildung 3) aus K_1 einen Kreisbogen $P_1 P_2'$ für ein bestimmtes Zeitintervall $\Delta t = \frac{\Delta\psi}{n}$,

entsprechende Wassermenge liefert ein v_a^* , das zu dem v_a der Ausflussöffnung zutritt. In dem kleinen Masstab der Abbildung ist die Zeiteilung nicht eingetragen. Werden auf der Strecke SE_2 die Krümmungshalbmesser sehr gross, so kann man die Kreisbogen genügend genau durch Tangentenstücke ersetzen. Will man in einem solchen Fall besonders genau konstruieren, um beispielsweise die Ueberfallwassermenge genau zu ermitteln, so wird die später besprochene Ueberhöhung der Abszissen anzuwenden sein.

Abbildung 6 zeigt den Abschlussvorgang unter denselben Verhältnissen wie Abbildung 4, mit dem Unter-

¹⁾ In dieser Abbildung sind irrtümlich die Punkte E_1 und E_2 mit ε_1 und ε_2 und der Abstand v_a^* mit v_{a1} bezeichnet.

schiede, dass v_a zu Beginn des Vorgangs plötzlich auf v_{a0} und von da ab allmählich entsprechend dem Zeitdiagramm Abbildung 6a abnimmt.

Abbildung 7 zeigt den Fall, dass v_a von 1 an allmählich, dem Zeitdiagramm Abbildung 6a entsprechend, abnimmt. Hier entsteht zu Beginn der Konstruktion eine Schwierigkeit, insofern v_0 zu Null wird. Man hilft sich zweckmässig, indem man die v_a -Linie $o_1 2 3$ durch die flächengleiche Ersatzlinie $o' o' 1' 2 3$ ersetzt. Man kann nach Durchführung der Konstruktion für die Ersatzlinie nachträglich leicht und genügend genau die tatsächliche v_z -Kurve vom Punkte 3 an rückwärts zum Punkte o interpolieren. Wäre v_a zugleich von z abhängig, beispielsweise durch einen Faktor $\sqrt{1 - kz}$, so müsste für einen bestimmten Punkt das dem Zeitdiagramm zu entnehmende v_a mit diesem Faktor, für den z gegeben ist, multipliziert werden. Die Konstruktion bleibt im übrigen dieselbe.

Abbildung 8 zeigt endlich einen Fall, in dem nach einer vom Ruhezustand aus erfolgten plötzlichen Belastung auf konstante Leistung die hierfür von der Anlage verbrauchte Wassermenge mit wachsender Spiegelsenkung stark zunimmt. Die grösste Spiegelsenkung wird im Punkte T erreicht. Der Punkt B entspricht als Schnittpunkt der v_a -Linie mit der Widerstandslinie dem neuen Beharrungszustand. Die gestrichelte Kurve mit dem Scheitel T' entspräche dem Vorgang bei gleichbleibender Wassermenge.

Auch in solchen Fällen, in denen für v_a eine verwickeltere Beziehung vorliegt, als bisher angenommen, lässt sich häufig noch das graphische Verfahren leicht durchführen, wenn die analytische Lösung praktisch unmöglich wird. Bei einiger Uebung, die bei jeder graphischen Arbeit unerlässlich ist, dürfte daher das im Vorstehenden besprochene Verfahren der Rechnung in sehr vielen Fällen wesentlich überlegen sein, da es sehr übersichtlich und genau ist und überdies gestattet, alle Einzelheiten zu berücksichtigen.

In manchen Fällen wird man, um die Zeichnung genauer und bequemer zu gestalten, die Masstäbe für z und v verschieden wählen müssen. Die dadurch bedingten Aenderungen an den Gleichungen (6) und (7a) sind einfach. Wird zum Beispiel z in m -facher Vergrösserung aufgetragen, so erhält man mit: $u = mz$, $z = u/m$, statt Gleichung (6)

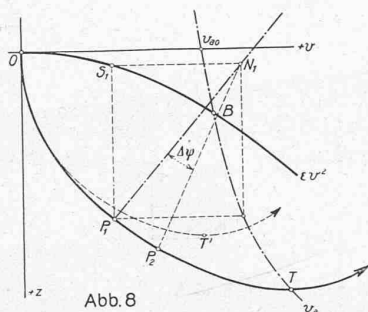
$$\frac{dv}{du} = \frac{u \pm mev^2}{m^2 (v_a - v)} \quad (12)$$

statt Gleichung (7a)

$$ndt = \frac{\sqrt{du^2 + dv^2}}{\sqrt{\frac{(u \pm mev^2)^2}{m^4} + (v_a - v)^2}} = d\psi' \quad (13)$$

Die Konstruktion bleibt nach den Gleichungen (12) und (13) fast genau so einfach wie für $m = 1$. Anstelle des Wertes $z \pm ev^2$ zur Bestimmung der Normale der v_z -Kurve tritt $\frac{u \pm mev^2}{m^2}$ für die vu -Kurve. Anstelle von $d\psi$ und ds der v_z -Kurve treten das entsprechende Bogen-Element ds' und der entsprechende Winkel $d\psi'$ der vu -Kurve.

Zum Schlusse sei die Warnung gestattet, den Winkel $\Delta\psi$ nicht zu klein zu wählen, wozu man anfangs neigt, um die Genauigkeit zu erhöhen. Es ist nur selten zweckmässig, $\Delta\psi$ kleiner als $\pi/12$ zu wählen.



Unterirdische Brücke zur Ueberführung von Rohrleitungen über einen Eisenbahntunnel.

Der anfangs der neunziger Jahre erstellte Tunnel der rechtsufrigen Zürichseebahn, der die Stationen Zürich-Letten und Zürich-Stadelhofen miteinander verbindet, und der den Heimplatz in geringer Tiefe unterfährt, wird beim Kunsthaus von mehreren Gas- und Wasserleitungen und einer Abwasserdohle unter einem Winkel von 67° gekreuzt (siehe Abb. 1 Grundriss). Die Lage des Tunnels in der Moräne und die Ueberlagerung von nur $6\frac{1}{2} m$ über Tunnelscheitel brachten es mit sich, dass die bergmännische Erstellung des Tunnels, die offenbar gewählt wurde, um den lebhaften Verkehr auf dem Heimplatz und auf den dort zusammentreffenden Strassen nicht zu stören, nicht ohne Einfluss auf die Umgebung des Tunnels bleiben konnte. Ausser den unter diesen Umständen unvermeidlichen Setzungen über der First entstanden, durch sie hervorgerufen, auch seitlich des Tunnels Lockerungen. Mehrfache Beobachtungen, die auf dem Heimplatz und in seiner Nähe gemacht wurden, und über die vielleicht in anderem Zusammenhang noch zu berichten sein wird, haben gezeigt, dass diese gelockerte Zone durch mit etwa 5:3 geneigte, das Tunnelfundament beidseitig berührende Ebenen abgegrenzt werden kann. Der Sicherheit halber wurden diese Neigungen im Entwurf mit 1:1 angenommen, wie aus dem Längsschnitt der Abb. 1 hervorgeht.

Die Erkenntnis dieser Verhältnisse ist nicht neu. Schon beim Bau des Kunsthauses (S. B. Z., Bd. LVII, S. 206), bei der Erstellung des Hauses von Muralt an der Rämistrasse (S. B. Z., Bd. LV, S. 277), des Hauses Spillmann an der Zollikerstrasse („Beton- und Eisenkonstruktionen“ 1911, Heft 1) und bei der im Jahre 1918 am Kreuzplatz erstellten Wartehalle wurde die Gründung so vorgenommen, dass eine Belastung des in der Einflusszone liegenden Erdreiches vermieden worden ist. Die seither an den städtischen Leitungen gemachten Beobachtungen und eingetretenen Senkungen haben gezeigt, dass solche Massnahmen nicht nur für Gebäude erforderlich sind.

Als im Jahre 1918 eine Senkung des Strassenbelages und der Tramgeleise vor dem Kunsthaus am Heimplatz verriet, dass sich die über dem Tunnel liegenden Leitungen

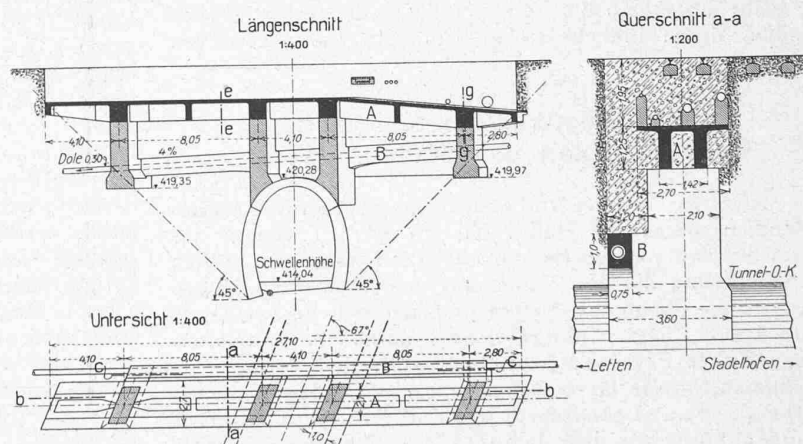


Abb. 1. Grundriss, Längs- und Querschnitt der Tunnel-Ueberbrückung.

gesenkt hatten, haben sich Bahn- und Stadtverwaltung nach längeren Verhandlungen und eingehenden Studien auf die Ausführung des in den beigegebenen Abbildungen dargestellten Entwurfes geeinigt, der nach den Angaben der Bahnverwaltung vom Ingenieurbureau J. Bolliger & Cie. in Zürich bearbeitet worden ist. Die unterirdische, eisenbewehrte Plattenbalkenbrücke A (in Abbildung 1) dient zur Ueberführung folgender Leitungen über den Tunnel: zwei Gasleitungen von 100 und 150 mm lichter Weite und zwei Wasserleitungen von 100 und 300 mm. Die tiefliegende Dole von 30 cm lichter Weite wurde durch einen besondern