Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 77/78 (1921)

Heft: 11

Inhaltsverzeichnis

Band 77. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 11.**

Ueber graphische Behandlung von Wasserschlossproblemen.

Von Dr. *E. Braun*, Darmstadt.

Der Behandlung der für die Praxis sehr wichtigen Wasserschloss-Probleme sind in der „Schweiz. Bauzeitung" mehrfach Abhandlungen gewidmet worden. Die grundlegende und umfassende Arbeit von Prof. Dr. F. Prášil[1]) bedient sich im wesentlichen analytischer Methoden. Bei der analytischen Behandlung macht aber das den tatsächlichen Verhältnissen sehr nahekommende quadratische Widerstandsgesetz für die Reibungsverluste in Druckstollen, abgesehen von Sonderfällen[2]), Schwierigkeiten. Sofern man nicht ein lineares Widerstandsgesetz als Näherung verwenden will, das namentlich hinsichtlich der Dämpfung der Schwingungen völlig befriedigende Ergebnisse nicht geben kann, ist man auf die umständliche Rechnung mit kleinen Differenzen[3]) angewiesen. Dem Ingenieur liegt bei dieser Sachlage die graphische Behandlung einschlägiger Aufgaben nahe. Der Versuch einer solchen graphischen Lösung wird im folgenden gegeben.

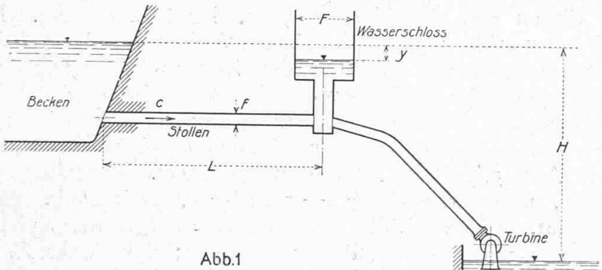

Abb. 1

Die Sachlage zeigt Abbildung 1. Für die beschleunigte Bewegung im Stollen gilt mit den Bezeichnungen dieser Figur:

$$\frac{L}{g}\frac{dc}{dt} = y - h_w \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Darin ist g die Beschleunigung der Schwere, h_w der gesamte Druckhöhenverlust bei der Bewegung des Wassers vom Becken, dessen Spiegel als unveränderlich angenommen wird, bis ins Wasserschloss. Meist kann genügend genau gesetzt werden: $h_w = Rc^2$, wobei aber zu beachten ist, dass bei der Umkehr der Geschwindigkeitsrichtung im Stollen sich auch das Vorzeichen von Rc^2 ändert, also zu setzen ist:

$$h_w = \pm Rc^2 \text{ je nachdem } c \gtrless 0 \text{ ist.}$$

Die von der Turbinenanlage verbrauchte Wassermenge sei Q_a. Dann erfordert die Kontinuität:

$$F\frac{dy}{dt} = Q_a - fc \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Zu den beiden Grundgleichungen (1) und (2) tritt weiter noch das Gesetz, nach dem sich Q_a ändert. In den meisten Fällen ist Q_a eine Funktion der Zeit t oder der Spiegelsenkung y oder auch beider Grössen t und y. In andern Fällen besteht zwischen Q_a und t, y, c eine mehr oder weniger einfache Differentialgleichung.

Die analytische Verfolgung der bei Aenderung eines Beharrungszustandes auftretenden Schwingungsvorgänge ist meist nicht einfach, vielfach sogar, wenn man sich nicht mit verhältnismässig rohen Näherungen begnügen will, äusserst verwickelt. Bei dieser Sachlage ist es für den Ingenieur wichtig, eine einfache graphische Methode zu besitzen, die hinreichend genau ist und rascher und übersichtlicher zum Ziele führt, als die umständliche und mühsame Rechnung mit kleinen Differenzen.

Zum Zwecke graphischer Lösung wollen wir die Grundgleichungen so umformen, dass die Veränderlichen reine Zahlen werden und die Konstanten der Anlage sich in wenigen Parametern zusammenfassen lassen. Wir legen zugrunde einen Beharrungszustand, der entweder der Ausgangspunkt des Vorganges ist, oder über den als Grundbewegung die zu untersuchenden Schwingungsvorgänge sich lagern.

Für diesen Beharrungszustand seien die Werte $c = c_0$; $y = y_0 = h_{w0} = Rc_0^2$.

Bei plötzlichem Stau der der Geschwindigkeit c_0 entsprechenden Wassermenge $Q_0 = fc_0$ entsteht im Wasserschloss eine Spiegelerhebung h_0, die bei Vernachlässigung der Druckhöhenverluste im Stollen sich bekanntlich ergibt zu

$$h_0 = \sqrt{\frac{Lf}{gF}}\, c_0 \, . \text{ [1])}$$

Die Schwingungsperiode des reibungslos gedachten Systems Stollen-Wasserschloss ist

$$T_p = 2\pi\sqrt{\frac{LF}{gf}} = \frac{2\pi}{n} \text{ [1])},$$

worin n die zur Periode T_p gehörige Kreisfrequenz ist.

Nun führen wir ein:

$$z = \frac{y}{h_0}; \quad v = \frac{c}{c_0}; \quad v_a = \frac{Q_a}{fc_0}; \quad \varepsilon = \frac{h_{w0}}{h_0} = \frac{Rc_0^2}{h_0}.$$

Damit erhalten wir aus den Grundgleichungen (1) und (2) sehr einfach:

$$\frac{dv}{dt} = n\,(z \mp \varepsilon v^2) \text{ je nachdem } c \gtrless 0 \quad . \; . \; . \quad (3)$$

$$\frac{dz}{dt} = n\,(v_a - v) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Zu diesen beiden Gleichungen tritt noch die Beziehung für v_a, die wir vorläufig annehmen wollen:

$$v_a = f(t, z) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Aus den Gleichungen (3) und (4) erhalten wir zunächst durch Elimination der Zeit

$$\frac{dv}{dz} = \frac{z \mp \varepsilon v^2}{v_a - v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

und weiter für die Zeit

$$n\,dt = \frac{dv}{z \mp \varepsilon v^2} = \frac{dz}{v_a - v} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

woraus sich ergibt:

$$n\,dt = \frac{\sqrt{dv^2 + dz^2}}{\sqrt{(z \mp \varepsilon v^2)^2 + (v_a - v)^2}} \quad . \; . \; . \quad (7a)$$

Diese Gleichungen (6) und (7a) lassen sich nun einfach geometrisch deuten und für eine graphische Lösung verwenden.

Wir tragen in einem rechtwinkligen Koordinaten-System z als senkrechte Abszisse, v als horizontale Ordinate auf; $\frac{h_w}{h_0}$ werde als Funktion von v ebenfalls aufgetragen. Meist genügt die Parabel εv^2, es kann aber auch jedes andere Widerstandsgesetz zugrunde gelegt werden. $P_1\,P_2$ seien zwei benachbarte Punkte der vz-Kurve, die den Vorgang darstellen soll. Ziehen wir (Abbildung 2) durch den Punkt S_1 der Widerstandslinie mit der Ordinate v_1 eine Parallele zur Ordinatenaxe und schneiden diese in N_1 mit der im Abstand v_{a1} von der Abszissenaxe gezogenen Parallelen mit dieser, so ist die Verbindungslinie $P_1 N_1$ die Normale der vz-Kurve. Es ist nämlich:

[1]) *F. Prášil:* «Schweiz. Bauztg.», Band LII, S. 271 u. ff. (Nov. und Dez. 1908).

[2]) *Ph. Forchheimer*, Z. d. V. D. I. 1913 und Hydraulik 1914, S. 353.

[3]) *K. Pressel*, «Schweiz. Bauztg.», Bd. LIII, S. 57 (30. Jan. 1909).

[1]) *Prášil*, Wasserschlossprobleme, loc. cit.