

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 73/74 (1919)
Heft: 20

Artikel: Die Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen
Autor: Laube, Ernst
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-35623>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 10.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Die Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen. — Die Geländedarstellung auf Karten. — Die Lutherkirche in Freiburg i. B. — Weitere Untersuchungen über Rostschutz. — Förderung des Ausbaus der schweizerischen Wasserkräfte. — Der schweizerische Standpunkt zur internationalen Binnenschiffahrt. — Die schweizerischen Eisenbahnen im Jahre 1918. — Miscellanea: Holzbauweise System Lendshut. Elektrifizierung der Schweizer Bundesbahnen. Temperaturrempfindliche Farb-

anstriche. Ausstellung „Sparsame Baustoffe“ in Berlin. Zum 400. Geburtstag Leonardo da Vinci. Unterirdische und oberirdische Wechselstrom-Höchstleistungskabel. Städtische Strassenbahn. — Nekrologie: E. de Stockalper. — Konkurrenz: Erweiterung der Kantonale Krankenanstalt in Aarau. Dekorativer Schmuck für den Museum-Neubau in St. Gallen. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehem. Studierender. Tafeln 20 und 21: Die Lutherkirche in Freiburg i. B.

Die Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen.¹⁾

Von Dipl.-Ing. Ernst Laube, Zurzach.

Im Folgenden soll ein einfaches Verfahren zur Aufzeichnung der Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen bei verschiedenen Spannweiten l_0 und l_1 gezeigt werden. Die in der Praxis in den meisten Fällen zulässigen Annahmen werden auch hier gemacht, nämlich: Trägheitsmoment J konstant; die Stützen liegen auf gleicher Höhe und die Momente über den Endauflagern seien Null. Bei diesen Voraussetzungen ergibt die Clapeyronsche Gleichung²⁾ für das Mittelstützenmoment M_1 den Wert:

$$M_1 = \frac{-1}{2(l_0 + l_1)} \left[\frac{\sum P_0 \cdot a_0 (l_0^2 - a_0^2)}{l_0} + \frac{\sum P_1 \cdot a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} \right]$$

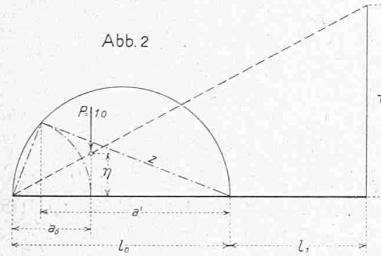
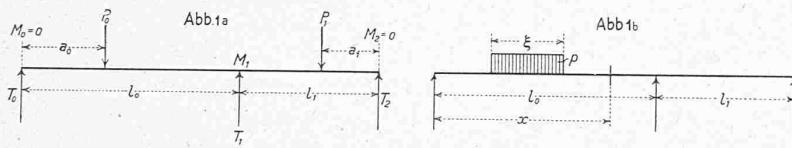
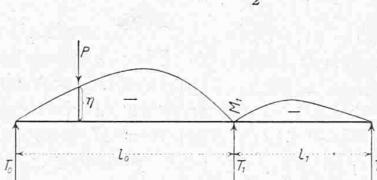


Abbildung 3 $M_1 = \frac{1}{2} \sum \eta \cdot P$.



Um zur Einflusslinien-Gleichung für das Stützenmoment M_1 zu kommen, werden die Werte P_0 bzw. P_1 durch eine wandernde Einzellast $P = 1$ ersetzt. Dadurch entstehen dann zwei Gleichungen, nämlich für $P = 1$ im Felde l_0

$$M_1 = -\frac{1}{2(l_0 + l_1)} \left[\frac{a_0 (l_0^2 - a_0^2)}{l_0} \right]$$

und $P = 1$ zwischen T_1 und T_2 ;

$$M_1 = -\frac{1}{2(l_0 + l_1)} \left[\frac{a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} \right]$$

Für die Stützdrücke ergeben sich folgende Relationen:

$$T_0 = A_0 + \frac{M_1}{l_0};$$

$$T_1 = B_0 + A_1 - M_1 \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_0} \right);$$

$$T_2 = B_1 + \frac{M_1}{l_1}.$$

Hierin bedeuten A_0 , A_1 die linken und B_0 , B_1 die rechten Auflagerdrücke der mit den Spannweiten l_0 bzw. l_1 frei aufliegenden Balken.

Aus den obigen Gleichungen ist ersichtlich, dass ein mathematischer Zusammenhang besteht zwischen den Auflagerreaktionen und dem Mittelstützenmoment M_1 . [Analog auch zwischen Feldmomenten bzw. Querkräften.] Diese Gleichungen lassen eine graphische Deutung zu, die ihrer Einfachheit wegen nicht nur bei bewegten Lasten, sondern auch bei ruhenden Einzel- oder Teillasten mit Vorteil angewendet werden kann, indem in Verbindung mit der M_1 -Linie alle andern Einflusskurven durch Hinzufügung von Geraden entstehen.

²⁾ Vergl. „Hütte“, Teil I, Festigkeitslehre.

Konstruktion der Einflusslinie für M_1 .

Die Einzellast $P = 1,0$ sei auf der Strecke l_0 . Es gilt also die Beziehung

$$M_1 = -\frac{1}{2(l_0 + l_1)} \left[\frac{a_0}{l_0} (l_0^2 - a_0^2) \right]$$

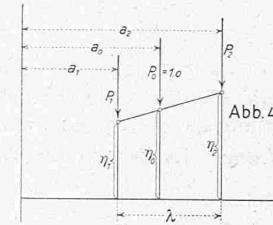
Nach Abbildung 2 lässt sich diese Gleichung folgenderweise umformen:

$$M_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(l_0 + l_1)} \cdot \frac{a_0}{l_0} z^2 = \frac{a_0 \cdot a' \cdot l_0}{2 l_0 (l_0 + l_1)} = \frac{a_0 \cdot a'}{2 (l_0 + l_1)} = \frac{1}{2} \eta = C_1 \eta$$

$$\text{Multiplikator } C_1 = \frac{1}{2}; \eta : a_0 = a' : (l_0 + l_1).$$

Die graphische Ermittlung der Kurvenpunkte geht aus der Abbildung 2 hervor. Ganz analog werden die Punkte für das Teilstück der Einflusslinie über der Öffnung l_1 bestimmt.

Werden auf diese Weise eine genügende Anzahl Punkte ermittelt, so



ergibt sich die in Abbildung 3 dargestellte Einflusslinie bzw. -Fläche für M_1 .

Findet die Lastübertragung durch Querträger statt, so geht die Einflusskurve in ein Polygon über, dessen Eckpunkte senkrecht über den Querträgern liegen. Es ist nach der Abbildung 4:

$$\eta_1 = a_1 (l_0^2 - a_1^2) \frac{1}{l_0 (l_0 + l_1)}$$

$$\eta_0 = a_0 (l_0^2 - a_0^2) \frac{1}{l_0 (l_0 + l_1)}$$

$$\eta_2 = a_2 (l_1^2 - a_2^2) \frac{1}{l_0 (l_0 + l_1)}$$

$$P_0 = P_1 + P_2$$

$$P_0 \eta_0 = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 \dots \dots \dots \quad (1)$$

Die Teilreaktionen P_1 und P_2 ergeben sich zu:

$$P_1 = (a_2 - a_0) \frac{P_0}{\lambda}; \quad P_2 = (a_0 - a_1) \frac{P_0}{\lambda}.$$

Diese Werte in Gl. (1) eingesetzt unter Berücksichtigung von $P_0 = 1$ erhält man:

$$\eta_0 = \left[a_1 (l_0^2 - a_1^2) \frac{(a_2 - a_0)}{\lambda} + a_2 (l_1^2 - a_2^2) \cdot \left(\frac{a_0 - a_1}{\lambda} \right) \right] C.$$

Diese Gleichung mit η_0 und a_0 als veränderliche Größen hat Gültigkeit auf der Strecke λ und stellt, da a_0 auch nur in der ersten Potenz vorkommt, eine Gerade dar (w. z. b. w.).

Falls Querträger vorhanden sind, so sind die Kurvenpunkte der M_1 -Linie so zu ermitteln, dass der Endpunkt von a_0 (Abbildung 2) jeweils mit einem Querträger zusammenfällt; dadurch werden die genauen Polygonpunkte erhalten.

¹⁾ Diese Arbeit wird auch als Sonderabdruck erscheinen. Red.

Um die Einflusslinien der Stützendrücke zu erhalten, müssen die vorigen Ausdrücke graphisch gedeutet werden.

T_0 -Linie: Es ist $T_0 = A_0 + \frac{M_1}{l_0}$

$$T_0 = A_0 + \frac{1}{2} \frac{\eta}{l_0} = \frac{1}{2} l_0 \left[\cdot A_0 + 2 l_0 + \eta \right].$$

Da $M_1 = (-)$ ist, muss η mit dem negativen Werte eingesetzt werden.

$$T_0 = \frac{1}{2} l_0 \eta' = C_2 \cdot \eta'. \text{ Multiplikator } C_2 = \frac{1}{2 l_0}.$$

Ist $P = 1,0$ auf der Strecke l_1 , so ist $A_0 = 0$ und

$$T_0 = \frac{M_1}{l_0} = \frac{1}{2} \eta \frac{1}{l_0} = C_2 \cdot \eta = C_2 \cdot \eta'.$$

Befindet sich $P = 1,0$ auf l_0 , so ist der erste Teil des Ausdrückes, der Wert $A_0 \cdot 2 l_0$ durch die angedeutete Gerade

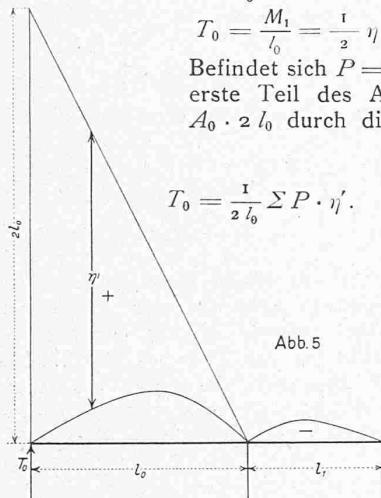


Abbildung 5

$$T_2 = \frac{1}{2} l_1 \sum P \cdot \eta''.$$

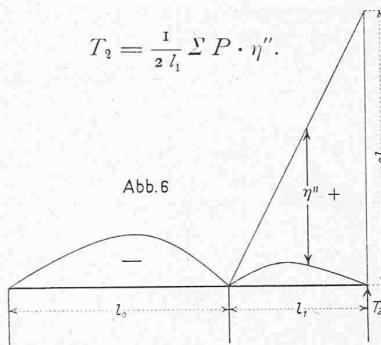
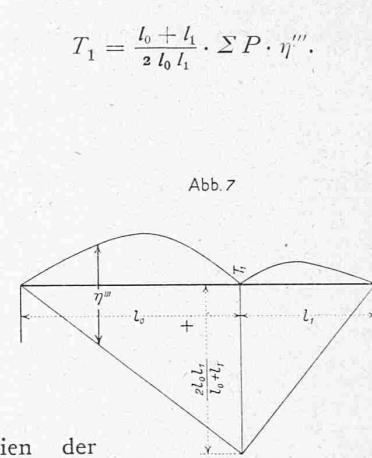


Abbildung 6

$$T_1 = \frac{l_0 + l_1}{2 l_0 l_1} \cdot \sum P \cdot \eta'''.$$

Abbildung 7



Querkräfte.

Die Einflusslinien der Querkräfte werden durch analoge Ueberlegung wie bei den Momenten erhalten. Ist die Last $P_0 = 1,0$ rechts vom Schnitte x auf l_0 , so ist Q identisch mit T_0 , also wiederum die Einflusslinie von T_0 auf dieser Strecke identisch mit der gesuchten Q_x -Kurve.

Befindet sich $P_0 = 1,0$ links vom Schnitte, so ist: $Q_x = T_0 - P_0$.

Aus Abbildung 10 ist ersichtlich, dass:

$$Q_x = \frac{1}{2} l_0 \eta' - P_0 \text{ ist oder } Q_x = \frac{1}{2} l_0 \left(\eta' - 2 l_0 \right).$$

Der Wert $(\eta' - 2 l_0) = -\eta'_3$ ist vorhanden von 0 bis x .

$$\text{Also } Q_x = \frac{1}{2} l_0 \eta'_3 = C_7 \eta'_3.$$

η'_3 = beliebige Ordinate; Multiplikator $C_7 = \frac{1}{2} l_0$.

Die Konstruktion der Q_x -Kurve geht aus der Abbildung 10 hervor und bedarf keiner weiteren Erörterung.

Zur Bestimmung der Querkräfte für einen Schnitt im Felde l_1 ist in analoger Weise mit der Einflusslinie von T_2 zu verfahren. An Stelle von $2 l_0$ muss aber der Faktor $2 l_1$ gesetzt werden.

Der Deutlichkeit wegen wurden für sämtliche Reaktionen die Einflusslinien gezeichnet. In der Praxis wird das soeben gezeigte Verfahren ohne weiteres noch Vereinfachungen zulassen, indem die sämtlichen Einflusslinien für M_x und Q_x mit je einer Einflusskurve von T_0 bzw. T_2 vereinigt werden können. Es wird dadurch die Aufzeichnung der M_1 -Linien auf ein Minimum beschränkt.

Ist der Spezialfall $l_0 = l_1$ vorhanden, so tritt in der Aufzeichnung der M_1 -Linie eine, allerdings sehr kleine, Vereinfachung auf, wenn in beiden Feldern a_0 als $l:n$, wobei n eine beliebige ganze Zahl ist, gewählt wird. Die Multiplikatoren ändern etwas. Doch ist dieser Fall in seiner Behandlung so einfach, dass an dieser Stelle, nachdem der allgemeine Fall behandelt ist, nicht mehr näher darauf eingetreten werden kann.

dargestellt, die Gültigkeit hat von $a_0 = 0$ bis $a_0 = l_0$. Die Einflusslinie für T_0 ist durch Abbildung 5 dargestellt. Bei der Ermittlung der η' -Werte ist auf die Vorzeichen zu achten.

T_2 -Linie. Es besteht die Relation:

$$T_2 = B_1 + \frac{M_1}{l_1} = B_1 + \frac{1}{2} \frac{\eta}{l_1} = \frac{1}{2} l_1 \left[B_1 + 2 l_1 + \eta \right].$$

Es gilt das für T_1 , analog angewendet, Gesagte. Also:

$$T_2 = C_3 \cdot \eta'', \text{ wobei Multiplikator } C_3 = \frac{1}{2 l_1} \text{ ist.}$$

T_1 -Linie. Für den Mittelstützendruck besteht die Bedingung:

$$T_1 = B_0 + A_1 - M_1 \left[\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_0} \right] = B_0 + A_1 - \frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{l_0} + \frac{1}{l_1} \right) = B_0 + A_1 - \eta \left[\frac{l_0 + l_1}{2 l_0 l_1} \right] = \frac{l_0 + l_1}{2 l_0 l_1} \left[B_0 \cdot \frac{2 l_0 l_1}{(l_0 + l_1)} + A_1 \cdot \frac{2 l_0 l_1}{(l_0 + l_1)} - \eta \right] = C_4 \eta''',$$

worin Multiplikator $C_4 = \frac{l_0 + l_1}{2 l_0 l_1}$ ist.

Hieraus ergibt sich die Einflusslinie, wie sie in Abbildung 7 dargestellt ist.

Um die Einflusslinien für die Feldmomente zu erhalten, werden zwei Fälle unterschieden, je nachdem die Schnittstelle x auf l_0 oder auf l_1 liegt.

Es soll der Schnittpunkt im Felde l_0 liegen; dann besteht für das Schnittmoment M_x die Relation: $M_x = T_0 \cdot x - P_0 \cdot x'$. Hierin variiert x' von 0 bis x . Befindet sich $P_0 = 1,0$ rechts vom Schnitte x , so ist $M_x = T_0 \cdot x$. Auf dieser Strecke ist also die Einflusslinie für M_x identisch mit jener des Stützendruckes T_0 , nur dass im Multiplikator noch der Wert x als Konstante auftritt.

Ist $P_0 = 1,0$ auf der Strecke x , so ist

$$M_x = (T_0 \cdot x - P_0 \cdot x') = T_0 \cdot x - x' = \frac{1}{2} l_0 \eta' \cdot x - x' = \frac{1}{2} l_0 \left[\eta' x - x' \cdot 2 l_0 \right] = \frac{x}{2 l_0} \left[\eta' - \frac{x'}{x} \cdot 2 l_0 \right].$$

Nach Abbildung 8 ist:

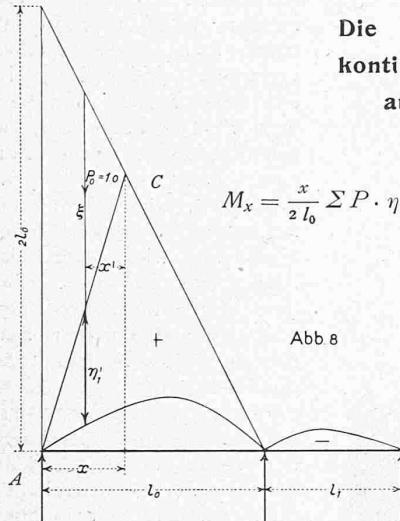
$$\frac{x'}{x} \cdot 2 l_0 = \xi; \quad x' : x = \xi : 2 l_0.$$

Treten an Stelle von Einzellasten *Teillasten*, so gilt jeweils die Relation (Abbildung 1 b):

$$X_x = C_x \cdot \sum p \cdot \eta_x \cdot d\xi = C_x \cdot \sum p \cdot df.$$

Hierin bedeuten p die Partiallast pro lfdm und df die Einflussflächen unter denselben.

In analoger Weise können auch die Relationen infolge des gleichmässig verteilten Eigengewichts bestimmt werden; im allgemeinen aber ist deren analytische Ermittlung schneller zum Ziele führend.



Die Einflusslinien des kontinuierlichen Trägers auf drei Stützen.

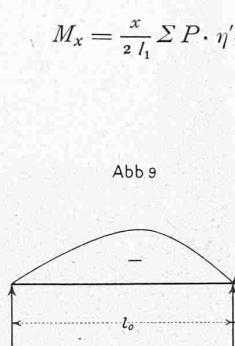


Abbildung 9

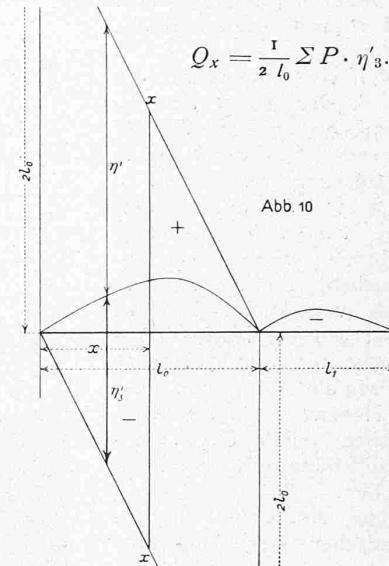


Abbildung 10

Die Geländedarstellung auf Karten.¹⁾

Die Aufgabe der Geländedarstellung besteht in der genauen Wiedergabe der räumlichen Verhältnisse der Landschaft, der Kennzeichnung ihrer geographischen Oberflächen-Beschaffenheit und der Veranschaulichung der Geländeform.

Die Karten des Altertums und des Mittelalters geben nur lineare Vorstellungen (Routenkarten). Nach den grossen geographischen Entdeckungen um 1500 bemühte man sich, auch die Flächenverhältnisse getreuer darzustellen, was durch die Erfindung des Messtisches, die Einführung der Triangulation, die Ausbildung der Projektionen und astronomischen Hilfsmittel immer mehr ermöglicht wurde.

Seit dem 18. Jahrhundert fing man an, auch die Höhenverhältnisse zu beachten. Die Schichtlinien wurden eingeführt, die Situations- und Bergzeichnung machte Fortschritte, ebenso die Reproduktionstechnik. Man war bestrebt, die Bergformen, die man früher mangels genügender Höhenmessungen schematisch in kegelförmigen Profillinien zeichnete, nun auch in ihrer Horizontalprojektion anschaulich darzustellen. Die grössere oder geringere Steilheit der Böschungen kennzeichnete man dadurch, dass man sie mit Schraffen nach dem Grundsatz „je steiler, desto dunkler“ darstellte. Dann ordnete man diese Bergstriche als Gefällslinien, und die verschiedenen Böschungsgrade wurden durch ein bestimmtes Verhältnis der Schraffentypen zur Breite der anliegenden Zwischenräume ausgedrückt. Für jedes grössere Kartenwerk wurde dann ein eigenes Schraffengesetz aufgestellt. Bei der Dufourkarte z. B. wurden die Schraffen in den Hochgebirgsgebieten auf Horizontalkurven von 40 m und in den übrigen Gebieten auf solche von 25 m gestellt.

¹⁾ Wir haben diesem, von einem Fachmann stammenden Bericht Aufnahme gewährt, wenn schon sein Inhalt dem Topographen vom Fach nichts neues bietet. Der Verfasser, und wir mit ihm, wollen aber gerade den zahlreichen unserer Leser, die der Kartographie ferner stehen, das Interesse und Verständnis für kartographische Darstellungsweisen wecken und fördern, in der Meinung, ihnen, die doch topographische Karten für verschiedene Zwecke gebrauchen, einen Dienst zu erweisen. Red.

Um die Anschaulichkeit der Geländegestalt zu erhöhen, kann man das Kartenbild in senkrechter, also bösungstreuer, oder schräger, d. h. reliefreicher Beleuchtung entwerfen. Bei der schrägen Beleuchtung ist es schulmässig geworden, das Licht von Nordwesten einfallen zu lassen. Um eine natürliche Schattierung zu erhalten, kann man aber die Karte nach Süden orientieren anstatt nach Norden, wobei das Licht ebenfalls von links oben einfällt. Je nach der Richtung des einfallenden Lichtes bringt die schräge Beleuchtung die Geländeformen ganz

verschieden zum Ausdruck. Ihre Schatten täuschen über die wahren Böschungsverhältnisse. Fürs Hochgebirge ist diese Beleuchtungsart aber vorteilhafter, sie macht den Gegensatz von Hoch und Tief anschaulicher; die senkrechte Beleuchtungsart eignet sich mehr für Plateauformen, sie wird mehr den Böschungen gerecht. Um die Formen besser zu charakterisieren, werden die Schattentöne nicht streng nach den Regeln der darstellenden Geometrie ausgeführt. So hielt auch Dufour nicht konsequent an der gleichen Lichtrichtung fest, sondern änderte sie teilweise etwas je nach der Streichrichtung der Gebirge; bei flacheren Gebiets-Teilen liess er auch senkrechte Beleuchtung anwenden.

Der Schummerung, einer verwischten Schattierung, ist die Schraffentypen darin überlegen, dass sie Gefällslinien enthält. Für Schummerung ist die Beigabe von Schichtlinien notwendig. In den Schraffen liegt außerdem, durch die Auflösung des Schattentones in schwarz und weiß, noch eine besondere Plastik, die am stärksten wirkt, wenn sich das Auge in einem Abstande vom Bilde befindet, in dem es die Streifen als solche gerade noch zu erkennen vermag.

Die Schichtenlinienkarte. Die Darstellung eines Geländes in Schichtlinien ist die einzige Methode, dieses nach allen drei Dimensionen messbar darzustellen. Sehr anschaulich wirkt zwar eine leere Schichtenlinienkarte im allgemeinen nicht. Durch die engere Zusammenscharung der Höhenkurven entsteht wohl auch eine Art Schattierung, ferner wird eine höhenplastische Wirkung durch die Verschiedenheit in Farbe und Zeichnung der Felsen, der Vegetation und des Firs erreicht (Siegfried-Atlas).

Die Reliefwirkung der nackten Schichtenlinienkarte entspricht nicht dem plastischen Eindruck eines senkrecht beleuchteten Reliefs. Im Vergleich zu diesem wirkt das Kartenbild bei einer gleichmässigen Kurvenbreite von 0,1 mm und dem Höhenabstand von 30 m im Maßstab 1:50 000 überhöhend bei Terrainneigungen von 0° bis 20° und zwar etwa 2fach bei 5°, verflachend dagegen von 20° an bis etwa zum $\frac{3}{5}$ fachen Betrage der Böschungshöhe bei 60°. Im Maßstab 1:25 000 beginnt diese Verflachung