

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	71/72 (1918)
<b>Heft:</b>	15
<b>Artikel:</b>	Zur numerischen Ermittlung der Schwingungszahlen elastischer Eigenschwingungen von Triebwerken
<b>Autor:</b>	Kummer, W.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-34827">https://doi.org/10.5169/seals-34827</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 30.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

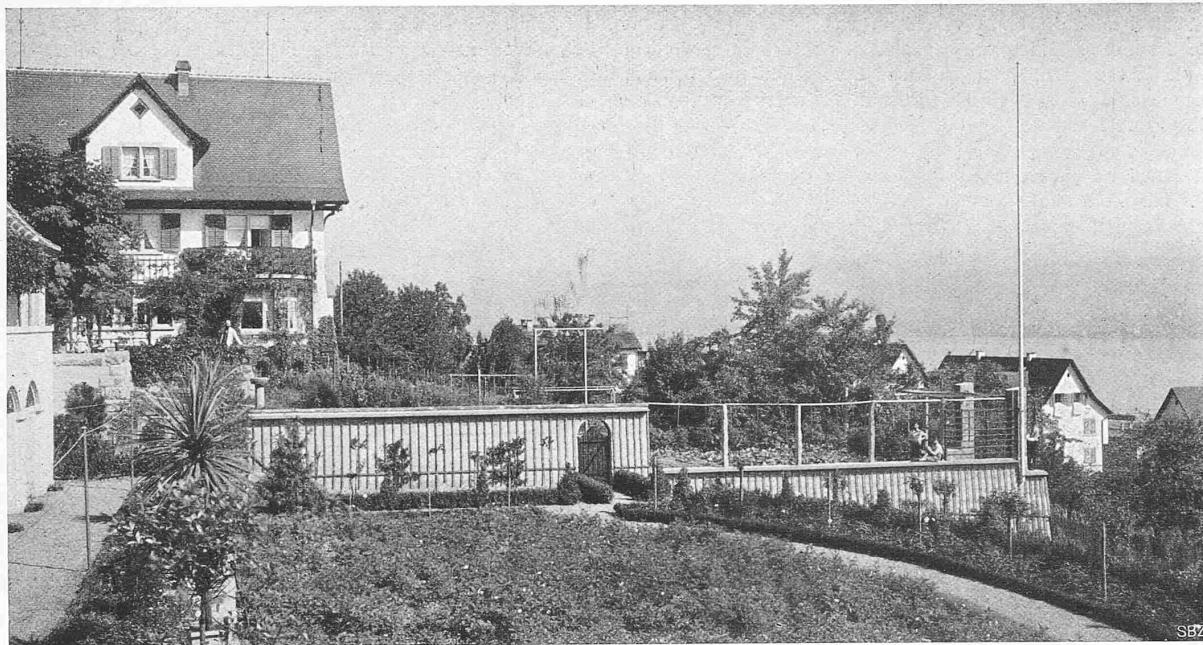


Abb. 13. Haus „Maiensäss“ in Kilchberg von Süden; links Känzeli am Südende der oberen Terrasse, rechts „Bel cantone“ auf der untern Terrasse. Rechts unterhalb Arbeiterhäuser von Lindt & Sprüngli, ebenfalls erbaut durch Pilghardt & Häfeli, Architekten in Zürich.

zimmer der Töchter (Abb. 15), dieses als allfälliges Krankenzimmer gedacht, haben waschbare Salubra-Tapeten, die Stube dunkelgrüne Rupfenbespannung, alle andern Räume Papiertapeten. Alle alten Möbel sind verwendet; neu sind blos die ganz billigen Tessiner Strohmöbel im Blumenzimmer, ferner die Polstermöbel der abendlichen Lese-Ecke am Stubenofen, die wie die Vorhänge durch Knuchel & Kahl in Zürich in vortrefflicher Anpassung an die Räume geliefert wurden. Neu sind schliesslich die acht humorvollen Stabellen für die Laube (Abbildung 17). Eine höchst wertvolle Vervollkommenung des von Anfang an gewollten Anklangs an das alte Zürcher Bürgerhaus verdanken wir einem glücklichen Zufall, der uns bei Baubeginn die Erwerbung eines prächtigen, blau auf weiss bemalten Ofens aus der Zürcher Manufaktur von H. Bachoffen (um 1750) ermöglichte. Anstelle eines als Reserveheizung geplant gewesenen neuen, vom Gang her zu heizenden, grünen Kachelofens aufgebaut, bringt er eine ausserordentlich frische und eindrucksvolle Dominante in denstattlichen Haupt-Raum des Hauses (Tafel 11, oben).

Dass keinerlei unnötiger Aufwand getrieben wurde, zeigen die in Anbetracht der guten Baustoffe und dauerhaften Bauweise auch für die Bauzeit 1906/07 bescheidenen Baukosten. Fertig installiert, mit Zentralheizung, biologischer Kläranlage und Kanalisation usw. und unter Einrechnung von Architektenhonorar und Bauleitung kostete das Haus 38 Fr./m<sup>2</sup>. Dazu kommt die Anlage und Be-pflanzung des Gartens, samt Terrassierungen und Sandsteinmauern, Melserplatten usw. (ohne den Bel cantone), mit nicht ganz 5000 Fr. Bemerkt sei noch, dass sich der Betrieb der Heizung, als Folge der sonnenfangenden Südfront im Gegensatz zu den starken und geschlossenen Mauern gegen West, Nord und Ost und des guten Daches, sehr sparsam gestaltet, indem bisher nie mehr als 6 t Koks im Winter verbraucht worden sind, bei einer mittlern Kesseltemperatur von 30 bis höchstens 35 °C und reichlichem Warmwasserverbrauch im Badezimmer. Unter Benützung des durch Bachmann & Kleiner in Oerlikon als elektrische Nachtstrom-Akkumulierheizung für die Uebergangszeit (mit 0,8 + 1,6 = 2,4 kW Belastung) eingerichteten alten Kachelofens der Stube dürfte zur Not mit 3 t Koks auszukommen sein.

Dies etwa wäre von unserem „Maiensäss“ zu sagen.

\*

Der geneigte Leser wolle freundlich entschuldigen, sollte ihm diese Beschreibung vielleicht zu gründlich erscheinen; er wolle die in mehrfacher Beziehung aussergewöhnliche Bewandnis, die es mit dieser Darstellung hat, in Betracht ziehen. Vor allem ist es ungewohnt, ein Bauwerk erst zwölf Jahre nach seiner Errichtung vorzuführen und dann noch beanspruchen zu wollen, man zeige damit etwas Neues, sogar noch etwas von bleibendem Wert. Ich bin mir des Guyer'schen Pendelgesetzes von der zehnjährigen Schwingungs-Periode in der Architektur-Entwicklung wohl bewusst.<sup>1)</sup> Als wir unser Haus schufen, standen Olbrichs Bauten auf der II. Darmstädter Ausstellung, um nur den markantesten Vertreter jener schwungvollen Bauformen zu nennen, noch in frischer Erinnerung. Sie sind heute überlebt, trotz der Bewunderung, die sie damals erregten. Heute scheint die Richtung Ostendorf mit ihrem streng symmetrischen Baukubus obenauf zu schwingen. Und da bringt die Bauzeitung ein so bejahrtes Beispiel reiner „Programm-Architektur“ gothischen Geistes! Es fällt mir natürlich nicht ein, damit irgendwie gegen die „freie Kunst“ in der heutigen Architektur demonstrieren zu wollen. Ich meine blos: Eines schickt sich nicht für Alle.

Wir aber sind unsern Architekten dankbar für die liebevolle Aufmerksamkeit, die sie unserm sehr persönlichen *Bauprogramm* geschenkt, wie auch für die schöne, keiner Mode unterworfone und doch persönliche *Form*, in der sie ihm entsprochen haben. Was mich, angesichts des bunten Architekturen-Reigens, der sich im Lauf der Jahrzehnte durch diese Blätter zieht, ermutigte auch unser Heim darin zu zeigen, das ist die philosophische Erkenntnis, die der Dichter in die feinen Worte fasst:

Früher, als ich unerfahren, und bescheid'ner war als heute,  
Hatten meine grösste Achtung andre Leute.  
Später traf ich auf der Weide ausser mir noch andre Kälber,  
Und nun schätz' ich, sozusagen, erst mich selber.

C. J.

#### Zur numerischen Ermittlung der Schwingungszahlen elastischer Eigenschwingungen von Triebwerken.

Mit der gesteigerten Inanspruchnahme grösserer Leistungen im Einzelantrieb von Maschinen muss den sog. kritischen Geschwindigkeiten der Triebwerke erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt werden, zu deren Vorausberechnung die numerische Ermittlung der Schwin-

<sup>1)</sup> Vergl. Band LV, Seite 110, Spalte links (19. Februar 1910).

gungszahlen der elastischen Eigenschwingungen der Triebwerke unerlässlich ist. Dazu muss vor allem das jeweils in Betracht fallende Schema des Triebwerks dynamisch richtig erfasst werden, wobei die in unseren Abbildungen 1 und 2 vorgeführten Schemata, von denen das erste eine einzelne Punktmasse  $m$  an einer masselosen Feder mit festgehaltenem anderem Ende, und das zweite zwei punktförmige Massen  $m_1$  und  $m_2$  mit einem masselosen elastischen Zwischenglied darstellen, für die Bedürfnisse der Praxis genügen dürften. Für die Bedürfnisse der Praxis wird weiter die Annahme einer zeitlich und statisch konstanten Elastizität der Feder, bzw. des Zwischengliedes, in den weitaus meisten Fällen genügen, für die die Konstante  $\gamma$  (gemessen in cm Deformation pro 1 kg Zug- oder Druckkraft) im Sinne unserer Abbildungen 1 und 2 benutzt werden möge. Der Abbildung 1 entspricht dann eine Schwingungszahl der elastischen Eigenschwingung:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\gamma \cdot m}} \quad \dots \quad (1)$$

während für Abbildung 2 zu setzen ist:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}} \quad \dots \quad (2)$$

Handelt es sich um drehende Bewegungen, so treten an die Stelle der Massen  $m$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  die Trägheitsmomente  $\Theta$ ,  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ; ferner ist die Elastizitätskonstante  $\gamma$  zu ersetzen durch  $\Gamma$  (gemessen in Bogen-einheiten Deformation pro 1 kgcm tordierendes Drehmoment). Dann gilt im Sinne der Abbildung 1:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\Gamma \cdot \Theta}} \quad \dots \quad (1a)$$

und im Sinne der Abbildung 2:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Theta_1 + \Theta_2}{\Gamma \cdot \Theta_1 \cdot \Theta_2}} \quad \dots \quad (2a)$$

Man erkennt leicht, dass das durch Abbildung 1 dargestellte Schema einen Spezialfall des Schemas gemäß Abbildung 2 bildet, nämlich den Spezialfall mit  $m_1 = m$  und mit  $m_2 = \infty$ . Im eigentlichen Maschinen-Antrieb kommt dieser Spezialfall streng genommen nur während äußerst kurzer Zeit in den ersten Momenten des Anlaufs, bzw. in den letzten Momenten des Auslaufs von Triebwerksteilen in Betracht, d. h. also in Betriebszuständen, für die kritische Geschwindigkeiten ausgeschlossen sind. Trotzdem finden sich in der Literatur viele Zahlenbeispiele über Antriebe aufgeführt, in denen für die Ermittlung von kritischen Geschwindigkeiten die Schwingungszahlen der elastischen Eigenschwingung nach den Formeln (1) bzw. (1a) berechnet wurden. Offenbar ist also eine derartige Rechnungsweise grundsätzlich zu beanstanden. Nichtsdestoweniger sind die numerischen Ergebnisse gewöhnlich im wesentlichen zutreffend, wie aus folgender Darstellung, an Hand der Formeln (1) und (2), ersichtlich ist; diese Formeln führen nämlich auf eine und dieselbe Schwingungszahl  $\nu$  im Falle, dass:

$$\sqrt{\frac{1}{m}} = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2}} = \sqrt{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}$$

gesetzt werden kann. Von den zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$  des Schemas nach Abbildung 1 ist stets eine die treibende oder Motormasse (z. B.  $m_1$ ), die andere die getriebene ( $m_2$ ), im Sinne des Maschinenantriebes. In den weitaus meisten Fällen ist  $m_2 > m_1$ . Führen wir das Verhältnis

$$\nu = \frac{m_2}{m_1}$$

ein, so kann geschrieben werden:

$$\sqrt{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \sqrt{\frac{1}{m_1}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\nu}}$$

also auch, im Falle gleicher  $\nu$  nach den Formeln (1) und (2):

$$\sqrt{\frac{1}{m}} = \sqrt{\frac{1}{m_1}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\nu}} = \sqrt{\frac{1}{m_1}} \cdot c$$

wobei mit

$$c = \sqrt{1 + \frac{1}{\nu}}$$

der Korrektionsfaktor eingeführt werden soll, mit dem die aus Formel (1) ermittelte Schwingungszahl multipliziert werden muss, wenn richtiger die Schwingungszahl nach Formel (2) anzuwenden ist. Damit bekommen wir für die Beurteilung der Bedürfnisse der Praxis die neben den Abbildungen stehende tabellarische Übersicht.

Man erkennt, dass sich mit wachsendem  $\nu$  der Korrektionsfaktor  $c$  der Zahl 1 nähert, womit die Formeln (1) und (2) gleichwertig werden. Schon von  $\nu = 3$  an ist der Fehler, der mit der unzutreffenden Formel (1) gemacht wird, nur noch von der Ordnung 12%. Anderseits sind in praktischen Fällen die Größen  $m$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  bzw.  $\Theta$ ,  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ , sowie  $\gamma$ , bzw.  $\Gamma$ , überhaupt nur näherungsweise zum voraus zu berechnen; bei komplizierteren Triebwerken sind sie übrigens nicht einmal konstant, weil dann außer den Uebersetzungsverhältnissen auch die Einzelwirkungsgrade zwischen verschiedenen Triebwerksteilen in jenen Größen enthalten sind. Bei allen Maschinen zur Ortveränderung schwerer Körper (Hebezeuge, Förderer, Triebfahrzeuge) kommt dazu, dass die getriebenen Massen  $m_2$  mit der „Belastung“ der Maschinen sehr weitgehenden Änderungen unterliegen, derart, dass  $\nu$  sich von „Leerlauf“ bis „Vollast“ um das fünffache seines Wertes bei Leerlauf ändern kann.

$\nu$	$c$
1	1,414
2	1,225
3	1,153
4	1,118
6	1,080
10	1,049
...	...
$\infty$	1,000

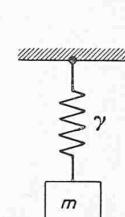


Abb. 1

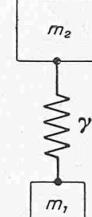


Abb. 2

Man wird also bei der numerischen Ermittlung der Schwingungszahlen elastischer Eigenschwingungen von Triebwerken überhaupt nur eine mässige Genauigkeit erreichen und aus diesem Grunde jede nur mögliche Vereinfachung der Formeln und Rechnungen vorziehen. Nichtsdestoweniger ist die Kenntnis dieser Schwingungszahlen, sowie ihres Aenderungsbereiches und ihres Genauigkeitsbereiches unerlässlich. Jede weitere Entwicklung der Lehre von den Schwingungen ist geeignet, diese Kenntnis zu fördern. Zur praktischen Verwendung der theoretisch gewonnenen Ergebnisse wird jedoch meistens wohl erst geschritten werden können, nachdem durch systematische Versuche aus den neugewonnenen Erkenntnissen das für die Praxis Unwesentliche vom Wesentlichen abgeschieden worden ist. Es ist deshalb die Vornahme weiterer, systematisch abklärender Versuche auf dem Gebiete der technischen Schwingungslehre mindestens ebenso wünschenswert, als der Ausbau der theoretischen Erkenntnis.

W. Kummer.

## Die Durchflussverhältnisse der Reuss bei Gisikon.

Anschliessend an die in der „Schweiz. Bauzeitung“ vom 14. September 1918 publizierten Eingaben zum Wettbewerb für eine Strassenbrücke über die Reuss bei Gisikon veröffentlicht Ing. Carl Frei in Luzern einige Bemerkungen über Durchflussverhältnisse der Reuss bei der Brückenstelle und oberhalb derselben. Herr Frei schreibt: „Angesichts dieser Verhältnisse ist es ganz unverständlich, wenn die Projektgrundlagen für die Plankonkurrenz nicht nur keine Vorflutöffnungen am linken Ufer vorsehen, sondern sogar die bestehende Vorflutöffnung am rechten Ufer beseitigen und dadurch das Hochwasserdurchflussprofil gegenüber dem bestehenden noch verkleinern. Der wenig verbesserte Abflusskoeffizient kann niemals das Manko im Durchflussprofil ausgleichen, ebensowenig der durch die Pfeiler verursachte Stau.“ Herr Frei bemängelt ferner die Lage der neuen Brückenstelle, insbesondere das starke Hinauschieben des rechtseitigen Widerlagers.

Hiezu habe ich folgendes zu bemerken: Der Hochwasserknotenquerschnitt bei der gegenwärtigen Brückenstelle mit einer Hochwasserkote von 410,45 beträgt 287 m<sup>2</sup>, hiervon entfallen rund 55 m<sup>2</sup> auf die rechtseitige Flutöffnung, in der die Wassergeschwindigkeit wesentlich kleiner ist, als in Flussmitte. Nach dem neuen, einfachen Profil, das dem Brückenprojekte zu Grunde gelegt wurde, beträgt der Durchflussquerschnitt bei gleicher Hochwasserkote 283 m<sup>2</sup>, ist somit nur um 4 m<sup>2</sup> kleiner, wie beim gegenwärtigen Zustande. Hierbei ist jedoch nicht ausser acht zu lassen, dass die mittlere Wassergeschwindigkeit, infolge Beseitigung der drei Flusspfeiler von 3,3 bis 5,1 m Breite, die einen Stau von etwa 90 cm erzeugen, und durch Weglassung der rechtseitigen Flutöffnung, bedeutend erhöht wird. Bei einer Hochwasserkote von