

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 71/72 (1918)
Heft: 11

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber Schüttelerscheinungen in Systemen mit periodisch veränderlicher Elastizität. — Das Wohlfahrtsaus der Vereinigten Drahtwerke A.-G. in Biel. — Zum Wettbewerb für eine Strassenbrücke über die Reuss bei Gisikon. — Die Durchflussverhältnisse der Reuss bei Gisikon. — Ueber die Regenmengen in der Schweiz. — Miscellanea: Versuche mit Speisewasser-Vorwärmern und Speisepumpen für Lokomotiven. Das Wolfram. Ein Quecksilberdampf-Gleichrichter mit 800 Volt Spannungen. Leucht-

gas-Schäden an Strassenbäumen. Elektrifizierung der italienischen Staatsbahnen. Die Nickelzergewinnung. Deutsche Beleuchtungstechnische Gesellschaft. Schweizerischer Elektrotechnischer Verein. — Nekrologie: Carlo Vanbanchi. G. Cuénod. — Konkurrenz: Gymnasium im St. Jean-Quartier in Genf. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizer. Ingenieur- und Architekten-Verein. G. e. P.: Stellenvermittlung. Tafeln 7 und 8: Das Wohlfahrtsaus der Vereinigten Drahtwerke A.-G. Biel.

Band 72.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 11.

Ueber Schüttelerscheinungen in Systemen mit periodisch veränderlicher Elastizität.

Von Prof. Dr. E. Meissner in Zürich-Zollikon.

Im Stangengetriebe elektrischer Lokomotiven treten bekanntlich bei gewissen Fahrgeschwindigkeiten Schüttelerscheinungen auf, die sich u. U. sehr unangenehm bemerkbar machen. Sie sind deshalb Gegenstand mehrerer technischer (z. T. noch im Erscheinungsbegriffen) Arbeiten geworden. Dabei zeigt es sich, dass mit der üblichen Schwingungs-Theorie nicht mehr auszukommen ist, und es soll Zweck dieser Zeilen sein, die neuen Begriffe, die dort gelten, auseinander zu setzen.

Man denke sich bei einer elektrischen Lokomotive die mit dem elastischen Getriebe verbundene Ankermasse des Motors um die Motorwelle bei festgestelltem Getriebe elastische Schwingungen ausführend. Je nach der Stellung des Getriebes wird die Schwingungszahl eine andere sein, weil die Stärke der Elastizität (die Nachgiebigkeit) von jener Stellung abhängt. Was geschieht nun aber, wenn das Getriebe nicht feststeht, sondern etwa gleichförmig umläuft? Von einer eigentlichen Schwingungszahl kann jetzt offenbar gar nicht mehr gesprochen werden, ja der Schwingungsvorgang wird gar nicht mehr streng periodisch sein. Bleiben überhaupt die auftretenden Schwingungen in endlichen Grenzen, und wie verhält sich ein solches System gegenüber störenden Kräften (Erzwungene Schwingungen, Resonanz)?

Dies sind die Fragen, die im folgenden am einfachsten Fall eines ungedämpften Systems mit einem Freiheitsgrad erörtert werden sollen.¹⁾

1. Die Differential-Gleichung.

An Stelle der gewöhnlichen Gleichung der erzwungenen Schwingung

$$y'' + k^2 y = P$$

(k^2 = Elastizitätstärke, P = störende Kraft) tritt die folgende:

$$y'' + p(t) \cdot y = P(t) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

Es ist die Konstante k^2 durch die periodisch veränderliche, „pulsierende“ Elastizitätstärke $p(t)$ ersetzt, für welche

$$p(t+T) = p(t) \quad p(t) > 0 \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

gilt. T soll *Pulsationsperiode* der elastischen Kraft heissen. $P(t)$ ist auch hier die störende Kraft, von der wir annehmen, dass sie ebenfalls die Periode T habe.

$$P(t+T) = P(t) \quad \dots \dots \dots \quad (2')$$

Ist $P = 0$, so sprechen wir von *Eigenschwingungen* des Systems. Für sie gilt also

$$y'' + p(t) y = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

2. Struktur der Lösung.

Das Integral von (1) setzt sich, wie man weiss, aus einer Partikularlösung von (1), $y = E(t)$, der sog. *erzwungenen Schwingung* und aus der allgemeinen Lösung von (3), der *Eigenschwingung* additiv zusammen.

Es seien jetzt $\eta_1(t)$, $\eta_2(t)$ die zwei Lösungen von (3), welche die Anfangsbedingungen

$$\eta_1(0) = 1 \quad \eta_1'(0) = 0 \quad \eta_2(0) = 0 \quad \eta_2'(0) = 1 \quad (4)$$

erfüllen. Das allgemeine Integral von (3) ist

$$y = a_1 \eta_1 + a_2 \eta_2 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

wobei a_1 , a_2 Integrationskonstanten sind mit der mechanischen Bedeutung

$$a_1 = \eta_1(0) \quad a_2 = \eta_1'(0) \quad \dots \dots \dots \quad (5')$$

¹⁾ Das vorliegende mathematische Problem ist zunächst in der sog. Störungstheorie der Planetenbewegungen aufgetreten. Die hier gegebene Darstellung sucht sich technischen Bedürfnissen anzupassen.

²⁾ Akzente bedeuten Ableitungen nach der Zeit.

Ist $e(t)$ irgend eine Lösung von (1), so ist die allgemeine Lösung von der Form

$$y = e(t) + a_1 \eta_1(t) + a_2 \eta_2(t) \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

Wenn man in den Gleichungen (1), (3) überall statt t nun $t+T$ setzt, so ändern sich wegen (2), (2') nicht. Es sind daher auch $\eta_1(t+T)$ und $\eta_2(t+T)$ Integrale von (3), also von der Form (5). Somit gelten die Gleichungen

$$\begin{cases} \eta_1(t+T) = a \eta_1(t) + b \eta_2(t) \\ \eta_2(t+T) = c \eta_1(t) + d \eta_2(t) \end{cases} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

wobei

$$a = \eta_1(T) \quad b = \eta_1'(T) \quad c = \eta_2(T) \quad d = \eta_2'(T) \quad (7')$$

Die vier Konstanten a , b , c , d können angegeben werden, sobald man die Integrale η_1 , η_2 im Intervall $0 \leq t \leq T$ ermittelt hat. Das ist durch Annäherung, z. B. mittels eines graphischen Verfahrens¹⁾ stets möglich. Alsdann lehren die Formeln (7) aus den Werten der Lösung im Intervall $(0 \dots T)$ den Verlauf im folgenden Intervall $(T \dots 2T)$ berechnen, und da sich das Verfahren beliebig oft wiederholen lässt, so wird es grundsätzlich möglich, den Verlauf der Lösung ganz zu überblicken. Bevor dies ausgeführt wird, erledigen wir

die erzwungene Schwingung

durch folgenden Satz:

Ist $\frac{a+d}{2} \neq 1$, so existiert stets eine rein periodische erzwungene Schwingung mit der Periode T der Pulsation.

In der Form (6) wird freilich $e(t)$ nicht gerade diese Lösung sein. Wir suchen durch Verfügen über a_1 und a_2 in

$$E(t) = e(t) + a_1 \eta_1 + a_2 \eta_2$$

$E(t)$ periodisch zu machen. Dies ist schon der Fall, wenn nur

$$E(T) = E(0) \quad E'(T) = E'(0) \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

gemacht wird, weil dann aus Gleichung (1) und deren Ableitungen folgt, dass auch alle höhern Ableitungen von E in $t=0$, T übereinstimmen. Aber

$$E(t+T) = e(t+T) + a_1 \eta_1(t+T) + a_2 \eta_2(t+T)$$

somit

$$E(T) = e(T) + a_1 a + a_2 b$$

$$E'(T) = e'(T) + a_1 c + a_2 d$$

Bedingung (8) erfordert

$$-e(T) + e(0) = a_1(a-1) + a_2 b$$

$$-e'(T) + e'(0) = a_1 c + a_2(d-1)$$

Diese Gleichungen geben eindeutig

$$a_1 = \frac{1}{A} \{ (d-1) [e(0) - e(T)] - b [e'(0) - e'(T)] \} \quad (9)$$

$$a_2 = \frac{1}{A} \{ -c [e(0) - e(T)] + (a-1) [e'(0) - e'(T)] \}$$

$$A = (a-1)(d-1) - bc$$

sobald nur $A \neq 0$ ausfällt. Nun folgt aus

$$\eta_1'' + p \eta_1 = 0 \quad \eta_1 \eta_2'' - \eta_2 \eta_1'' = 0$$

$$\eta_2'' + p \eta_2 = 0 \quad \text{oder} \quad \eta_1 \eta_2' - \eta_2 \eta_1' = \text{konst.}$$

und für $t=0$, T

$$\eta_1 \eta_2' - \eta_2 \eta_1' = 1 = \eta_1(T) \eta_2'(T) - \eta_2(T) \eta_1'(T) = ad - bc \quad (10)$$

daher ist

$$A = (a-1)(d-1) - bc = 2 - (a+d)$$

und es ist $A \neq 0$ wenn

$$\frac{a+d}{2} \neq 1 \quad \dots \dots \dots \quad (10')$$

ausfällt.

Die so gefundene Schwingung $E(t)$ bleibt, weil periodisch, in endlichen Schranken. Ob dies auch für den Schwingungsvorgang (1) der Fall ist, wird davon abhängen, ob es für die zu E hinzutretende Eigenschwingung zutrifft.

¹⁾ Vergl. hierüber des Verfassers Aufsatz: Ueber graph. Integration. Diese Zeitschrift Bd. LXII, Nr. 15/16 (11./18. Oktober 1913).