Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 71/72 (1918)

Heft: 2

Artikel: Die Nivellements hoher Präzision und die internat. Vorschriften ihrer Fehler-Berechnung

Autor: Baeschlin, F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-34698

mit berufen sein, das Wesen dieser neuen Lebensgesinnung in charaktervollen und schönen Bauten, in gesunden Wohnungen und sozial gedachten Stadtanlagen zum Ausdruck zu bringen. Es gibt keinen Beruf, der mehr für die Zukunft sein kann, der seinen Arbeitsmöglichkeiten nach edler ist und worin sich die grosse, universal begabte Persönlichkeit freier und zugleich auch mehr als Diener der Allgemeinheit ausleben kann. Und darum komme ich auf den Anfang meiner Ausführungen zurück und sage: wer von uns Laien möchte angesichts der grossen Möglichkeiten, die in der Zukunftsarbeit des Architekten liegen, nicht mittun, wer möchte nicht teil haben an der Kulturarbeit unserer Baukunst und wer könnte die grosse Mission des Architektenberufs wohl in ihrem ganzen Umfang erkennen, ohne aus vollem Herzne zu wünschen:

Ich möchte wohl ein Baumeister sein!

Die Nivellements hoher Präzision und die internat. Vorschriften ihrer Fehler-Berechnung.

Von Prof. *F. Baeschlin*, Zürich.

(Schluss von Seite 3.)

Die Untersuchung zu Punkt 2

führen wir wie folgt:

Die beiden Formeln, die auf ihre Genauigkeit zu untersuchen sind, lauten:

$$\eta_k = \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\left[\frac{\Delta'\Delta'}{r}\right]}{n}} \quad \dots\dots \quad (A)$$

$$\eta'_k = \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{[\Delta'\Delta']}{L}} \quad \dots\dots \quad (B)$$

Die Grössen r und L sind durch die Gleichung verknüpft $[r] = L$.

Zunächst wollen wir den mittleren Fehler von η_k nach Formel (A) ableiten. Es ist:

$$\eta_k^2 = \frac{1}{4n}\left(\frac{\Delta'_1\Delta'_1}{r_1} + \frac{\Delta'_2\Delta'_2}{r_2} + \dots \frac{\Delta'_n\Delta'_n}{r_n}\right)$$

η_k^2 ist eine Funktion der Grössen Δ'. Nach dem allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz von Gauss lässt sich das mittlere Fehlerquadrat des mittleren Fehlers von η_k^2 berechnen, sobald wir die mittleren Fehler von Δ'_1, Δ'_2 ... Δ'_n anzugeben vermögen.

Wenn F eine Funktion von beobachteten Grössen $x_1, x_2 \dots x_n$ ist, wobei die mittleren Fehler dieser Grössen bezw. m_1, m_2, m_n sind, so ist der mittlere Fehler von F bezeichnet mit m_F bekanntlich

$$m_F^2 = \left(\frac{\delta F}{\delta x_1}\right)^2_{x_1 \dots x_n} m_1^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta x_2}\right)^2_{x_1 \dots x_n} m_2^2 + \dots + \left(\frac{\delta F}{\delta x_n}\right)^2_{x_1 \dots x_n} m_n^2.$$

Bezeichnen wir die mittleren Fehler von Δ'_1, Δ'_2, ... Δ'_n mit $\mu_1, \mu_2, \dots \mu_n$ so erhalten wir

$$\mu_{\eta_k^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta'_1}{2\,n\,r_1}\right)^2 \mu_1^2 + \left(\frac{\Delta'_2}{2\,n\,r_2}\right)^2 \mu_2^2 + \dots + \left(\frac{\Delta'_n}{2\,n\,r_n}\right)^2 \mu_n^2}$$

Δ'_1 ist eine Beobachtungsdifferenz, die als Repräsentant eines wahren Fehlers anzusprechen ist.

Der mittlere Fehler einer Grösse ist definiert durch die Formel

$$m = \sqrt{\frac{[\varepsilon\,\varepsilon]}{n}}$$

worin ε die wahren Fehler bezeichnen.

Der mittlere Fehler von m, bezeichnet mit μ_m, ist nach der Fehlertheorie bekanntlich

$$\mu_m = \frac{1}{\sqrt{2n}}\, m$$

Danach ist also der mittlere Fehler, der dem wahren Fehler Δ'_1 entspricht:

$$m_1 = \sqrt{\frac{\Delta'^2_1}{1}} = \Delta'_1$$

und der mittlere Fehler μ_1 dieser Bestimmung des mittleren Fehlers m_1 ist nach obigem:

$$\mu_1 = \frac{\Delta'_1}{\sqrt{2}}.$$

Analog $\quad \mu_2 = \dfrac{\Delta'_2}{\sqrt{2}}, \quad \dots \quad \mu_n = \dfrac{\Delta'_n}{\sqrt{2}}.$

So erhalten wir:

$$\mu_{\eta_k^2} = \pm\sqrt{\left(\frac{\Delta'_1}{2\,n\,r_1}\right)^2 \frac{\Delta'^2_1}{2} + \left(\frac{\Delta'_2}{2\,n\,r_2}\right)^2 \frac{\Delta'^2_2}{2} + \dots + \left(\frac{\Delta'_n}{2\,n\,r_n}\right)^2 \frac{\Delta'^2_n}{2}}$$

Nach Möglichkeit vereinfacht folgt:

$$\mu_{\eta_k^2} = \pm \frac{1}{n\sqrt{8}}\sqrt{\left[\frac{\Delta'^4}{r^2}\right]}$$

Dies ist der mittlere Fehler von η_k^2. Um den mittleren Fehler von η_k zu erhalten, schreiben wir:

$$\eta_k^2 \pm \frac{1}{n\sqrt{8}}\sqrt{\left[\frac{\Delta'^4}{r^2}\right]} = \eta_k^2\left(1 \pm \frac{1}{\eta_k^2 \cdot n\sqrt{8}}\sqrt{\left[\frac{\Delta'^4}{r^2}\right]}\right)$$

Ziehen wir aus diesem Ausdruck die Quadratwurzel aus, indem wir das Binom nach dem binomischen Satz entwickeln und mit dem Gliede 1. Ordnung abbrechen, so erhalten wir:

$$\eta_k\left(1 \pm \frac{1}{2\,n\,\eta_k^2\sqrt{8}}\sqrt{\left[\frac{\Delta'^4}{r^2}\right]}\right) = \eta_k \pm \frac{1}{2\,n\,\eta_k\sqrt{8}}\sqrt{\left[\frac{\Delta'^4}{r^2}\right]}$$

Der Ausdruck nach dem $\pm$ Zeichen stellt uns den mittleren Fehler von η_k, $\mu_{\eta k}$ dar.

Setzen wir für η_k nach Formel (A) den Wert ein, so erhalten wir

$$\mu_{\eta k} = \pm \frac{1}{\sqrt{8\,n}}\sqrt{\frac{\left[\frac{\Delta'^4}{r^2}\right]}{\left[\frac{\Delta'^2}{r}\right]}} \quad \dots \quad (C)$$

In analoger Weise leiten wir $\mu_{\eta'_k}$ ab:

$$\mu_{\eta'_k{}^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_1'}{2\,L}\right)^2 \frac{\Delta_1'^2}{2} + \left(\frac{\Delta_2'}{2\,L}\right)^2 \frac{\Delta_2'^2}{2} + \dots + \left(\frac{\Delta_n'}{2\,L}\right)^2 \frac{\Delta_n'^2}{2}}$$

oder kürzer

$$\mu_{\eta'_k{}^2} = \frac{1}{L\sqrt{8}}\sqrt{[\Delta'^4]}$$

$$\eta'^2_k \pm \frac{1}{L\sqrt{8}}\sqrt{[\Delta'^4]} = \eta'^2_k\left(1 \pm \frac{1}{\eta'^2_k L\sqrt{8}}\sqrt{[\Delta'^4]}\right)$$

Die Quadratwurzel ausgezogen und verfahren wie oben:

$$\eta'_k\left(1 \pm \frac{1}{2\,\eta'^2_k L\sqrt{8}}\sqrt{[\Delta'^4]}\right) = \eta'_k \pm \frac{1}{2\,\eta'_k\,L\sqrt{8}}\sqrt{[\Delta'^4]}$$

Auch hier stellt der Ausdruck nach dem $\pm$ Zeichen den mittleren Fehler von η'_k, bezeichnet mit $\mu_{\eta'_k}$, dar. Setzen wir nach Formel (B) den Wert von η'_k ein, so erhalten wir

$$\mu_{\eta'_k} = \frac{1}{\sqrt{8\,L}}\sqrt{\frac{[\Delta'^4]}{[\Delta'^2]}} \quad \dots\dots \quad (D)$$

Nach früherm stellt $\dfrac{\Delta_1'}{\sqrt{r_1}}$ eine Fehlergrösse dar, die auf 1 *km* Distanz reduziert ist. Alle Ausdrücke $\dfrac{\Delta}{\sqrt{r}}$ entsprechen also gleicher Genauigkeit.

Aus diesen Grössen kann man daher den biquadratischen Fehler gemäss seiner Definitionsformel bilden. Es ist

$$\nu^4 = \frac{[\varepsilon^4]}{n},$$

worin die ε wahre Fehler von Beobachtungen gleicher Genauigkeit sind. Daher wird

$$n\,\nu^4 = \left[\frac{\Delta'^4}{r^2}\right]$$

Analog ist: $\quad n\,\mu^2 = \left[\dfrac{\Delta'^2}{r}\right]$

Setzen wir das Gauss'sche Fehlergesetz voraus, so besteht bekanntlich ein einfacher Zusammenhang zwischen ν und μ und zwar ist

$$\nu^4 = 3\,\mu^4.$$

Setzen wir das in Formel (C) ein und kürzen so weit als möglich, so erhalten wir:

$$\mu_{\eta k} = \pm \frac{1}{\sqrt{8\,n}}\sqrt{3\,\mu^2} = \pm\sqrt{\frac{3}{8\,n}}\;\mu.$$

Das hier eingeführte μ ist aber der mittlere Fehler einer Differenz von Hin- und Rücknivellement über 1 *km*.

Dieses μ steht zu η_k nach früherm in der einfachen Beziehung

$$\mu = 2\,\eta_k$$

Damit wird endgültig:

$$\mu_{\eta k} = \pm \sqrt{\frac{3}{2\,n}}\;\eta_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (E)$$

In analoger Weise formen wir (D) um. Dabei ist aber zu beachten, dass die $\varDelta'$ ungleiche Genauigkeit haben, weil sie verschiedenen Distanzen r entspringen. Gleiche Genauigkeit weisen die Ausdrücke $\frac{\varDelta'}{\sqrt{r}}$ auf, da diese Fehlergrössen alle auf 1 *km* reduziert sind.

$$[\varDelta'^4] = \left[\frac{\varDelta^4}{r^2}\cdot r^2\right]$$

Wir ersetzen das einzelne $\frac{\varDelta^4}{r^2}$ durch seinen Mittelwert ν^4 und erhalten

$$[\varDelta'^4] = \nu^4\,[r^2]$$

Weiter ist: $[\varDelta'^2] = \left[\frac{\varDelta'^2}{r}\,r\right]$

Indem man hier das einzelne $\frac{\varDelta'^2}{r}$ durch seinen Mittelwert μ^2 ersetzt, folgt:

$$[\varDelta'^2] = \mu^2\,[r]$$

Damit wird aus Formel (IV):

$$\mu_{\eta' k} = \frac{1}{\sqrt{8\,L}}\sqrt{\frac{\nu^4\,[r^2]}{\mu^2\,[r]}}\,.$$

Wenn man hier $\nu^4 = 3\,\mu^4$ setzt und durch μ^2 kürzt, so folgt:

$$\mu_{\eta' k} = \frac{1}{\sqrt{8\,L}}\sqrt{\frac{3\,[r^2]}{[r]}}\cdot\mu$$

Beachten wir die Beziehungen

$$[r] = L\,; \quad \mu = 2\,\eta'_k = 2\,\eta_k\,,$$

da ja μ'_k und η_k einander gleichwertig sind, so erhalten wir schliesslich

$$\mu_{\eta' k} = \sqrt{\frac{3}{2\,L^2}\,[r^2]}\;\eta_k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (F)$$

Zunächst überzeugen wir uns, dass $\mu_{\eta k} = \mu_{\eta' k}$ wird, wenn wir alle r einander gleich annehmen. Dann wird $r = \frac{L}{n}$ und damit $[r^2] = n\,\frac{L^2}{n^2} = \frac{L^2}{n}$ und

$$\mu_{\eta' k} = \sqrt{\frac{3}{2\,n}}\;\eta_k\,.$$

Dies ist aber nach (E) gleich $\mu_{\eta k}$.

Es lässt sich jetzt nachweisen, dass (F) ein Minimum wird, wenn $r_1 = r_2 = \ldots = r_n = \frac{L}{n}$ wird, womit gezeigt wäre, dass (F) im allgemeinen einen grössern Wert annimmt als (E).

Die Funktion, deren Minimum durch die Variation der r wir nachweisen wollen, ist:

$$\sqrt{\frac{3}{2\,L^2}\,[r^2]}\;\eta_k$$

Für die r gilt aber noch die Bedingungsgleichung

$$[r] - L = 0.$$

Wir haben also ein Extremum mit einer Nebenbedingung zu untersuchen, und bilden daher die zusammengesetzte Funktion unter Zuhilfenahme einer Korrelate.

$$\Sigma = \sqrt{\frac{3}{2\,L^2}\,[r^2]}\cdot\eta_k - k\,([r] - L)$$

Die Bedingungen für ein Extremum sind dann bekanntlich:

$$\frac{\delta F}{\delta r_1} = 0\,, \quad \frac{\delta F}{\delta r_2} = 0 \;\ldots\; \frac{\delta F}{\delta r_n} = 0$$

$$\frac{\delta F}{\delta r_1} = \frac{r_1\sqrt{\frac{3}{2\,L^2}}}{\sqrt{[r^2]}}\,\eta_k - k = 0$$

$$\frac{\delta F}{\delta r_2} = \frac{r_2\sqrt{\frac{3}{2\,L^2}}}{\sqrt{[r^2]}}\,\eta_k - k = 0$$

$$\frac{\delta F}{\delta r_n} = \frac{r_n\sqrt{\frac{3}{2\,L^2}}}{\sqrt{[r^2]}}\,\eta_k - k = 0$$

Daraus folgt: $r_1 = \dfrac{k\sqrt{[r^2]}\;L\sqrt{\frac{2}{3}}}{\eta_k}$

$$r_2 = \frac{k\sqrt{[r^2]}\;L\sqrt{\frac{2}{3}}}{\eta_k}$$

$$r_n = \frac{k\sqrt{[r^2]}\;L\sqrt{\frac{2}{3}}}{\eta_k}$$

Damit ist bewiesen, dass für das Extremum alle r einander gleich sind. Dass dieses Extremum ein Minimum sei, ist leicht nachzuweisen. Bildet man die Summe der Gleichungen für die r, so erhalten wir:

$$[r] = L = \frac{n\,k\sqrt{[r^2]}\cdot L\sqrt{\frac{2}{3}}}{\eta_k}$$

Daraus folgt: $k = \dfrac{\eta_k}{n\sqrt{\frac{2}{3}\,[r^2]}}$

Setzt man diesen Wert für k in die Gleichungen für $r_1, r_2, \ldots r_n$, so folgt:

$$r_1 = r_2 = \ldots = r_n = \frac{L}{n}$$

Damit ist also folgendes bewiesen:

Die Berechnung des mittleren zufälligen 1 km-Fehlers erfolgt nach der bisherigen Formel (A) mit grösserer Sicherheit, als nach der von Lallemand eingeführten Formel (B). Allerdings ist zuzugeben, dass, da in der Praxis die r nahezu gleich sind, der Unterschied in der Genauigkeit kein sehr bedeutender sein wird. Immerhin ist damit gezeigt, dass die Ueberlegungen Lallemand's auf Seite 241 und 242 seines Berichtes im Verhandlungsprotokoll nicht ganz richtig sind. Nicht *seine* Formel ist die genauere, sondern die ältere, bisher allgemein gebrauchte. Weiter zeigt sich, dass seine Ueberlegungen, wonach den Grössen $\frac{\varDelta'}{\sqrt{r}}$ verschiedene Gewichte beigelegt werden sollen, unrichtig sind.

Dagegen fällt zu Gunsten der Lallemand'schen Formel ihre grössere Bequemlichkeit für die numerische Rechnung in Betracht; da diese beträchtlich ist und nach den soeben gemachten Bemerkungen die Sicherheit der Lallemand'schen Formel der Formel (A) wenig nachsteht, so kann man sich ohne weiteres damit einverstanden erklären, dass die international vorgeschriebene Formel (I) des Beschlusses über „Nivellements hoher Präzision" auf die Lallemand'sche Formel aufgebaut ist.

*

Es verbleibt uns noch, die Richtigkeit dieser Formel I des Beschlusses nachzuweisen.

Wir setzen: $\varDelta_1 = \varDelta_1' + \frac{S}{L}\,r_1$

$$\varDelta_2 = \varDelta_2' + \frac{S}{L}\,r_2$$

$$\varDelta_n = \varDelta_n' + \frac{S}{L}\,r_n\,.$$

Da aber $\sigma_k = \frac{1}{2}\,\frac{S}{L}$ ist, so kann oben $\frac{S}{L}$ durch $2\,\sigma_k$ ersetzt werden, womit wir erhalten

$$\varDelta_1 = \varDelta_1' + 2\,\sigma_k\,r_1 \quad \text{u. s. w.}$$

Quadrieren wir diese Gleichungen, so erhalten wir

$$\varDelta_1^2 = \varDelta_1'^2 + 4\,\sigma_k^2\,r_1^2 + 4\,\varDelta_1'\,\sigma_k\,r_1$$

$$\varDelta_n^2 = \varDelta_n'^2 + 4\,\sigma_k^2\,r_n^2 + 4\,\varDelta_n'\,\sigma_k\,r_n.$$

Bilden wir die Summe dieser n-Ausdrücke, so erhalten wir

$$[\varDelta\,\varDelta] = [\varDelta'\varDelta'] + 4\,\sigma_k^2\,[r^2] + 0\,,$$

da $[\varDelta'] = 0$ gesetzt werden kann. Immerhin sehen wir, dass wir, damit das dritte Glied rechts in aller Strenge gleich Null wird, hier die Annahme machen müssen $r_1 = r_1 = \ldots = r_n$, was bei der Ableitung der Formel (5) nicht nötig war.

Setzen wir das daraus folgende $[\varDelta'\varDelta']$ in Formel (B) ein, so erhalten wir

$$\eta_k' = \pm\,\frac{1}{2}\sqrt{\frac{[\varDelta\,\varDelta] - 4\,\sigma_k^2\,[r^2]}{L}}$$

Dehnt man die Summierung der Δ'^2 über das ganze Netz aus, so erhält man

$$\eta_r' = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[\Delta'\Delta'] \text{ Total}}{[L]}}$$

Das gibt

$$\eta_r' = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[\Delta\,\Delta] \text{ Total} - 4\,\sigma_r^2\,[r^2] \text{ Total}}{[L]}}$$

indem jedes einzelne σ_k^2 durch seinen Mittelwert σ_r^2 ersetzt wird.

Nach der frühern Formel (2) ist aber

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{4} \frac{\Sigma\left(\frac{S^2}{L}\right)}{\Sigma[L]}$$

Damit erhalten wir:

$$\eta_r'^2 = \frac{1}{4}\left[\frac{\Sigma\,\Delta^2}{\Sigma\,L} - \frac{\Sigma\,r^2}{(\Sigma\,L)^2}\,\Sigma\frac{S^2}{L}\right] \quad . \quad (11)$$

Dies ist aber die Formel (I) des Beschlusses.

Berechnung des systematischen Fehlers aus den Polygonschlüssen.

Kennen wir für ein Nivellementsnetz den mittleren zufälligen 1 *km*-Fehler und die wirklichen Polygonschlussfehler, so kann man aus diesen Daten den mittleren systematischen Fehler pro 1 *km* neuerdings berechnen.

Für jedes Polygon identifizieren wir den wirklichen Schlussfehler mit dem mittleren Schlussfehler. Darnach erhalten wir folgende Gleichung, weil sich der Polygonfehler aus dem zufälligen und systematischen Fehlern zusammensetzt:

$$f^2 = \eta_r^2\,[L] + \sigma_R^2\,[L^2]$$

Eine analoge Gleichung gilt für jedes Polygon. Wir schreiben eine solche Gleichung auch für das Umfassungspolygon an, dessen Schlussfehler gleich Σf ist.

Summieren wir dann alle diese Gleichungen so erhalten wir:

$$\Sigma f^2 = 2\,\eta_r^2\,[L] + 2\,\sigma_R^2\,[L^2],$$

denn da wir das Umfassungspolygon mitbenutzt haben, so tritt bei der Summierung jede Strecke zweimal auf, da jede Nivellementstrecke zwei Polygonen angehört.

$[L]$ stellt hier die Summe aller Nivellementstrecken des ganzen Netzes dar,

$[L^2]$ dagegen ist die Summe der Quadrate aller Streckenlängen des Netzes. Damit bekommen wir:

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{\Sigma\,(L^2)}\left[\frac{\Sigma\,(f^2)}{2} - \eta_r^2\,\Sigma\,(L)\right] \quad . \quad . \quad (12)$$

Dies ist aber Formel (III) des Beschlusses.

In Strenge müsste der Polygonschlussfehler eigentlich durch folgende Formel dargestellt werden:

$$f^2 = \eta_r^2\,[L] + \sigma_R^2\,[L^2] + \varrho^2\,[h^2]$$

wo ϱ die mittlere Unsicherheit des Lattenmeters darstellt und h der Höhenunterschied zwischen Anfang- und Endpunkt jeder Nivellementstrecke ist. Unter Benutzung dieser Formel erhalten wir

$$\sigma_R' = \pm \sqrt{\frac{[f^2] - 2\,\eta_r^2\,[L] - 2\,\varrho^2\,[h^2]}{2\,[L^2]}} \quad . \quad . \quad (13)$$

In einem Lande mit so grossen Höhenunterschieden, wie die Schweiz, wäre Formel (13) der international genehmigten Formel (III) vorzuziehen.

Schlussbemerkungen.

Lallemand wendet in seinem Bericht im Verhandlungs-Protokoll für 1912 die durch den Beschluss über „Nivellements hoher Präzision" genehmigte Fehlerberechnung auf die Landesnivellements von Oesterreich-Ungarn, Spanien, Preussen (Landesaufnahme) und Frankreich an, und findet nebenstehende Ergebnisse.

Aus dieser Zusammenstellung kann man folgende Schlüsse ziehen:

1. Die Präzisionsnivellements sind alle mit systematischen Fehlern behaftet, deren mittlerer Betrag im Sinne eines mittleren Fehlers pro 1 *km* Doppelnivellement bis auf über 0,30 *mm* steigen kann.

2. Infolge der teilweisen Kompensation der systematischen Fehler im Mittel des Hin- und Rücknivellements wird der mittlere systematische Fehler pro 1 *km* des Doppelnivellements, wie er aus den Polygonschlüssen folgt (σ_R), immer merklich kleiner, als jener, der aus den systematischen Abweichungen der beiden Resultate gefolgert wird (σ_r).

Am ausgeprägtesten ist dies bei Preussen, das den grössten Fehler σ_r, den kleinsten σ_R hat. Für Frankreich sind beide Werte nahezu gleich.

3. Der Einfluss der systematischen Fehler ist besonders zu befürchten für lange Nivellementstrecken in Netzen mit grossen Schleifen. Wenn man, wie das bis anhin meist geschah, die zufälligen Fehler nur aus den Polygonschlüssen ableitet, so erhält man viel zu grosse Werte. So wird z. B. für das französische und das preussische Netz dieser Fehler ungefähr verdoppelt, 2,55 *mm* und 2,25 *mm*, anstatt 1,20 *mm*.

Wenn alle übrigen Umstände gleich sind, so scheinen die Netze mit grossen Schleifen relativ weniger genau zu sein, als Netze mit kleinen Schleifen.

4. Im allgemeinen ist der Anteil der systematischen Fehler in den Polygonschlussfehlern grösser als der Anteil der zufälligen Fehler. Das trifft allein bei Preussen nicht zu, wo sich beide Fehlerteile ungefähr die Wage halten.

Um daher die Genauigkeit der grossen Nivellementslinien zu erhöhen, wäre eine Verminderung des systematischen Fehlers sehr viel wirksamer, als eine Reduktion der zufälligen Fehler. Es ist bemerkenswert, dass die systematischen Fehler bei allen betrachteten Netzen von gleicher Grössenordnung sind. Es scheint also, dass sie wenig von der angewandten Nivelliermethode oder den äussern Umständen abhängen. Gegenwärtig erscheint es als das beste Mittel, den Einfluss der systematischen Fehler zu vermeiden, die Schleifen möglichst klein zu wählen, wie das z. B. in Holland geschehen ist.

*

Den vorstehenden Entwicklungen und Betrachtungen mag man auch entnehmen, wie wichtig es ist, die beiden Nivellements in verschiedenem Sinne auszuführen. Auch wird es richtig sein, dass man die beiden Operationen an verschiedenen Tagen vornimmt, um möglichst andere äussere Verhältnisse zu haben. In der Schweiz wird noch weiter gegangen. Es werden die beiden Nivellements einer Strecke von zwei verschiedenen Beobachtern mit andern Instrumenten und Nivellierlatten durchgeführt; das letztgenannte ist in unserm coupierten Terrain sehr wichtig, damit auch die Verhältnisse des mittleren Lattenmeters variiert werden.

Es muss noch betont werden, dass über den systematischen Fehler des Nivellierens heute sozusagen nichts näheres bekannt ist, als seine Grösse.

Zum Schlusse möchte ich noch darauf hinweisen, dass die Schaffung der „Nivellements hoher Präzision" sehr zu begrüssen ist, indem die sog. „Präzisionsnivellements" einen mittleren *km*-Fehler von 4,5 *mm* zulassen. Diese Genauigkeitsgrenze entspricht eher technischen Nivellements als grundlegenden Arbeiten einer Landesvermessung. Ebenso sehr ist zu begrüssen, dass nunmehr ein einheitlicher Rechnungsmodus international vereinbart ist.

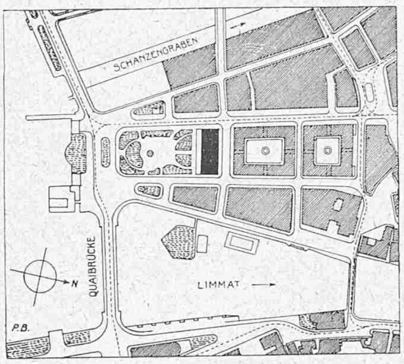
	Oest.-Ung.		Span.	Preussen	Frankreich
	westl. Teil	ganz			
Totale Länge der betrachteten Polygonlinie, *km*	6134	9150	6370	15,100	10,800
Zeitpunkt der Durchführung	1872/95	1872/90	1871/87	1867/88	1884/94
Mittlerer Umfang eines Polygons . . . km	333	540	690	300	550
Umfang des Umfassungspolygons . . *km*	3249	4717	4436	5644	3900
Schlussfehler des Umfassungspolygons *mm*	93	84	297	98	51
Mittlere Länge einer Niv.-Strecke . . *km*	65	75	135	73	108
Mittlerer syst. 1 *km* Fehler des Mittels v. Hin- und Rückniv. – Aus Vergleichg. von σr Hin und Her . . . . *mm*	0,29	—	0,26	0,33	0,18
Mittlerer syst. 1 *km* Fehler des Mittels v. Hin- und Rückniv. – Aus Polygonschlüssen, σR . . *mm*	0,24	0,27	0,26	0,12	0,17
Mittlerer zuf. 1 *km*-Fehler des Mittels von Hin- und Herniv. ηr . . . . . *mm*	1,37	1,50	1,95	1,20	1,19
Mittlerer Polygonschlussfehler . . . *mm*	56	85	110	34	60

Die Grenzen sind allerdings sehr eng, insbesondere ist der systematische Fehler sehr klein gewählt. Für ein Land mit grossen Höhenunterschieden, wie die Schweiz, wird es Mühe kosten, diese Grenze einzuhalten. Aber das ist eben das Erzieherische der aufgestellten engen Fehlergrenzen, dass sie zu weiterer Vervollkommnung anspornen.

Ich bin überzeugt, dass die Schweiz. Landestopographie es erreichen wird, dass unser neues, in der Durchführung begriffenes Landesnivellement in die Kategorie dieser Nivellements hoher Präzision fällt.

Zur Stellung des Nationalbank-Neubaues in Zürich.

Noch ehe seitens der Stadtverwaltung der nördlichste Teil der „Stadthaus-Anlagen" als Bauplatz an die Schweiz. Nationalbank verkauft worden war, d. h. also vor der bezügl. Volksabstimmung, war von Architekten-Seite massgebenden Orts der Vorschlag gemacht worden, den Neubau nicht hinten, sondern vorn, seewärts, in die Anlagen zu stellen. Dadurch könnte der für die Oeffentlichkeit wertvollste, schattigste Teil der Anlage, mit seiner prächtigen Mittel-Allee erhalten werden, wodurch die der Anlagenschmälerung wenig geneigte Bevölkerung für die Genehmigung eher zu haben wäre. Man wollte damals auf die Idee nicht eintreten, unter Vertröstung auf den Nationalbank-Wettbewerb, anlässlich dessen bezügliche Umgestaltungs-Vorschläge ermöglicht werden könnten usw., und der Landverkauf am Nordende der Anlage wurde mit knappem Mehr durch die Abstimmung hindurch gebracht. Leider wurde dann die Anregung bei der spätern Wettbewerbs-Veranstaltung vergessen; die Umgestaltung der Anlagen kam auch im bezüglichen Gutachten kaum zur Geltung.



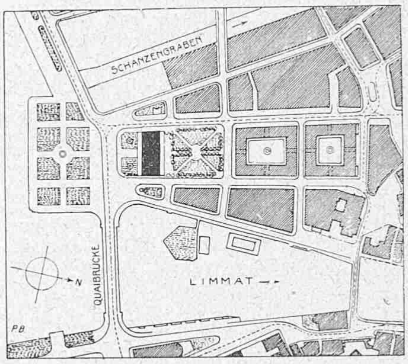


Abb. 1. Geplante Stellung. — Masstab 1 : 10 000. — Abb. 2. Vorschlag Birkenholz.

Inzwischen hat Architekt *Peter Birkenholz* in Zürich, ohne Kenntnis jenes ersten Vorschlags, die gleiche Idee gefasst, in einer Skizze veranschaulicht und uns gebeten, diese als bezügliche Anregung zu veröffentlichen. Wir entsprechen diesem Wunsche umso lieber, als der Wettbewerb Gross-Zürich Gelegenheit gibt, sich dieser obern, jetzt ziemlich unerfreulich ausgefransten Stadtendigung sowieso ordnend anzunehmen.

Dass die Promenade mit ihrem wichtigen Diagonaldurchgang durch die Stellung der Nationalbank ungefähr nach Abbildung 2 ihrer bisherigen praktischen Bestimmung weit besser erhalten bliebe, als nach geplanter Stellung (Abb. 1), ist wohl ausser Frage; die in Abbildung 2 eingezeichneten Bäume sind die vorhandenen, alten Kastanien. Der Musikpavillon müsste an geeignete Stelle in den hintern Teil versetzt werden.

Auch die Bank käme vorn besser zur Wirkung; ihr rückwärtiger Haupteingang wäre weit würdiger, als an der Börsenstrasse, und räumlich würde sie im Verein mit den bestehenden drei Blockfronten den schattigen Baumplatz wirkungsvoll einschliessen. Aber auch für die Platzgestaltung *vor* der Bank, also seewärts, wäre diese Stellung wertvoller, der Bau käme vom See her ganz anders zur Geltung, als im Hintergrund der Anlage, deren Erhaltung als schattige Promenade dem Volk anlässlich der Abstimmung *versprochen* worden ist. Gerade aus diesem Grunde, scheint uns, wäre eine Verlegung des Bauplatzes in den vordern, wenig erfreulichen Teil bei vorhandenem Willen wohl durchzuführen. Was Birkenholz als seeseitige Quaierweiterung gezeichnet hat, ist natürlich nur andeutungsweise zu nehmen; man kann sich bessere und billigere Lösungen leicht vorstellen. Wir möchten deshalb die Teilnehmer am Zürcher Wettbewerb ermuntern, diese Idee zu studieren und sie als Detail-Vorschlag ihrer Arbeit einzufügen. Mit dem Bau der Bank wird es wohl keine solche Eile haben, dass man nicht das in einigen Wochen zu gewärtigende Konkurrenz-Ergebnis abwarten könnte.

Miscellanea.

Ueber die Festigkeit der Kegelschale. Das Elastizitäts-Problem für die dünnwandige Kegelschale läuft auf die Integration der sogen. elastischen Gleichungen hinaus. Die von *A. Stodola* und *H. Keller* [1]) durchgeführten ersten Lösungen benutzten als Unbekannte, nach klassischer Methode, die zwei Deformations-Komponenten, die durch zwei Differentialgleichungen zweiter, bezw. dritter Ordnung zusammenhängen. Diese sind komplizierter Natur, sodass ihre Integration nur durch verwickelte Reihensätze (Stodola) oder durch „Rechnen mit kleinen Differenzen" (Keller) durchführbar ist, und die Erzielung numerischer Ergebnisse stösst schon in ganz einfachen Belastungsfällen auf erhebliche rechnerische Schwierigkeiten. In dem verwandten Falle der Kugelschale hat *Reissner* durch gleichzeitige Anwendung von Deformations- und Spannungsvariablen die mathematische Lösung auf eine neue Form gebracht, die sich durch eine eigentümliche Symmetrie der Gleichungen kennzeichnet. Diese Symmetrie hat dann *E. Meissner* zur Vereinfachung der Lösung benutzt, die er auf die Integration einer einzigen Differentialgleichung zweiter Ordnung zurückführte. Gestützt auf Meissners Resultate hat seinerzeit *L. Bolle* für den Fall der *Kugelschale* ein auch für die Praxis bequemes Rechnungsverfahren entwickelt, über das er in Band LXVI dieser Zeitschrift (28. August und 4. September 1915) ausführlich berichtet hat. Seinerseits hat nun *Fr. Dubois* in seiner Promotionsarbeit die von Meissner angegebene Lösung für das Elastizitätsproblem der *Kegelschale* ausgearbeitet und die Anwendung der entsprechenden Formeln und numerischen Resultate auf praktische Beispiele des Maschinenbaus gezeigt. Zu unserem Bedauern müssen wir, Raummangels wegen, davon absehen, auf diese sehr ausführliche Arbeit näher einzutreten; doch sei hiermit den Technikern, die sich mit derartigen Problemen zu befassen haben, deren Studium angelegentlichst empfohlen.

Simplon-Tunnel II. *Monats-Ausweis Dezember 1917.*

Tunnellänge 19 825 *m*			Südseite	Nordseite	Total
Firststollen:	Monatsleistung	*m*	21	136	157
	Stand am 31. Dez.	*m*	8240	8677	16917
Vollausbruch:	Monatsleistung	*m*	35	87	122
	Stand am 31. Dez.	*m*	8235	8581	16816
Widerlager:	Monatsleistung	*m*	—	94	94
	Stand am 31. Dez.	*m*	8184	8478	16662
Gewölbe:	Monatsleistung	*m*	—	112	112
	Stand am 31. Dez.	*m*	8184	8438	16622
Tunnel vollendet am 31. Dez.		*m*	8184	8326	16622
	In % der Tunnellänge	%	41,2	42,7	83,9
Mittlerer Schichten-Aufwand im Tag:					
	Im Tunnel		51	290	341
	Im Freien		17	115	132
	Im Ganzen		68	405	473

Sowohl auf der Nordseite wie auf der Südseite wurde an $25\frac{1}{2}$ Tagen gearbeitet.

A. von Morlot, eidg. Oberbauinspektor, tritt, wie wir im Bundesblatt lesen, auf den 31. März d. J. von diesem Posten zurück, den er 27 Jahre lang eingenommen hat und auf dem ihm vergönnt war, in ruhiger aber unermüdlicher Tätigkeit im ganzen Schweizerlande viel nützliche und gute Arbeit zu leisten. Wir verweisen nur auf das ausgedehnte Kapitel der Wasserverbauungen und Flusskorrektionen, an dem der Bund jahraus jahrein sich in ausgiebiger Weise beteiligt. Unser Kollege hat von 1863 bis 1866 an der Eidgen. Technischen Hochschule studiert, von 1866 bis 1867 bei Ingenieur Lauterburg in Bern praktisch gearbeitet und zur weiteren Ausbildung 1867/68 die Ecole des Ponts et Chaussées besucht.

[1]) *H. Keller* „Berechnung gewölbter Platten", S. B. Z. Bd. LXI, März 1913.