

Zeitschrift:	Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber:	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band:	69/70 (1917)
Heft:	14
Artikel:	Berechnung statisch unbestimmter Eisenbeton-Konstruktionen mit Berücksichtigung der Torsionsspannungen
Autor:	Kasarnowsky, S.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-33856

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Diensteingang ist die Einfüllung zum Eisschrank (*E*), davor die Speisekammer, anschliessend Dienst-Klosett, Besenraum und Küche. In dieser ist ein freistehender Herd eingebaut worden (Abb. 10, S. 158); unter die Hallentreppe geschoben ist eine raumsparende Sitznische mit Tisch (*T* in Abb. 3). Ein Speisenaufzug bedient den oberen Stock (Abb. 4) vom Office her, wo u. a. die Silberspültröge und ein Silberschrank eingebaut sind.

Wie die Grundrisse zeigen, erfuhrend die Gesellschaftsräume (Abb. 3) eine wesentliche Umformung im Sinne axialer Orientierung. Weniger geändert wurde die Einteilung im III. Stock. Im Dachstock schuf der Architekt zwei von einander getrennte Raumgruppen: die eine, für die Herrschaft und ihre Gäste, liegt an dem kleinen, recht stimmungsvollen Korridor (Tafel 22 oben); die andere ist für die Dienerschaft bestimmt (Abb. 5).

Sowohl Halle wie Gesellschaftsräume sind durchweg von grossen Abmessungen und in der Ausstattung, wenn auch nicht prunkvoll, doch von einer gewissen Eleganz und Gediegenheit, wie aus den Tafeln und den Abbildungen 7 bis 9 zu sehen. Es ist klar, dass wie das verwendete Material, so auch die Installationen durchweg erst-

und Heizkammer (mit Dunstgefäß und Befeuchtungs-Düsen) hindurch dem Raume zu. Im Sommer dient die Heizkammer zur Abkühlung der Luft. Aus der Halle wird die verbrauchte Luft durch einen zweiten Ventilator abgesaugt und je nach Bedarf entweder durch den Wäsche-Tröcknerraum oder direkt über Dach abgeführt. Die Temperaturregelung dieser Lüftungsanlage erfolgt automatisch. Toilette, W. C. und Bad haben einen besondern Ventilator.

Der gesamte Umbau konnte in der bemerkenswert kurzen Zeit vom 1. April bis 1. Oktober 1913 durchgeführt werden. Diese Leistung, wie überhaupt die ganze, geschickte Lösung der komplizierten Aufgabe durch den Architekten, dürfte auch in Fachkreisen berechtigte Anerkennung finden.

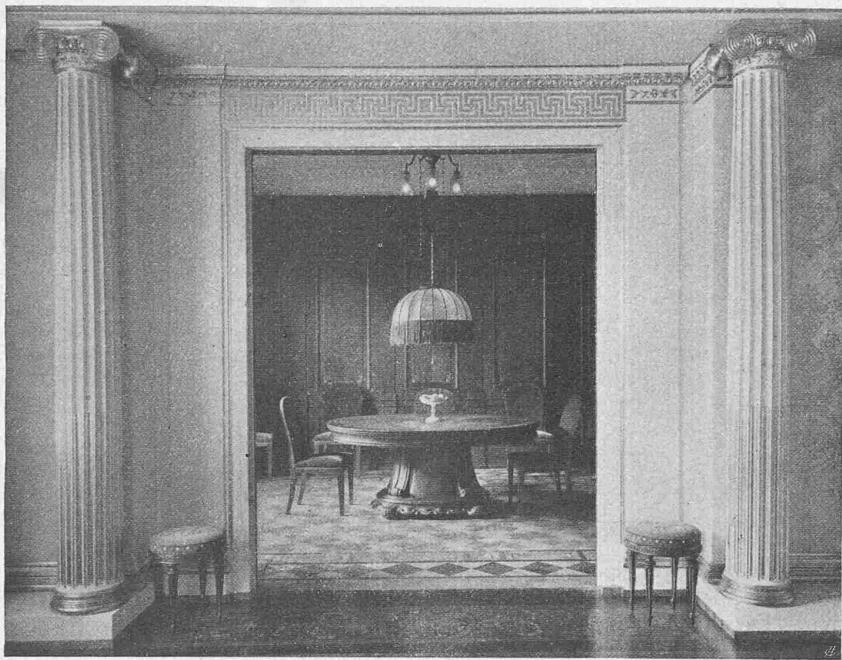


Abb. 9. Blick aus dem neuen Salon ins Esszimmer.

Berechnung statisch unbestimmter Eisenbetonkonstruktionen mit Berücksichtigung der Torsionsspannungen.

Von S. Kasarnowsky, Ingenieur, Zürich.

(Fortsetzung von Seite 144.)

III. Der kontinuierliche Balken auf elastisch drehbaren Stützen.

1. Allgemeines. Der grösste Teil der im Eisenbetonbau gebräuchlichen durchgehenden Träger sind Balken auf

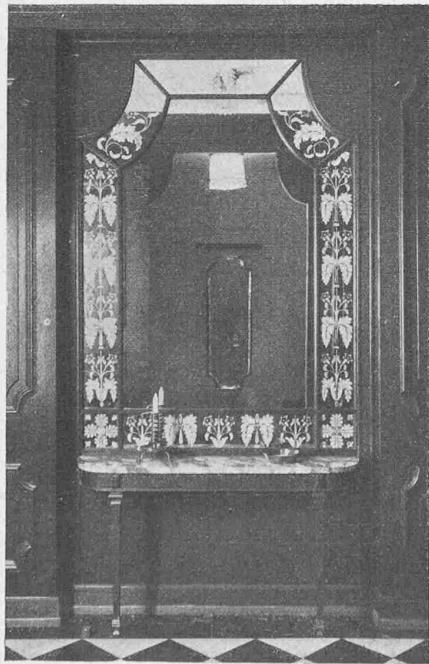


Abb. 7. Wandspiegel im Entree (II. Stock).

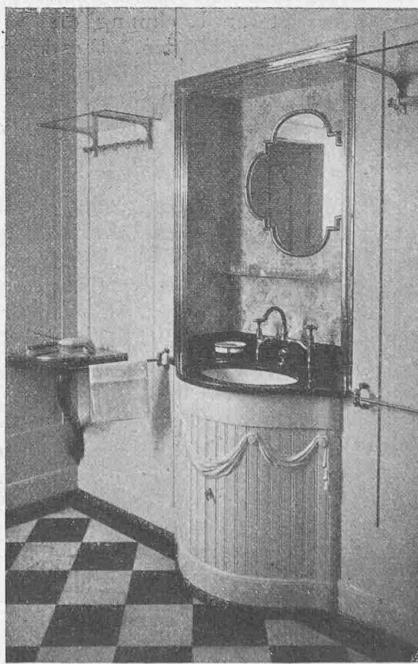


Abb. 8. Garderobe-Toilette (II. Stock).

klassig sind. Insbesondere betrifft dies die durch Gebrüder Sulzer (Winterthur) eingerichtete Heizung und Pulsions-Lüftung der Halle. Ein Ventilator saugt die frische Luft an der Südseite des Daches an und führt sie durch Stofffilter

elastisch drehbaren Auflagern. Die technische Literatur der letzten Jahre weist eine ganze Reihe von Arbeiten auf, die sich mit der Statik des mit seinen Stützen starr verbundenen kontinuierlichen Balkens, des sogenannten kontinuierlichen

Rahmens beschäftigen. Liegt nun ein kontinuierlicher Balken auf Querträgern, die gegen Verdrehungen senkrecht zu ihrer Axe, teilweise oder ganz eingespannt sind, so entsteht ein Tragwerk, das in seiner Arbeitsweise einem kontinuierlichen Rahmen ähnlich ist. Ein solcher Balken

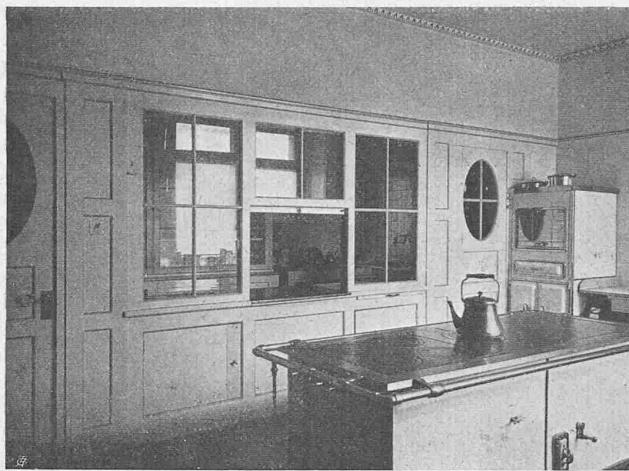


Abb. 10. Küche im II. Stock, gegen Office gesehen (vergl. S. 156).

ist der Gegenstand vorliegender Untersuchung. Beide Träger haben das gemein, dass sie in den Auflagern sich nicht frei drehen können. Es ist für den Gang der Berechnung einerlei, ob das Kräftepaar, das die Drehung stört, von einer Säule oder von einem Querträger herührt. Die vorliegende Berechnung kann also für kontinuierlichen Rahmen, bei entsprechender Verallgemeinerung auch für kontinuierliche Stockwerkrahmen benutzt werden.

2. Wahl des Hauptsystems. In der Praxis wird ein solcher Träger (Abbildung 5) in der Regel vorläufig als ein freiaufliegender berechnet. Auf Grund dieser ersten Rechnung kann der Balken provisorisch dimensioniert werden. Erst dann geht man an die genaue Rechnung mit Berücksichtigung der elastisch drehbaren Auflager. Will man eine praktisch brauchbare Berechnungsmethode für ein solches hochgradig unbestimmtes System aufstellen, so muss man bei weiterer Rechnung die Resultate der ersten Rechnung verwerten können. Dies kann nur dann erreicht werden, wenn man als Hauptsystem den kontinuierlichen freiaufliegenden Träger wählt.

Als statisch unbestimmte Größen werden dann die Momente μ in den Pfeilerköpfen, oder die Torsionsmomente in den Querträgern eingeführt (Abbildung 6). Nimmt man an, dass die Stützen keine vertikalen Verschiebungen erleiden, so fallen weitere statisch unbestimmte Größen weg.

Das Biegunsmoment M des Trägers ist eine lineare Funktion der statisch unbestimmten Momente $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \dots$ (siehe Abbildung 6).

$$M = M_0 + r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + r_3 \mu_3 + \dots \quad (27)$$

wobei M_0 das Biegunsmoment im Hauptsystem, $r_1, r_2, r_3 \dots$ die den Belastungszuständen $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1, \mu_3 = 1$ usw. entsprechenden Momentlinien bedeuten.

Das Trägheitsmoment des Balkens sei in jedem Feld konstant, von Feld zu Feld aber verschieden. Wir nehmen an, dass die Festpunkte des Hauptsystems nach irgend einem analytischen oder graphischen Verfahren bestimmt sind.

Um eine r -Linie, z. B. r_3 zu bestimmen, lassen wir auf das Hauptsystem $ABC \dots$ ein Moment $\mu_3 = 1$ wirken (Abbildung 7). Im einfachen Balken BC entsteht dabei eine Momentenlinie $BC''C$, wobei $C''C = 1$ ist. Zu dieser Momentenfläche lassen sich die beiden Auflagermomente wie folgt bestimmen:

Die Kreuzlinienabstände sind nach W. Ritter¹⁾ die statischen Momente der Momentenfläche des einfachen Balkens, dividiert durch $\frac{1}{6} l_2^2$. In unserem Falle ist die

Momentenfläche $\frac{l_2}{2}$, ihre statischen Momente sind $\frac{l_2}{2} \cdot \frac{2}{3} l_2$ und $\frac{l_2}{2} \cdot \frac{1}{3} l_2$. Dividiert man diese Werte durch $\frac{1}{6} l_2^2$, so ergeben sich die Kreuzlinienabstände zu $BB'' = 2$ und $CC'' = 1$. Die Konstruktion der Auflagermomente für $M_3 = 1$ gestaltet sich jetzt folgenderweise:

Der Schnittpunkt L der Drittelslinie mit BC'' wird mit C verbunden. Durch die Schnittpunkte der Festpunktvirkalen mit BL und LC ist dann die Schlusslinie $B'C$ bestimmt. Die Konstruktion der anderen Zweige der r_3 -Linie erfolgt dann nach bekannter Regel (siehe Abb. 7).

3. Neigungswinkel des Trägers. Die $J_0 E$ -fachen Tangentenwinkel der elastischen Linie des Balkens $ABCD \dots$, wobei J_0 ein beliebiges Trägheitsmoment bedeutet, an den Auflagern $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$, sind auch lineare Funktionen der Momente $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \dots$, wir können schreiben:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_{01} + \delta_{11} \mu_1 + \delta_{12} \mu_2 + \delta_{13} \mu_3 + \dots \\ \varphi_2 &= \varphi_{02} + \delta_{21} \mu_1 + \delta_{22} \mu_2 + \delta_{23} \mu_3 + \dots \\ \varphi_3 &= \varphi_{03} + \delta_{31} \mu_1 + \delta_{32} \mu_2 + \delta_{33} \mu_3 + \dots \end{aligned} \quad (28)$$

Es bedeuten hier

$\varphi_{01}, \varphi_{02}, \varphi_{03}$ die $J_0 E$ -fachen Tangentenwinkel im Hauptsystem infolge Belastung durch die äusseren Kräfte

δ_{11} die $J_0 E$ -fache Drehung des Balkens in A infolge $\mu_1 = 1$
 δ_{12} " $J_0 E$ " " " " " A " $\mu_2 = 1$
 usw.

δ_{21} die $J_0 E$ -fache Drehung des Balkens in B infolge $\mu_1 = 1$

δ_{22} " $J_0 E$ " " " " " B " $\mu_2 = 1$
 usw.

δ_{33} z. B. ist die $J_0 E$ -fache Drehung des Balkens in E infolge $\mu_3 = 1$.

Nach dem Maxwell'schen Satz von der Gegenseitigkeit der Formänderung sind

$$\delta_{12} = \delta_{21}; \quad \delta_{23} = \delta_{32} \text{ usw.}$$

Infolge der starren Verbindungen mit dem Träger drehen sich die Auflager um den gleichen und entgegengesetzten Winkel wie der Balken. Für die meisten Anwendungen ist es zulässig, die horizontalen Verschiebungen der Auflager zu vernachlässigen.

Die Drehungen der Auflager (Säulen oder Querträger) sind dann proportional den Kopfmomenten $\mu_1, \mu_2 \dots$ (Treten horizontale Verschiebungen der Säulenköpfe auf, so sind

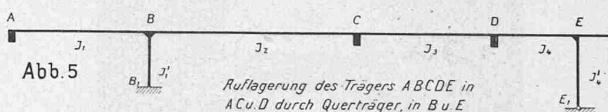


Abb. 5

Auflagerung des Trägers ABCDE in ACu D über Querträger, in B u E durch Säulen.

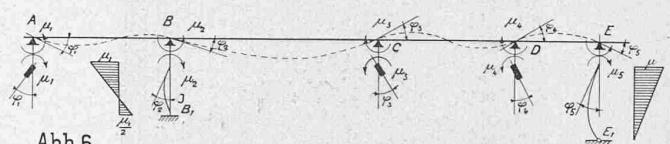


Abb. 6

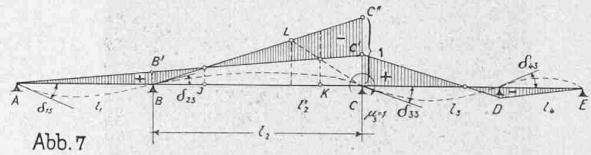


Abb. 7

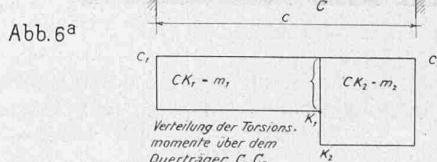


Abb. 6a

¹⁾ W. Ritter: Anwendung der graphischen Statik, Band III.

1. Ständige Last $g = 2,00 \text{ t/m}^1$

Grösstes positives Moment

$$M_0^+ = 0,07 \cdot 2 \cdot 10^2 = + 14,0 \text{ mt}$$

Auflagermoment

$$M_0^- = 1,25 \cdot 2 \cdot 10^2 = - 25,0 \text{ mt}$$

2. Bewegliche Last $p = 4,00 \text{ t/m}^1$

Grösstes positives Moment

$$M_0^+ = 0,095 \cdot 4 \cdot 10^2 = + 38,0 \text{ mt}$$

Auflagermoment bei Belastung eines Feldes

$$M_0^- = - 0,0625 \cdot 4 \cdot 10^2 = - 25,0 \text{ mt}$$

Mit Hilfe dieser Momente können die Träger und Säulen provisorisch dimensioniert werden. Wir erhalten für den Träger ABC den Querschnitt $90/40$ und das Trägheitsmoment $J_0 = 4250000 \text{ cm}^4$, für den Träger $A_1 A_2$ den Querschnitt $110/50$ und die Torsionsziffer $T = 3350000 \text{ cm}^4$, für die Säule BB_1 den Querschnitt $55/40$ und das Trägheitsmoment $J' = 550000 \text{ cm}^4$. Es ergeben sich dann

$$\frac{J_0}{J'} = \frac{4250000}{550000} = 7,7 \quad \text{und mit } \frac{E}{G} = 2,20$$

$$\frac{J_0}{T} \cdot \frac{E}{G} = \frac{425000}{3350000} \cdot 2,20 = 2,8$$

Was die r -Linien anbetrifft, so ergibt sich die r_1 -Linie ohne weiteres, wenn man aus A' durch den Festpunkt H den Geradenzug $A'B''C$ zieht. Die r_2 -Linie besteht in unserem Falle aus Symmetriegründen aus zwei Geraden AB'' und $B'C$, wobei $B'B = B''B = \frac{1}{2}$ sind (Abbildung 8a).

Die Koeffizienten δ und Θ lassen sich wie folgt bestimmen. Aus der Abbildung 8a ergeben sich:

$$\delta_{11} = \frac{l}{6} (2 - 0,25) = \frac{10}{6} \cdot 1,75 = 2,92 \text{ m}$$

$$\delta_{21} = - \frac{l}{6} (1 - 2 \cdot 0,25) = - \frac{10}{6} \cdot 0,5 = - 0,83 \text{ m}$$

$$\delta_{22} = \frac{l}{6} 2 \cdot 0,50 = 1,67 \text{ m}$$

$$\delta_{12} = \frac{l}{6} (- 0,50) = - 0,83 \text{ m} \quad (\text{Probe})$$

Aus der Gleichung (33) erhält man mit $c_1 = c_2 = \frac{c}{2}$

$$\Theta_1 = \frac{J_0 E}{TG} \cdot \frac{c_1 c_2}{c} = \frac{c}{4} \cdot \frac{J_0 E}{TG} = \frac{10}{4} \cdot 2,8 = 7,0 \text{ m}$$

Aus der Gleichung (31) folgt mit $h = 5,25 \text{ m}$

$$\Theta_2 = \frac{J_0 h}{J' c} = 7,7 \cdot \frac{5,25}{4} = 10,1 \text{ m}$$

Es können nun die Gleichungen für die Momente μ_1, μ_2 aufgestellt werden:

$$(2,92 + 7,0) \mu_1 - 0,83 \mu_2 = - \varphi_{01}$$

$$- 0,83 \mu_1 + (1,67 + 10,1) \mu_2 = - \varphi_{02}$$

Die Verdrehungen des Hauptsystems φ_{01} und φ_{02} werden für zwei Belastungsfälle ermittelt:

Erster Belastungsfall: für totale Belastung des Trägers ABC mit $q = 2 + 4 = 6 \text{ t/m}^1$. Man erhält

$$\varphi_{01} = \frac{q l^3}{24} - \frac{q l^2}{8} \cdot \frac{l}{6} = \frac{q l^3}{48} = \frac{6 \cdot 10^8}{48} = 125 \text{ m}^2 t$$

und $\varphi_{02} = 0$

Zweiter Belastungsfall: Feld AB total, Feld BC mit $g = 2,0 \text{ t/m}^1$ belastet. Man erhält

$$\varphi_{01} = 2 \cdot 125 - 50 \cdot \frac{10}{6} = 167 \text{ m}^2 t$$

$$\varphi_{02} = 2 \cdot 125 + 50 \cdot \frac{2 \cdot 10}{6} = - 84 \text{ m}^2 t$$

Mit Benutzung der Gleichungen (35) bestimmen sich μ_1', μ_2' zu

Erster Belastungsfall: Zweiter Belastungsfall:

$$\mu_1' = - \frac{125}{9,92} = - 12,6 \text{ mt} \quad \mu_1' = - \frac{167,0}{9,92} = - 16,8 \text{ mt}$$

$$\mu_2' = 0 \quad \mu_2' = \frac{+ 82}{11,77} = + 6,4 \text{ mt}$$

Die genaue Rechnung liefert für den 1. Belastungsfall

$$\Delta \mu_1 = 0 \quad \Delta \mu_2 (1,67 + 10,1) = + 0,88 \cdot 12,6$$

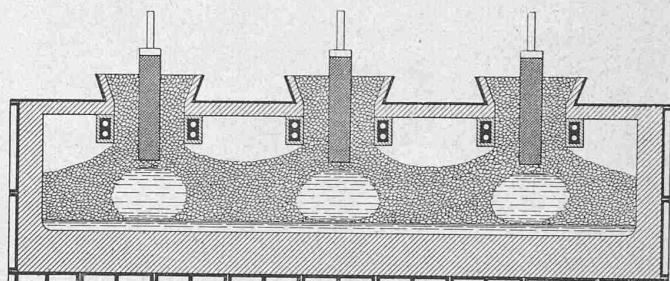
oder

$$\Delta \mu_2 = \mu_2 = + 0,94 \text{ mt}$$

In der Abbildung 8b ist die Momentenlinie für den zweiten Belastungszustand eingezeichnet. Man erhält für das grösste positive Moment den Wert $+ 42,2 \text{ mt}$ statt $14 + 38 = 52 \text{ tm}$ der ersten Rechnung. (Schluss folgt.)

Miscellanea.

Der Helfenstein-Ofen in Domnarfvet. Seit 1. Mai 1913 befindet sich im schwedischen Werk Domnarfvet, das durch die seinerzeitige Durchführung eines Probetriebes mit dem Roheisen-Elektro-Ofen von Grönwall, Lindblad und Stalhane auf dem Gebiete, der elektrischen Eisenerzeugung bahnbrechend vorgegangen ist¹⁾ auch ein Elektro-Hochofen Bauart Helfenstein von 12000 PS in Betrieb. Der in der beigegebenen, „Stahl und Eisen“ entnommenen Abbildung schematisch im Schnitt dargestellte Ofen hat rund 11 m Länge und 4 m Breite; die Höhe bis zur Beschickungsbühne beträgt 5 m, bzw. einschliesslich der rund 6 m hohen Materialsilos



Schematischer Längsschnitt eines Elektro-Hochofens nach Bauart Helfenstein.

sowie der Stromzufuhr- und Regulierungs-Einrichtungen insgesamt 11 m. Jedes Elektrodenbündel führt bei Vollast 30000 bis 40000 A bei einer Spannung von 80 bis 100 V. Ueber die Arbeitsweise des Ofens und die ersten Betriebs-Ergebnisse haben wir bereits auf S. 287 von Band LXV (19. Juni 1915) einige Angaben gemacht. In „Stahl und Eisen“ vom 2. November 1916 gibt nun Dr. Max Oesterreich in Wien darüber nähere Einzelheiten, aus denen insbesondere ersichtlich ist, dass seither der Elektroden-Verbrauch von 7 auf 2 kg pro t Roheisen vermindert werden konnte. Im übrigen zeigen die Ergebnisse, dass der Helfenstein-Ofen, der als Niederschacht-Ofen bezeichnet werden kann, sich in bezug auf elektrischen Energieaufwand und Kohlenverbrauch ungünstiger stellt, als der Hochschacht-Ofen nach Bauart Grönwall. Dieser Nachteil wird jedoch ausgeglichen durch das geringere Anlagekapital, den geringeren Elektrodenverbrauch, den grösseren Heizwert der Abgase, die leichtere betriebstechnische Handhabung des Ofens, die Möglichkeit der Verwendung von unbrikettiertem Schlich und die geringere Arbeiterzahl. Auch lässt sich im Helfenstein-Ofen Koks als Reduktionsmittel verwenden, doch kann darüber bei der kurzen Betriebsperiode mit Koks noch kein abschliessendes Urteil abgegeben werden. Die mit dem Helfenstein-Ofen gemachten Erfahrungen waren im übrigen derart ermutigend, dass gegenwärtig in Norwegen eine Anlage von 6000 bis 8000 PS im Bau ist, die im Laufe dieses Jahres in Betrieb genommen werden soll. Es soll bei dieser Anlage besonderer Wert auf eine rationelle Gewinnung und Ausnutzung der Abgase gelegt werden.

Der Torsiograph, ein neues Instrument zur Untersuchung von Wellen. Von den bisher zur Bestimmung der in einer Welle auftretenden Erscheinungen verwendeten Apparaten hat wohl der Torsionsindikator von Föttinger, der bei der Untersuchung von Schiffsmaschinenwellen wertvolle Dienste geleistet hat, die grösste Verbreitung gefunden. Für eine allgemeine Untersuchung genügt er jedoch nicht, da man mit ihm die Weg- und Geschwindigkeitsschwankungen der Welle nicht messen und ihn nicht an jeder beliebigen Stelle der Welle anbringen kann. Demgegenüber gestattet der von Dr.-Ing. Jos. Geiger in der „Z. d. V. d. I.“ beschriebene „Torsiograph“ die Messung der Winkelabweichung umlaufender Wellen, d. h. der Abweichung, am Wellenumfang einer ungleichmässig laufenden Welle von einer mit der gleichen Umlaufzahl genau gleichmässig rotierenden Welle. Dieser Apparat zeigt also nicht die Geschwindigkeitsschwankung (Ungleichförmigkeitsgrad) einer Welle an, sondern die Wegschwankung an deren Umfang, eine Grösse, die bei vielen Betrieben, wie z. B. beim Parallelbetrieb von Wechselstrom-Generatoren, bei Papiermaschinen usw. ungleich wichtiger ist, als die erstgenannte. Aus dem aufgenommenen Diagramm der Wegschwankungen lässt sich dann der Ungleichförmigkeitsgrad in einfacher Weise ermitteln. Mittels eines Bandes aus

¹⁾ Vergl. Bd. LIX, S. 164 (23. März 1912) und Bd. LXI, S. 336 (21. Juni 1913).