

Zeitschrift:	Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber:	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band:	69/70 (1917)
Heft:	13
Artikel:	Berechnung statisch unbestimmter Eisenbeton-Konstruktionen mit Berücksichtigung der Torsionsspannungen
Autor:	Kasarnowsky, S.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-33852

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Berechnung statisch unbestimmter Eisenbeton-Konstruktionen mit Berücksichtigung der Torsionsspannungen. — Das neue Chemiegebäude der Universität Basel. — Miscellanea: Zersetzung-Erscheinungen an Gusseisen, „Deutsche Bücherei“ in Leipzig. Erweiterung des Hauptbahnhofes Zürich. Elektrische Schiffsteuerung. Wasserundurchlässiger Zement von hoher Festigkeit. Ausbau der Iller-Wasserkräfte. —

Literatur: Der gegenwärtige Stand der Technik der elektrischen Kochapparate. Eingangene literarische Neuigkeiten. — Vereinsnachrichten: Bernischer Ingenieur- und Architekten-Verein, Gesellschaft ehemaliger Studierender der Eidgenössischen Technischen Hochschule: Stellenvermittlung. Tafeln 19 und 20: Das neue Chemiegebäude der Universität Basel.

Band 69. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 13.

Berechnung statisch unbestimmter Eisenbeton-Konstruktionen mit Berücksichtigung der Torsionsspannungen.

Von S. Kasarnowsky, Ingenieur, Zürich.

Eine Eigentümlichkeit der monolithischen Bauweise ist das Auftreten von Torsionsspannungen. Diese Spannungen, die bei Holz- und Eisenkonstruktionen von ungeordneter Bedeutung sind, erreichen in Eisenbetonbauten unter Umständen die Sicherheit der Konstruktion erheblich herabsetzende Werte. Anderseits vermindern sie in vielen Fällen die Biegsungsbeanspruchungen, sodass bei Berechnung und Entwurf einer Eisenbetonkonstruktion, mit Berücksichtigung der Torsionsspannungen, eine bessere Materialverteilung erzielt werden kann.

Man begegnet in Fachkreisen einem gewissen Misstrauen gegen Berechnungen statisch unbestimmter Systeme, bei denen die Formänderungen infolge der Torsionsmomente berücksichtigt werden müssen. Die technische Literatur weist nur wenige Abhandlungen dieser Art auf.¹⁾ Dieses Misstrauen ist die Folge der Unzulänglichkeit der alten Theorie der Torsion, die, wie sich später mit Hilfe der mathematischen Elastizitätstheorie erwies, nur für kreisförmige Querschnitte richtig ist.

Die Beziehung zwischen spezifischem Drehungswinkel (Drehungswinkel pro Längeneinheit des Stabes) $\frac{d\vartheta}{ds}$ und Torsionsmoment M_t eines homogenen Prismas, kann wie folgt dargestellt werden:

$$\frac{d\vartheta}{ds} = \frac{M_t}{GT} \quad \dots \quad (1)$$

Es bedeuten hier G den Gleitmodul und T eine Grösse von der Dimension eines Trägheitsmomentes.

Bezeichnet man mit f den Querschnitt eines Stabes und mit ϑ das polare Trägheitsmoment, so wird nach de Saint Venant

$$T = \frac{f^4}{\psi \vartheta} \quad \dots \quad (2)$$

In dieser Gleichung bedeutet ψ einen Zahlenwert, der für die gebräuchlichsten Querschnitte zwischen 39,5 und 42,7 variiert. De Saint Venant schlägt einen Mittelwert $\psi = 40$ vor.

Für das Rechteck mit den Seiten h und b ($h > b$) ergibt sich aus (2)

$$T = \frac{1}{\psi_0} \cdot \frac{b^3 h^3}{(b^2 + h^2)} \quad \dots \quad (3)$$

C. Bach findet aus Versuchen für ψ_0 die Gleichung

$$\psi_0 = 3,645 - 0,06 \frac{h}{b}$$

Führt man das Seitenverhältnis $k = b/h$ ein, so wird die Gleichung (3), mit Berücksichtigung von ψ_0 , zu

$$T = \frac{h^3}{(1 + k^2) \left(3,645 - \frac{0,06}{k} \right)} \cdot h^4 \quad \dots \quad (4)$$

Einen grossen Fortschritt bedeuten die Arbeiten von A. Föppl. Für T bestimmt Föppl für den im Eisenbetonbau gebräuchlichsten Querschnitt, das Rechteck, mit Hilfe einer Reihenentwicklung folgenden Ausdruck²⁾ (wobei T hier wiederum als Funktion von h dargestellt und $k = b/h$ ist)

$$T = h^4 \frac{k^3}{3} \left[1 - \frac{1024}{\pi^5} k \left\{ Tg \left(\frac{1}{k} \cdot \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{3^5} Tg \left(\frac{1}{k} \cdot \frac{3\pi}{2} \right) + \frac{1}{5^5} Tg \left(\frac{1}{k} \cdot \frac{5\pi}{2} \right) + \dots \right\} \right] \quad \dots \quad (5)$$

¹⁾ «Berechnungen der Balkonträger» von Koenen, deutsche Bauzeitung 1885. «Nebenspannungen in Brückengewölben mit drei Gelenken» von E. Mörsch, Zeitschr. für Arch.- und Ingenieurwesen, 1900. «Die Festhalle in Breslau» von Ing. Trauer & Gehler, Armierter Beton, 1913.

²⁾ A. Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik, V. Band.

Die Formeln (4) und (5) stimmen für praktische Zwecke befriedigend überein. Man erhält z. B. für

$k = \frac{b}{h}$	Nach de Saint Venant (Gleichung 4)	Nach A. Föppl (Gleichung 5)
0,10	$T = 0,000325 h^4$	$T = 0,000312 h^4$
0,50	$T = 0,028370 h^4$	$T = 0,028540 h^4$
1,00	$T = 0,139470 h^4$	$T = 0,140000 h^4$

Da die Grösse T in den folgenden Ausführungen häufig gebraucht wird, empfiehlt es sich, dafür einen besonderen Namen, die Torsionsziffer einzuführen. Die folgende, mit Hilfe der Formel (4) berechnete Tabelle für T erleichtert die Zahlenrechnung.

Tabelle I.

$k = \frac{b}{h}$	$\frac{T}{h^4}$	$k = \frac{b}{h}$	$\frac{T}{h^4}$	$k = \frac{b}{h}$	$\frac{T}{h^4}$
0,10	0,0003252	0,40	0,015727	0,70	0,064681
0,12	0,0005418	0,42	0,017984	0,72	0,069012
0,14	0,0008376	0,44	0,020340	0,74	0,073807
0,16	0,001222	0,46	0,022845	0,76	0,078028
0,18	0,001706	0,48	0,025535	0,78	0,082690
0,20	0,002311	0,50	0,028370	0,80	0,087450
0,22	0,003013	0,52	0,031353	0,82	0,092191
0,24	0,003852	0,54	0,034497	0,84	0,097233
0,26	0,004822	0,56	0,037788	0,86	0,102223
0,28	0,005933	0,58	0,041221	0,88	0,10736
0,30	0,007213	0,60	0,044801	0,90	0,11256
0,32	0,008596	0,62	0,048521	0,92	0,11790
0,34	0,010164	0,64	0,052372	0,94	0,12310
0,36	0,011875	0,66	0,056331	0,96	0,12850
0,38	0,013758	0,68	0,060450	0,98	0,13396
0,40	0,015727	0,70	0,064681	1,00	0,13947

Die Formeln (2), (4) und (5) gelten für homogene Körper, bei denen Proportionalität zwischen Drehungswinkel und Torsionsmoment besteht. Die Versuche über Widerstandsfähigkeit von Beton und Eisenbeton gegen Verdrehung, Heft 16 des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, enthalten viele Messungen, die eine Abweichung vom Geradlinien-Gesetz zeigen. Jedoch sind diese Abweichungen, in der Zone der zulässigen Spannungen, nicht grösser, als die entsprechenden Abweichungen bei Biegung.

Stellt man an die Genauigkeit der Rechnung keine höhere Anforderung, als es allgemein im Eisenbetonbau üblich, so kann man die Formeln (1), (2) und (3) als Grundlage für die Berechnung statisch unbestimmter Systeme benutzen. Die sich darauf beziehenden folgenden Entwicklungen sind keineswegs erschöpfend; sie umfassen nur einige häufig vorkommende Konstruktionen des Tief- und Hochbaues. Da die gefundenen Resultate sich praktisch mehrfach bewährt haben, so zögert der Verfasser nicht, sie der Fachwelt mitzuteilen.

Es werden folgende vier Konstruktionen untersucht:

I. Der Balkonträger.

II. Der Fahrbahnträger.

III. Der kontinuierliche Balken auf elastisch drehbaren

Stützen. — Liegt der kontinuierliche Balken auf Querträgern auf, die teilweise oder ganz gegen Verdrehung eingespannt sind, so entsteht ein Tragwerk, das in seiner Arbeitsweise einem kontinuierlichen Rahmen ähnlich ist.

IV. Im letzten Abschnitt wird der Einfluss der Wind- und Fliehkräfte auf den eingespannten Bogen untersucht. Die im modernen Brückenbau häufig vorkommenden Rippen- und Zwillingsbögen sind gegen Kräfte ausserhalb der Bogenebene sehr empfindlich. Eine Untersuchung der

Wirkung der Windkräfte sollte daher bei grösseren Spannweiten nicht unterlassen werden. Dies umso mehr, als eine Berechnung nach dem hier entwickelten Näherungsverfahren verhältnismässig wenig umständlich ist.

I. Der Balkonträger.

Das Tragwerk besteht aus einem Balken AA' und zwei in der Mauer eingespannten Konsolen (Abbildung 1). Denkt man sich den Träger AA' herausgeschnitten, so kann bei symmetrischer Belastung des Balkonträgers das Gleichgewicht durch Anbringen einer Vertikalreaktion V und eines Kräftepaars M_A hergestellt werden (Abbildung 2).

Abbildung 1

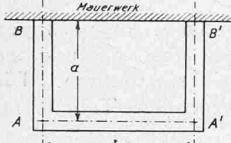
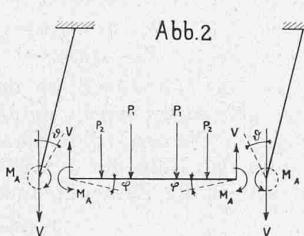


Abbildung 2



Der Balken AA' ist durch die äusseren Kräfte P , die Auflagerreaktionen V und die Auflagermomente M_A beansprucht. Das Biegemoment M setzt sich zusammen aus dem Moment M_0 des einfachen Balkens AA' und M_A

$$M = M_0 - M_A$$

Ein konstantes Trägheitsmoment J vorausgesetzt, bestimmt sich der JE -fache Neigungswinkel φ von AA' in A aus

$$JE \varphi = - \int_0^l M dx = - \int_0^l M_0 dx + M_A \frac{l}{2}$$

Das erste Glied in dieser Gleichung ist die halbe Momentenfläche $F/2$ des Balkens; man erhält demnach:

$$JE \varphi = - \frac{F}{2} + M_A \frac{l}{2} \quad \dots \quad (5)$$

Die Konsolen AB und $A'B'$ sind durch die Reaktion V , die äusseren Kräfte K und das Moment M_A beansprucht. Das letztere wirkt hier in einer Ebene senkrecht zur Trägeraxe, d. h. es ist in Bezug auf AB ein Torsionsmoment. Die Verdrehung des Konsolenkopfes A berechnet sich dann mit Hilfe der Gleichung (1) zu

$$\vartheta = \int_0^a \frac{M_A ds}{GT} = \frac{M_A}{G} \int_0^a \frac{ds}{T} \quad \dots \quad (6)$$

Infolge ihrer steifen Verbindung ist die Neigung des Balkens AA' in A gleich und entgegengesetzt der Verdrehung des Konsolkopfes A' , also $\varphi = -\vartheta$.

Mit Berücksichtigung der Gleichungen (5) und (6) erhält man:

$$- \frac{F}{2} + M_A \frac{l}{2} = - M_A \frac{JE}{G} \int_0^a \frac{ds}{T}$$

und

$$M_A = - \frac{F/l}{1 + \frac{2JE}{GT} \int_0^a \frac{ds}{T}}$$

Nun ist bekanntlich $\frac{F}{l} = M_i$ das Auflagermoment eines vollkommen eingespannten symmetrisch belasteten Balkens AA' ; wir können also schreiben

$$M_A = \frac{M_i}{1 + \frac{2JE}{GT} \int_0^a \frac{ds}{T}} \quad \dots \quad (7)$$

Ist T konstant, so vereinfacht sich die Gleichung (7) zu

$$M_A = \frac{M_i}{1 + \frac{2JE}{GT} \cdot \frac{a}{l}} \quad \dots \quad (8)$$

Zahlenbeispiel: Träger AA' : $l = 4,0 \text{ m}$, Querschnitt $40/25 \text{ cm}$. — Konsole AB : $a = 2,0 \text{ m}$, Querschnitt $40/30 \text{ cm}$. Der Träger AA' sei durch eine gleichmässige Belastung von $q = 1,0 \text{ t/m}^2$ beansprucht. Man erhält dann:

$J = \frac{l}{12} \cdot 25 \cdot 40^3 = 133000 \text{ cm}^4$ und mit Hilfe der Tabelle I, für $k = \frac{30}{40} = 0,75$, $T = 0,076 \cdot 40^4 = 195000 \text{ cm}^4$; der Nennerausdruck in der Formel (8) wird mit $\frac{E}{G} = 2,5$

$$1 + 2 \frac{J}{T} \frac{E}{G} \frac{a}{l} = 1 + \frac{133000}{195000} \cdot 2,5 \cdot \frac{2,0}{4,0} = 2,71$$

In unserem Falle wird

$$M_i = \frac{q l^2}{12} = \frac{1,0 \cdot 4^2}{12} = 1,33 \text{ mt}$$

und

$$M_A = \frac{1,33}{2,71} = 0,49 \text{ mt}$$

Das grösste positive Moment in AA' ergibt sich zu

$$M_{\max}^+ = \frac{1}{8} \cdot 1,0 \cdot 4,0^2 = 0,49 = 1,51 \text{ mt}$$

Die Konsolen sind in B durch ein Biegemoment

$$M_B = 2 \cdot 1,0 \cdot 2 = 4,0 \text{ mt}$$

und durch ein Torsionsmoment

$$M_A = 0,49 \text{ mt}$$

beansprucht. Die grösste Torsionsspannung berechnet sich nach St. Venant, ohne Berücksichtigung der Bewehrung, zu

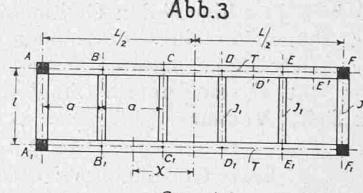
$$\tau_{\max} = \left(3 + \frac{2,6}{0,45 + \frac{h}{b}} \right) \frac{M_A}{b^2 h} = \left(3 + \frac{2,6}{0,45 + 1,33} \right) \frac{49000}{30^2 \cdot 40} = 6,1 \text{ kg/cm}^2$$

Nach deutschen Vorschriften¹⁾ beträgt die zulässige Torsionsspannung $\tau_{\text{zul}} = 4,0 \text{ kg/cm}^2$. Um dieser Vorschrift zu genügen, müsste die Konsolbreite erhöht werden oder die überschüssigen Spannungen durch eine besondere Armierung aufgenommen werden.

II. Der Fahrbahnträger.²⁾

Die Fahrbahnträger der Eisenbetonbrücken sind mit den Hauptträgern starr verbunden. Sind mehrere Hauptträger vorhanden, so können in den meisten Fällen, mit genügender Genauigkeit, die Fahrbahnträger als freiaufliegende, durchgehende Balken berechnet werden. Hat die Brücke aber nur zwei Hauptträger (z. B. Brücke mit versenkter Fahrbahn), so versagt die gebräuchliche Berechnungsmethode.

Die Auflagermomente der Fahrbahnträger BB_1 , CC_1 usw. (Abbildung 3) können hier nur mit Zuhilfenahme der durch sie erzeugten Deformation der Hauptträger berechnet werden.



Die folgenden Entwicklungen beschränken sich auf eine symmetrische Belastung der Brücke. Es werden die zwei wichtigsten Belastungsfälle untersucht:

A) Das Feld AFF_1A_1 ist derart belastet, dass in jedem zur Brücke senkrechten Schnitt die Belastung die gleiche ist. Z. B. Belastung durch Lokomotivräder, die über die ganze Feldweite regelmässig verteilt sind, durch Menschengedränge und das Eigengewicht der Fahrbahn.

B) Es ist nur ein Fahrbahnträger belastet, z. B. durch Wagen- oder Dampfwalzenräder.

A) Erster Belastungsfall. Die Hauptträger der Brücke AF und A_1F_1 sind auf Biegung und Torsion beansprucht. Die auf AF und A_1F_1 wirkenden Torsionsmomente sind die Auflagermomente der Fahrbahnträger BB_1 , CC_1 usw. Wir bezeichnen mit

- a den Abstand zweier Fahrbahnträger,
- l die Spannweite der Fahrbahnträger,
- L die Spannweite der Hauptträger,

¹⁾ Die schweizerischen Eisenbetonvorschriften enthalten darüber keine Bestimmung.

²⁾ Die hier behandelte Aufgabe ist zum Teil im Buche von Prof. K. Hager «Vorlesungen über Theorie des Eisenbetons» enthalten. Indessen ist die dort gegebene Lösung falsch; ihre Berichtigung durch den Verfasser dieser Abhandlung erfolgte in «Armierter Beton», Jahrgang 1917, I.

Der Neigungswinkel φ des Trägers CC_1 an den Auflagern C und C_1 ist gegeben durch die Gleichung

$$\varphi = \frac{M_1 l}{2 J_1 E} - \frac{F_1}{2 J_1 E}$$

Bezeichnet man mit φ' und φ'' die Neigungswinkel der Endträger AA_1 und FF_1 und mit M_1' und M_1'' ihre Auflagermomente, so werden, da nach Voraussetzung die Endträger unbelastet sind:

$$\varphi' = \frac{M_1' l}{2 J_0' E} \text{ und } \varphi'' = \frac{M_1'' l}{2 J_0'' E} \quad \dots \quad (22)$$

Ist ϑ der Verdrehungswinkel des Hauptträgers in C , so werden, wie aus der Abbildung 4 zu sehen ist:

$$\vartheta = \frac{M_1' x'}{TG} + \varphi' \text{ und } \vartheta = \frac{M_1'' x''}{TG} + \varphi''$$

Mit Benutzung von (22) erhält man

$$\frac{M_1' x'}{TG} + \frac{M_1' l}{2 J_0' E} = \frac{M_1'' x''}{TG} + \frac{M_1'' l}{2 J_0'' E}$$

Die Gleichgewichts-Bedingung gegen Verdrehung liefert uns

$$M_1' + M_1'' = M_1$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt dann mit:

$$\frac{J_1 E}{TG} = \varrho; \quad \frac{J_1}{J_0'} = a' \text{ und } \frac{J_1}{J_0''} = a'' \quad \dots \quad (23)$$

$$M_1' = M_1 \frac{x'' \varrho + l a''}{l(\varrho + a' + a'')} \quad \dots \quad (24)$$

Nun ist die Verdrehung des Hauptträgers ϑ gleich und entgegengesetzt der Neigung des Fahrbahnträgers φ ; also auch:

$$\frac{M_1 l}{2 J_1 E} - \frac{F_1}{2 J_1 E} = - \left(\frac{M_1' x'}{TG} + \frac{M_1' l}{2 J_0' E} \right)$$

Aus den Gl. (23) und (24) ergibt sich: mit $M_1 = \frac{F_1}{l}$

$$M_1 \left[\frac{2(x' \varrho + l a'')(x'' \varrho + l a'')}{l^2(\varrho + a' + a'')} + 1 \right] = M_1 \quad \dots \quad (25)$$

Sonderfälle: Sind die beiden Endträger so steif, dass die Winkel $\varphi', \varphi'' = 0$ gesetzt werden können, so wird mit $a' = 0$ und $a'' = 0$

$$M_1 \left[\frac{2 \varrho x' x''}{l^2} + 1 \right] = M_1$$

Ein weiterer Sonderfall entsteht, wenn der Querträger in der Feldmitte sich befindet; man findet dann mit $x' = x'' = \frac{L}{2}$

$$M_1 \left[\frac{\varrho L^2}{2 l^2} + 1 \right] = M_1 \quad \dots \quad (26)$$

(Forts. folgt)

Das neue Chemiegebäude der Universität Basel.

Von Architekt Th. Hünerwadel, Hochbauinspektor II, Basel.

(Mit Tafeln 19 und 20.)

Bis zum Jahre 1910 war die anorganische Abteilung der Chemischen Anstalt der Universität Basel neben der Physikalischen Anstalt im Bernoullianum untergebracht. Die organische Abteilung hatte in einem Privatgebäude in Klein-Basel Unterkunft gefunden. Im Bernoullianum litten

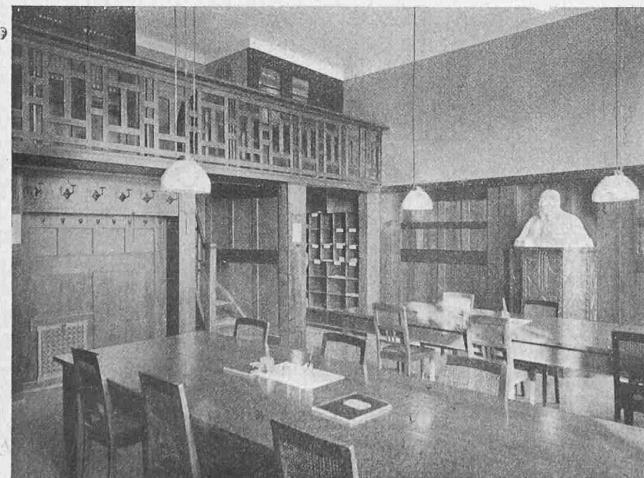


Abb. 10. Bibliothek und Lesezimmer.

beide Anstalten unter starker Raumnot, sodass die Erstellung eines Neubaus für die Chemische Anstalt nicht mehr zu umgehen war. Nach sorgfältigen Studien an neueren ähnlichen Anstalten des In- und Auslandes wurde dem

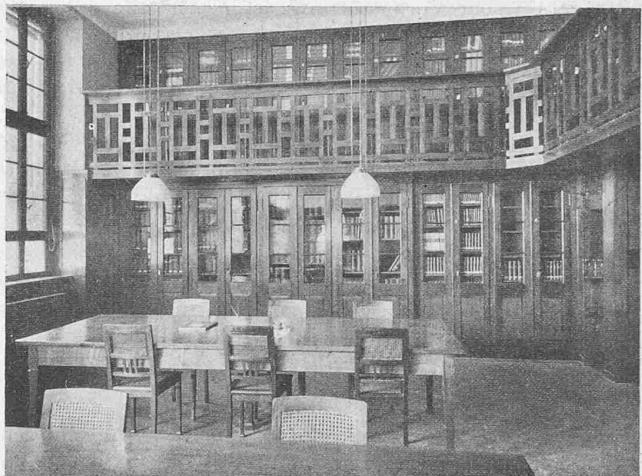


Abb. 11. Bibliothek und Lesezimmer.

Grossen Rate ein Projekt zu einem Neubau vorgelegt. Am 16. November 1907 beschloss diese Behörde den Bau und erteilte den erforderlichen Kredit. Mit den Bauarbeiten wurde im Frühjahr 1908 begonnen und nach zweijähriger Bauzeit, d. h. zum Beginn des Sommersemesters 1910, wurde das Gebäude nach einfachem festlichen Akt seiner Bestimmung übergeben.

Als Bauplatz diente der ehemalige Turnplatz St. Johann an der Spitalstrasse (Abbildung 1); das Gebäude ist so orientiert, dass die eine Längsfassade nach N-O, die andere

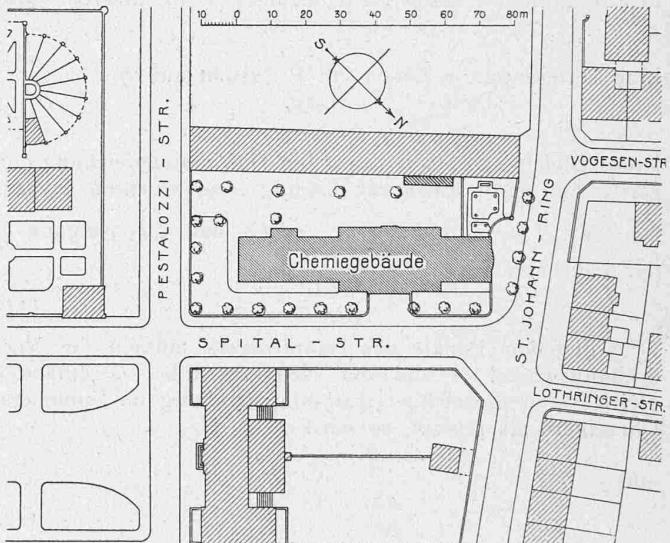


Abb. 1. Lageplan. — Masstab 1:2000.

nach S-W gerichtet ist. Die Einteilung des Hauses ist in grossen Zügen folgende (vergl. Abbildungen 2 bis 6): Das Erdgeschoss enthält die physikalisch-chemischen Räume, den Maschinenraum mit der Hauptschalttafel, eine Werkstatt, einen Fabrikraum, die Hauptmagazinräume und das pharmazeutische Laboratorium. Im ersten Stock sind die Räume der anorganischen und im zweiten jene der organischen Abteilung untergebracht. Der grosse Hörsaal im ersten Stock mit 125 Sitzplätzen dient beiden Abteilungen gemeinsam, ebenso der kleine im zweiten Stock und das Bibliothek- und Lesezimmer (vergl. auch die Abbildungen 7 bis 11). Ueber dem grossen Hörsaal liegt die Abwartwohnung. Die Räume für die Niederdruckdampfheizung und für die Pulsionslüftung sind in einem tiefliegenden Kellergeschoss untergebracht (Abb. 4 bis 6).