Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 67/68 (1916)
Heft: 21

Artikel: Ueber die Bestimmung der Ortskurven in der graphischen Wechselstromtechnik
Autor: Bloch, Otto
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-33111

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Ueber die Bestimmungen der Ortskurven in der graphischen Wechselstromtechnik. — Kleinwohnungsbauten der Architekten Fritschi & Zangerl in Winterthur. — Der Bruch des Staudamms an der Weissen Desse. — Miscellanea: Die „Old Trails"-Brücke über den Colorado River. XIII. Schweizer. Kunstausstellung 1917. Geschweisste Stahlröhren für Gasfernversorgung. British Association for the Advancement of Science. Eidgenössische Technische Hochschule. — Konkurrenzen: Schweizerische Nationalbank in Zürich. Bebauungsplan Bözingen. — Korrespondenz: Zum Wettbewerb für Bahnhof und Postgebäude Biel. — Vereinsnachrichten: Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Gesellschaft ehemaliger Studierender: Excursion des groupes romands de la G. e. P. au Chemin de fer Nyon-St-Cergue-Morez; Stellenvermittlung.

Tafeln 33 u. 34: Kleinwohnungsbauten der Arch. Fritschi & Zangerl, Winterthur.

Band 68. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 21.**

Ueber die Bestimmung der Ortskurven in der graphischen Wechselstromtechnik.

Dr. Ing. *Otto Bloch*, Bern.

I. Teil.

Einleitung.

In Nr. 11 dieses Bandes vom 9. September 1916 der „Schweiz. Bauzeitung" wurde im Hinblick auf die Frage der „Berücksichtigung des Wicklungssinnes in der theoretischen Elektrotechnik" ein Beispiel gegeben. Im Verlauf der im übrigen rein graphischen Untersuchung jenes Motors sahen wir uns gezwungen, einen Vektor *rechnerisch* zu bestimmen, um die Vektordiagramme richtig aufzeichnen zu können. Es wurde zwar in einer Fussnote erwähnt, dass die Rechnung durch die Konstruktion des geometrischen Ortes jenes Vektors ersetzt werden könnte. Die Durchführung dieses Verfahrens mussten wir uns aber in jenem Zusammenhang versagen. Hier soll diese Lücke ausgefüllt werden.

Es ist nun aber von allgemeiner Bedeutung für die graphische Wechselstromtechnik, ein Verfahren zur Bestimmung der Ortskurven zu kennen. *Wir wollen deshalb hier das Problem gleich in seiner allgemeinen Form anpacken.* Indem wir uns gestatten werden, im folgenden wiederholt auf das erwähnte Beispiel hinzuweisen, wird es uns möglich sein, die Vorstellungen zu präzisieren und die Darstellung kürzer zu gestalten, während wir gleichzeitig den Vorteil geniessen, die Anwendung der zu entwickelnden Methode auf einen bestimmten Fall zeigen zu können. Der Leser ist also ersucht, beim Lesen des Folgenden sich den besagten Artikel vor Augen zu halten.

Wir beschränken unsere Betrachtungen hier ausschliesslich auf solche Wechselstromprobleme, bei denen die Wechselgrössen als *zeitlich rein sinusförmig veränderlich* angesehen werden dürfen. Für solche Aufgaben können die den zu untersuchenden Vorgang beherrschenden Grundgleichungen durch vektorielle Schreibweise äusserlich stets auf die Form einer reinen algebraischen Gleichung ohne transzendente Glieder gebracht werden. Diese Gleichungen werden nun tatsächlich zu algebraischen Gleichungen, wenn wir die einzelnen Vektoren als komplexe Zahlen auffassen, die ihre unmittelbare Abbildung als Vektoren in der Gauss'schen Zahlenebene finden.[1]) Dieser Weg ist auch in unserem Beispiel eingeschlagen worden. In der Tat haben wir dort mit Hilfe der Kirchhoff'schen Regeln und der Grundgesetze des Elektro-Magnetismus und der Induktion 13 Bedingungsgleichungen aufgestellt, die sämtliche rein linear in den Amplituden der in Frage stehenden Wechselgrössen sind. Durch Elimination haben wir hierauf den Vektor $\boldsymbol{Fy}$ durch Konstante des Problems und den als bekannt und konstant angenommenen Vektor $\boldsymbol{Fx}$ ausgedrückt. Wir erhielten als Quotienten der beiden Vektoren den Quotienten zweier komplexer Zahlen, deren jede eine lineare Funktion des Parameters v war.[2]). In unserem besondern Fall war der Parameter v ein Mass für die Geschwindigkeit des Motors. Aber wir können auch die Veränderung irgend einer andern Grösse, wie z. B. des Widerstandes, der Kapazität, der Streuung, der Spannung, der Periodenzahl usw. durch den Parameter messen. Wir können daher allgemein sagen:

Da die Grundgleichungen der uns hier interessierenden Probleme stets lineare algebraische Bedingungsgleichungen zwischen den Amplituden der Wechselgrössen sind, deren eine als bekannt vorausgesetzt ist, so ergibt die Berechnung notwendig jeden Vektor als ein von den Konstanten des Problems abhängiges Vielfaches des bekannten Vektors. Da ferner sämtliche Konstanten des Problems komplexe Grössen sein können, so wird im allgemeinen auch dieser Proportionalitätsfaktor $\boldsymbol{P}$ zwischen den beiden Vektoren eine komplexe Zahl sein. Verändern wir nun irgend eine der Konstanten der Bedingungsgleichungen, indem wir einen sie messenden Parameter verschiedene Werte durchlaufen lassen, so wird die den berechneten Vektor darstellende komplexe Zahl als Funktion dieses Parameters erscheinen und in der Gauss'schen Zahlenebene einen geometrischen Ort durchlaufen. Ist im besondern, was wir voraussetzen wollen, *die zu messende Grösse eine rationale Funktion des Parameters, so wird auch der berechnete Vektor eine rationale, im allgemeinen gebrochene Funktion desselben sein.*

Bezeichnen wir allgemein den berechneten Vektor mit $\boldsymbol{V}$, den als bekannt vorausgesetzten Vektor mit $\boldsymbol{U}$ und konstante komplexe Zahlen mit $\boldsymbol{A, B, C}$ usw., ferner mit v einen beliebigen Parameter, so werden wir, nach dem Gesagten, durch unsere Probleme immer auf Ausdrücke geführt werden müssen, die sich auf folgende Form bringen lassen:

$$\boldsymbol{V = PU} = \frac{\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}v + \boldsymbol{C}v^2 + \ldots\ldots + \boldsymbol{M}v^m}{\boldsymbol{D} + \boldsymbol{E}v + \boldsymbol{F}v^2 + \ldots\ldots + \boldsymbol{N}v^n} \quad \ldots \quad (1)$$

Tatsächlich sind wir dieser Form auch in dem behandelten Beispiel begegnet. Zähler und Nenner waren dabei *lineare* Funktionen des Parameters.

Es wird nun unsere Aufgabe sein, zu untersuchen, was für geometrische Oerter durch Ausdrücke von der Art der Gleichung (1) *dargestellt werden.*

Wir werden das uns gesteckte Ziel *auf synthetischem Wege* zu erreichen suchen. Dabei entspricht es dem Zwecke dieser Darlegung, unser Augenmerk vor allem auf grösste Einfachheit und Anschaulichkeit der Darstellung zu richten und nur unmittelbar praktisch wichtige Konsequenzen zu ziehen. Vollständigkeit soll in diesem Zusammenhang nicht angestrebt werden.

Gerade und Kreise.

Die Gauss'sche Zahlenebene ist bekanntlich das rechtwinklige Koordinatensystem, dessen horizontale Axe die *rein reelle* Zahlenreihe und dessen vertikale Axe die *rein imaginäre* Zahlenreihe darstellt. Alle andern Geraden durch den Axenschnittpunkt stellen irgendwelche *komplexe* Zahlenreihen dar.

Eine willkürliche komplexe Zahl $\boldsymbol{A}$ lässt sich in verschiedenen Formen schreiben. Es ist:

$$\boldsymbol{A} = Ae^{j\alpha} = A(\cos\alpha + j\sin\alpha) = a_1 + j \cdot a_2$$

Die Grösse $e^{j\alpha}$ stellt die komplexe Einheit dar. Ihr absoluter Wert ist immer $\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = 1$, ihre Richtung die der betreffenden komplexen Zahlenreihe in der Gauss'schen Ebene, nämlich um den Winkel α verdreht gegenüber der rein reellen Halbaxe. Sind die *positiv reellen* Zahlen vom Koordinatenursprung nach rechts, die *positiv imaginären* vom Koordinatenursprung nach oben aufgetragen, so sind *positive Winkel* α gegen den Uhrzeigersinn aufzutragen.

Eine beliebige komplexe Zahl bestimmt also einen gewissen Punkt in der Gauss'schen Ebene; aber ebenso natürlich auch den Radius-Vektor vom Ursprung des Koordinatensystems nach diesem Punkte hin.

1. *Die Gerade.*

Wir fragen uns zuerst nach der Bedeutung eines Ausdruckes von der Form

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}v \quad \ldots \quad (I)$$

[1]) Vergl. z. B. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik, 8 Aufl., S. 89.

[2]) Vergl. Seite 118 dieses Bandes, Gleichung (d).

$\boldsymbol{B}$ ist eine beliebige komplexe Zahl und $\boldsymbol{B}v$ ein mit v veränderliches Vielfache derselben. Geben wir v alle möglichen reellen Zahlenwerte, so ändert sich dadurch natürlich die Richtung β der Zahl $\boldsymbol{B}v = Bv\, e^{j\beta}$ nicht. $\boldsymbol{B}v$ ist daher die komplexe Zahlenreihe, deren Richtung diejenige von $\boldsymbol{B}$ und deren Einheit die absolute Grösse von $\boldsymbol{B}$ ist. Mit andern Worten: *$\boldsymbol{B}v$ ist eine Gerade durch den Ursprung des Koordinatensystems.* Der Ursprung entspricht dem Wert $v = o$.

Gleichung (I) sagt, dass um $\boldsymbol{V}$ zu erhalten, zu jedem Wert von $\boldsymbol{B}v$ noch eine konstante komplexe Zahl $\boldsymbol{A}$ zu addieren sei. Wir werden dasselbe erreichen, wenn wir gleich vom Ursprung aus den Wert $\boldsymbol{A}$ auftragen und durch dessen Endpunkt eine Parallele zu $\boldsymbol{B}v$ legen. Wir sehen:

Der geometrische Ort des Vektors $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}v$ ist eine Gerade durch den Punkt $\boldsymbol{A}$ von der Richtung des Vektors $\boldsymbol{B}$.

Auf dieser Geraden entsprechen *gleichen Wertunterschieden des Parameters v gleich grosse Strecken.* Der Nullpunkt der Wertreihe liegt in $\boldsymbol{A}$; der Punkt für $v = \infty$ ist der unendlich ferne Punkt der Geraden. Dies ist durch Abbildung 1 veranschaulicht.

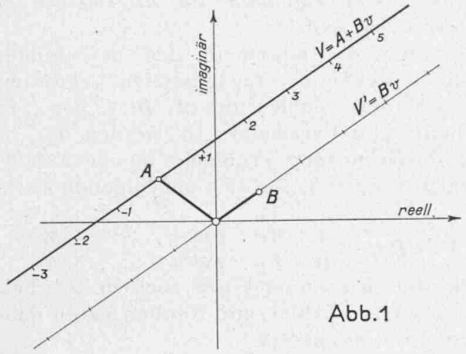


Abb. 1

Tritt der *Sonderfall* ein, dass die Koeffizienten $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ *gleiches Argument* haben, mit andern Worten, dass der Quotient $\frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{B}}$ rein reell wird, so wird für einen bestimmten Wert v_o von v $\boldsymbol{A} = -\boldsymbol{B}v_o$, und wir können schreiben $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{B}\,(v - v_o)$. Das ist wieder eine Gerade *durch den Ursprung*. Letzterer entspricht in diesem Fall statt dem Wert $v = o$ dem Wert $v = v_o$.

2. *Der Kreis durch den Ursprung.*

Gehen wir einen Schritt weiter und fragen uns nach der Bedeutung der Gleichung

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{\boldsymbol{D} + \boldsymbol{E}v} \qquad \text{(II)}$$

Der Ausdruck $\boldsymbol{V}' = \boldsymbol{D} + \boldsymbol{E}v$ bedeutet, wie wir soeben gesehen haben, eine beliebige Gerade der Ebene. Nehmen wir an, diese Gerade sei gezeichnet, so sind die Radien-Vektoren des gesuchten Ortes $\boldsymbol{V}$ *reziprok* zu den Radien an diese Gerade. Die *Verwandtschaft nach reziproken Radien* ist bekannt unter den Namen *„Inversion"*. Das Inversionszentrum ist in unserem Fall der Ursprung des Koordinatensystems. Im besondern ist die inverse Figur zu einer Geraden von allgemeiner Lage bekanntlich ein *Kreis* durch das Inversionszentrum. Der Kreis-Mittelpunkt liegt dabei auf dem vom Inversionszentrum aus auf die Gerade gefällten Lot.[1])

Der geometrische Ort des Vektors $\boldsymbol{V} = \frac{1}{\boldsymbol{D} + \boldsymbol{E}v}$ ist also ein Kreis durch den Koordinatenursprung.

Beim Aufzeichnen des zu einem gegebenen Punkt $\boldsymbol{A}$ invers zugeordneten Punktes $\frac{1}{\boldsymbol{A}}$ darf aber die Eigentümlichkeit komplexer Zahlen nicht ausser acht gelassen werden, die darin besteht, dass reziproke Werte von komplexen Zahlen nicht derselben Zahlenreihe angehören. Tatsächlich ist

$$\frac{1}{\boldsymbol{A}} = \frac{1}{A e^{j\alpha}} = \frac{1}{A} e^{-j\alpha}$$

[1]) Vergl. *Arnold*, Wechselstromtechnik Bd. 1. II. Auflage, S. 70.

Die Richtungen reziproker Vektoren sind demnach spiegelbildlich inbezug auf die reelle Koordinatenaxe.

Um dennoch entsprechende Punkte zweier reziprok verwandter Figuren der komplexen Ebene durch Strahlen durch das Inversionszentrum miteinander verbinden zu können, muss man demnach eine der Figuren spiegelbildlich aufzeichnen. Geschieht dies inbezug auf die reelle Axe, so wird die Inversionspotenz positiv (einander entsprechende Punkte liegen auf demselben Halbstrahl durch das Inversionszentrum). Zeichnet man dagegen das Spiegelbild inbezug auf die imaginäre Axe, so ist die Inversionspotenz negativ (entsprechende Punkte liegen auf verschiedenen Seiten des Inversionszentrums). Letztere Darstellungsweise ist gelegentlich vorzuziehen, weil sich dabei die Linien verwandter Figuren weniger verwirren.

In Abbildung 2 ist die Konstruktion des Kreises $\boldsymbol{V} = 1 : (\boldsymbol{D} + \boldsymbol{E}v)$ durchgeführt. Zuerst wurde die Gerade

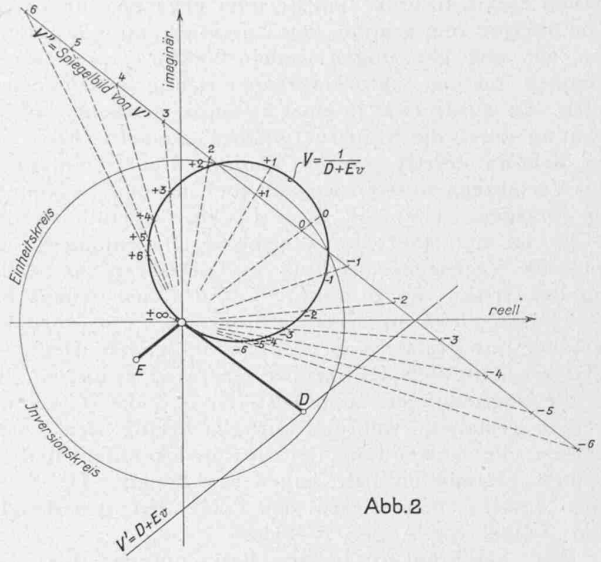


Abb. 2

$\boldsymbol{V}' = \boldsymbol{D} + \boldsymbol{E}v$ in der durch Abschnitt 1. gelehrten Art aufgezeichnet, dann wurde die zu ihr inbezug auf die reelle Axe spiegelbildliche Gerade $\boldsymbol{V}''$ eingetragen und auf ihr die Wertreihe der v markiert. Der Einheitskreis um den Ursprung als Zentrum schneidet diese Gerade in zwei Punkten, die zu sich selbst invers sind. Durch diese beiden Punkte und den Ursprung ist der zur Geraden inverse Kreis bestimmt. Durch Strahlen nach den verschiedenen Werten von v auf der Geraden $\boldsymbol{V}''$ werden die diesen Werten entsprechenden Punkte des Kreises $\boldsymbol{V}$ herausgeschnitten. Dem unendlich fernen Punkt der Geraden ist der Ursprung zugeordnet. Es entspricht also dem Wert $v = \pm\infty$.

In dem *Sonderfall,* wo $\boldsymbol{D} = o$ ist und $\boldsymbol{V}'$ daher eine Gerade durch den Ursprung bedeutet, wird der Ausdruck

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{\boldsymbol{E}v} = \frac{1}{\boldsymbol{E}} e^{-j\varepsilon} \cdot \frac{1}{v}$$

Das ist eine zu $\boldsymbol{V}'$ inbezug auf die reelle Axe spiegelbildliche Gerade, bei der dem Ursprung der Wert $v = \infty$ und dem unendlich fernen Punkt $v = o$ entspricht.

Tritt *der andere Sonderfall* ein, dass $\frac{\boldsymbol{D}}{\boldsymbol{E}}$ rein reell wird, so geht wiederum die Gerade $\boldsymbol{V}'$ durch den Ursprung und hat in ihm den Wert $v = v_o$. Die zu ihr inverse Gerade $\boldsymbol{V}$ hat also im Ursprung den Wert $v = \infty$, im Unendlichen aber nicht wie vorhin den Wert $v = o$, sondern den Wert $v = v_o$.

3. *Der Kreis von allgemeiner Lage.*

Erhalten wir für $\boldsymbol{V}$ eine Gleichung von der Form

$$\boldsymbol{V} = \frac{\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}v}{\boldsymbol{D} + \boldsymbol{E}v}, \qquad \text{(III)}$$

so können wir einige Eigenschaften der Kurve schon von vornherein aus dem Aufbau des Ausdruckes erkennen.

Erstens sieht man, dass, insofern D und E Vektoren von verschiedener Richtung sind $\left(\frac{D}{E}\text{ nicht reell}\right)$, der Nenner für *keine* reellen Werte von V verschwinden kann. V wird also für keinen Wert von v unendlich. *Die Kurve verläuft ganz im Endlichen.* Für $v = 0$ wird $V = \frac{A}{D}$; für $v = \infty$ wird $V = \frac{B}{E}$.

Aber wir können darüber hinaus sagen, *dass die Kurve durch Inversion ihren Charakter nicht ändert.* In der Tat haben Zähler und Nenner vollständig gleichartige Form. Wir wissen, dass Kreise durch Inversion wieder in Kreise verwandelt werden, wenn sie nicht selbst durch das Inversionszentrum hindurchgehen. (In jenem Falle, haben wir soeben gesehen, entsprechen sich Kreis und Gerade). Die Vermutung liegt also nahe, dass die Gleichung (III) einen allgemeinen Kreis der Ebene darstelle. Wir werden diese Vermutung sofort bestätigt finden.

Führen wir nämlich die durch die rechte Seite geforderte Division teilweise aus, so ergibt sich:

$$V = \frac{B}{E} + \left(A - \frac{B}{E}D\right)\frac{1}{D + Ev} \quad . \quad . \quad (III')$$

Dieser Ausdruck ist nun leicht geometrisch zu deuten. Setzen wir

$$\frac{B}{E} \equiv G; \quad \left(A - \frac{B}{E}D\right) \equiv H; \quad \frac{1}{D + Ev} \equiv K(v),$$

wobei $K(v)$ „Funktion K von v" bedeutet, so wird

$$V = G + HK(v) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (III'')$$

Wie wir wissen, stellt $K(v)$ einen Kreis durch den Ursprung dar. Durch Multiplikation der Radien-Vektoren nach $K(v)$ mit der konstanten komplexen Zahl H werden diese Vektoren in ihrer Grösse verändert und um den bestimmten konstanten Winkel η (das Argument der komplexen Zahl $H \equiv He^{j\eta}$) verdreht. Ist $K \equiv Ke^{j\varkappa}$, so ist $HK = HKe^{j(\varkappa+\eta)}$. *Das zweite Glied der rechten Seite der Gleichung (III'') stellt also wieder einen Kreis durch den Ursprung dar.* Es ergibt sich durch Grössenänderung und Verdrehung um den Ursprung aus dem Kreis $K(v)$.

Um V zu erhalten ist nun zu allen Radien-Vektoren nach $K(v)$ noch der konstante Vektor G zu addieren. Dies ist gleichbedeutend mit einer Parallelverschiebung des Kreises um den Wert G oder mit einer Verschiebung des Ursprungs gegenüber dem Kreis um den Wert $-G$.

Wir sehen also, *die Gleichung (III) ist die Gleichung eines Kreises in allgemeiner Lage.* Seine Konstruktion entspricht genau derjenigen, die im vorhergehenden Abschnitt gezeigt wurde.

Es können nun zwei *besondere Fälle* eintreten. Erstens der Fall, wo $\frac{A}{B}$ rein reell wird. Der Zähler unserer Gleichung wird dann für einen bestimmten Wert $v = v_o$ zu Null. Aus Gleichung (III') erkennt man, dass der Charakter der Kurve in diesem Sonderfall nicht geändert wird. Das Besondere liegt nur darin, *dass der Kreis wieder durch den Ursprung geht.* Letzterem entspricht aber nicht, wie im vorhergehenden Abschnitt, der Wert $v = \infty$, sondern $v = v_o$.

Der *zweite Sonderfall* tritt ein, wenn $\frac{D}{E}$ rein reell ist. In diesem Fall wird für einen Wert $v = v_o$ der Nenner der rechten Seite von Gleichung (III) verschwinden. V wird dann unendlich. Aus Gleichung (III') erhalten wir die Bedeutung dieser Gleichung.

Da nach Voraussetzung $D = -Ev_o$, so wird

$$K(v) = \frac{1}{E(v - v_o)}.$$

Setzen wir $\frac{H}{E} \equiv H'$ und $\left(\frac{1}{v - v_o}\right) \equiv v'$ so erhalten wir

$$V = G + H'v'.$$

Das ist aber wieder die Gleichung einer allgemeinen Geraden. Daraus ergibt sich:

Haben die komplexen Konstanten des Nenners einer Kreisgleichung dasselbe Argument, so degeneriert der Kreis zu einer Geraden von allgemeiner Lage inbezug auf den Ursprung. Auf dieser Geraden entsprechen jedoch gleichen Differenzen von v nicht mehr gleiche Strecken. Dem Wert $v = \infty$ entspricht der Vektor $V = G$, dem Wert $v = v_o$ der unendlich ferne Punkt der Geraden.

Der weitere Fall, wo $D = 0$ wird, ist nur ein Unterfall des soeben behandelten. Es wird dann $v_o = 0$.

Anwendung auf einen bestimmten Fall.

Es möge an dieser Stelle als Beispiel die graphische Lösung jener Aufgabe vervollständigt werden, die in dem erwähnten Artikel über den Wicklungssinn behandelt wurde. Wir stiessen dort[1]) für die *erste Schaltung* auf die Hauptgleichung *(D)*. Wir entnehmen ihr durch Vergleichung mit dem Ausdruck (III) die Werte:

$$A = 26 - j \cdot 3; \quad B = j \cdot 36; \quad G \equiv \frac{B}{E} = 4{,}5$$

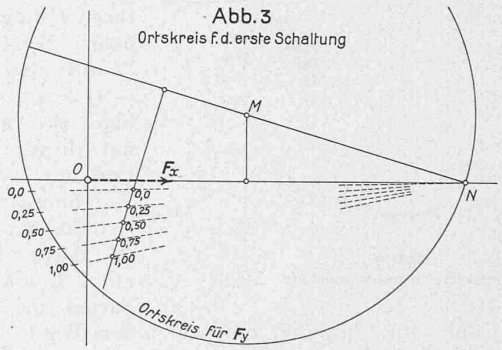
$$D = -36 + j \cdot 12; \quad E = j \cdot 8; \quad H \equiv \left(A - \frac{B}{E}D\right) = 188 - j \cdot 57$$

Nun beachten wir, dass die Gerade $D + Ev$ in E rein imaginär ist. Es handelt sich also um eine *Gerade parallel zur imaginären Axe.* Der reelle Teil von D ist -36. In diesem Punkt wird also die reelle Axe von der Geraden und somit auch von ihrem Spiegelbild zur reellen Axe geschnitten. Der zu der Geraden inverse Kreis hat also den Durchmesser $-\frac{1}{36}$ und somit sein Zentrum im Punkte $-\frac{1}{72}$.

Dieses Zentrum ist nun mit der komplexen Zahl H zu multiplizieren, um den Mittelpunkt des Kreises $H \cdot K(v)$ zu erhalten. Es ist

$$-\frac{1}{72}(188 - j \cdot 57) = -2{,}61 + j \cdot 0{,}79$$

der Wert dieses Mittelpunktes. In Abbildung 3[2]) haben wir ihn aufgetragen. Der gesuchte Ortskreis V geht aber nicht durch den Koordinatennullpunkt. Vielmehr ist zu jedem



Punkt des gezeichneten Kreises noch die komplexe Zahl G zu addieren; d. h. der Kreis ist um diesen Wert parallel zu sich selbst zu verschieben. Statt dessen verschieben wir den Koordinatenursprung von N aus in den Punkt $-G = -4{,}5$ und betrachten diesen neuen Punkt O fortan als Koordinatenursprung.

Es bleibt noch die Aufgabe, für die verschiedenen Werte von v die entsprechenden Punkte auf dem Ortskreis zu finden. Wir haben also grundsätzlich die in Abb. 2 gegebene Konstruktion durchzuführen. Der normale Abstand der Geraden V' vom Punkte N ist in unserm Fall, wie oben erwähnt, -36. Der Abstand der gegenüber dem Kreis $H \cdot K(v)$ ähnlich gelegenen Geraden also $-36(188 - j \cdot 57)$. Das ist ein sehr grosser Wert und die Konstruktion würde über unsere Zeichenfläche hinausfallen. Wir brauchen aber auch nicht die Gerade selbst zu zeichnen. Jede zu ihr parallele Gerade mit in bezug auf den Punkt N projektivischer Skala zu derjenigen des Spiegelbildes von $D + Ev$ versieht uns den gleichen Dienst. Bedeutet p irgend einen reellen Proportionalitätsfaktor, so tragen wir also auf dem Durchmesser NM *als reelle Axe* von N aus die Strecke $(-36p)$ ab. In diesem Punkt errichten wir das Lot und tragen darauf die Strecke $(-j \cdot 12p)$ ab, weil

[1]) Siehe Seite 118 dieses Bandes (9. September 1916).

[2]) Der Masstab der Abbildungen 3 und 4 ist halb so gross, wie jener der entsprechenden Zustandsdiagramme auf den Seiten 116 und 118 dieses Bandes (9. September 1916).

es sich ja um das Spiegelbild der Geraden $D + Ev$ handelt, in dem die imaginären Grössen das entgegengesetzte Vorzeichen annehmen. Der Punkt, den wir so erhalten, entspricht dem Wert $v = 0$. Für den Wert $v = 1$ addiert sich dazu noch die Strecke $(-j \cdot 8p)$. Die Punkte $-jp$ (12, 14, 16, 18, 20) entsprechen also den Werten $v = 0$, $1/4$, $1/2$, $3/4$, 1, die in dem Beispiel verwendet wurden.

Die projizierenden Strahlen aus N durch diese Punkte schneiden aus dem Kreis die entsprechenden Endpunkte des Vektors F_y heraus. Dies für den Fall, dass wir $F_x = 1$ gesetzt haben, was wir bei entsprechender Wahl des Massstabes immer tun können. Für die Genauigkeit der Konstruktion wird es vorteilhaft sein, p so zu wählen, dass die Punkte und ihre Projektion möglichst nahe aneinander zu liegen kommen.

Für den *Fall der zweiten Schaltung* ist der Gang der Konstruktion selbstverständlich genau derselbe.

Aus Gleichung (D') (a. a. O.) entnehmen wir die Werte:

$A = 6 + j \cdot 3$ $\quad B = j \cdot 28$ $\quad G = -3{,}5$
$D = -28 + j \cdot 12$ $\quad E = -j \cdot 8$ $\quad H = -92 + j \cdot 45$

Die Gerade $D + Ev$ ist wiederum parallel zur imaginären Axe. Sie und ihr Spiegelbild in bezug auf die reelle Axe schneiden die letztere im Punkt (-28). Der Mittelpunkt des Kreises $K(v)$ ist somit der Punkt $\left(-\frac{1}{56}\right)$. Das Zentrum M des Kreises $H \cdot K(v)$ ist demnach

$$-\frac{1}{56}\left(-92 + j \cdot 45\right) = +1{,}64 - j \cdot 0{,}81.$$

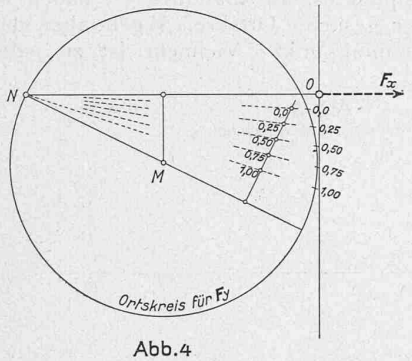


Abb. 4
Ortskreis f. d. zweite Schaltung

In Abbildung 4 ist dieser Kreis gezeichnet. Der Nullpunkt für die Vektoren F_y liegt gegenüber dem Punkte N um den Betrag $-G = 3{,}5$ verschoben. Wir gelangen auf diese Art zum Punkte O. Auf dem Durchmesser NM errichten wir hierauf im Abstand $(28\,p)$ ein Lot und tragen darauf die Strecke $(j \cdot 12p)$ auf. Ihr Endpunkt entspricht dem Wert $v = 0$ der Geschwindigkeitsskala auf der Geraden. Dem Wert $v = 1$ entspricht der Punkt jp (12—8). Den Werten $v = 0$, $1/4$, $1/2$, $3/4$, 1 entsprechen also die Punkte jp (12, 10, 8, 6, 4). Projizieren wir endlich diese Punkte von N aus auf den Kreis, so sind damit die Endpunkte der entsprechenden Vektoren F_y gefunden, wenn wieder $F_x = 1$ gesetzt worden ist.

Damit ist die Lücke ausgefüllt, die wir in der graphischen Lösung unserer Aufgabe in jener Studie über den Wicklungssinn gelassen hatten. Die hier graphisch gefundenen Endpunkte der Vektoren F_y stimmen tatsächlich mit den dort berechneten Zahlenwerten überein. Das zeichnerische Verfahren ist, wie man in der Durchführung sieht, um vieles einfacher als die Zahlenrechnung, die hier auf das unumgängliche Mindestmass zurückgeführt ist. Das Verfahren hat stets den Vorteil der Anschaulichkeit und gibt daher auch zu Fehlern weit seltener Anlass.[1])

Bevor wir unser Beispiel verlassen, soll die darin gestellte Aufgabe noch von einer andern Seite beleuchtet werden. Es wird sich dadurch auch die Brauchbarkeit der gewonnenen Kenntnisse unter einem neuen Aspekte zeigen.

Wir haben a. a. O. der Einfachheit halber $F_x = \text{konst.}$ gesetzt, während in Wirklichkeit die Klemmenspannung als konstant anzunehmen gewesen wäre. Wir mussten daher, um die dort in den Abbildungen 6 und 9 gegebenen Kurven zeichnen zu können, die gefundenen Diagramme nachträglich auf konstante Spannung reduzieren.

Wir wollen hier nun untersuchen, was für geometrische Oerter sich für F_x und F_y ergeben, wenn wir von der Klemmenspannung U als der gegebenen konstanten Grösse ausgehen.

Aus der Gleichung (2) a. a. O. ergibt sich unter Berücksichtigung der Gleichungen (5) und (9)

$$U = j\omega N\left(1 - a\frac{F_y}{F_x}\right)F_x.$$

Der Wert $\frac{F_y}{F_x}$ ist uns durch die Gleichung (d) in der Form

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{A + Bv}{D + Ev}$$

gegeben. Es ergibt sich also:

$$\frac{F_x}{U} = \frac{1}{j\omega N\left(1 - a\frac{F_y}{F_x}\right)} = \frac{D + Ev}{j\omega N\left[(D - aA) + (E - aB)v\right]}.$$

Das ist aber wiederum die Form der allgemeinen Kreisgleichung. *Der geometrische Ort von F_x bei konstanter Spannung und veränderlicher Umlaufzahl ist demnach ein Kreis.* Seine Konstruktion ist ebenso einfach, wie in den angeführten Beispielen.

Nun fragen wir weiter nach dem geometrischen Ort von F_y bei konstanter Klemmenspannung. Es ist

$$\frac{F_y}{U} = \frac{F_y}{F_x} \cdot \frac{F_x}{U} = \frac{A + Bv}{j\omega N \cdot [(D - aA) + (E - aB)v]}.$$

Also auch in diesem Fall, wenn nicht F_x sondern U als konstant vorausgesetzt ist, bleibt der geometrische Ort von F_y ein Kreis.

Es ist nun naheliegend noch zu fragen, *in welcher Weise z. B. der Netzstrom I_{x1} bei konstanter Klemmenspannung in Abhängigkeit von der Umlaufzahl sich ändert.*

Die Gleichung (13) a. a. O. ergibt den Ausdruck:

$$\frac{1}{nN}F_y = -aI_{x1} + cI_{y2}.$$

Ferner lautet dort die Gleichung (c)

$$I_{y2} = \frac{\omega N}{jR}\left(cF_y + bF_x + jvcF_x\right).$$

Setzen wir diesen Wert für I_{y2} in die vorhergehende Gleichung ein, und bringen gleichzeitig I_{x1} allein auf die linke Seite, so erhalten wir

$$aI_{x1} = \left[\frac{\omega N}{jR}\left(bc + jvc^2\right) + \left(\frac{\omega N}{jR}c^2 - \frac{1}{nN}\right)\frac{F_y}{F_x}\right]F_x.$$

Zur Erleichterung der Uebersicht setzen wir nun den durch a dividierten Wert der eckigen Klammer identisch gleich dem Ausdruck

$$\left[H + Jv + L\frac{F_y}{F_x}\right] = \left[H + Jv + L\frac{A + Bv}{D + Ev}\right]$$

Setzen wir ferner den vorhin gefundenen Wert

$$\frac{F_x}{U} = \frac{D + Ev}{M + Nv},$$

so erhalten wir für

$$\frac{I_{x1}}{U} = \frac{(H + Jv)(D + Ev) + L(A + Bv)}{M + Nv}.$$

Ordnen wir den Zähler der rechten Seite nach Potenzen des Parameters v und definieren:

$$(HD + LA) \equiv A';$$
$$(JD + HE + LB) \equiv B';$$
$$JE \equiv C',$$

so ergibt sich der Ausdruck

$$\frac{I_{x1}}{U} = \frac{A' + B'v + C'v^2}{M + Nv}$$

als Ort des Netzstromes bei konstanter Spannung. Dieser Ausdruck ist komplizierter als die bisher behandelten. Wir werden seine geometrische Bedeutung im II. Teil dieser Arbeit zu

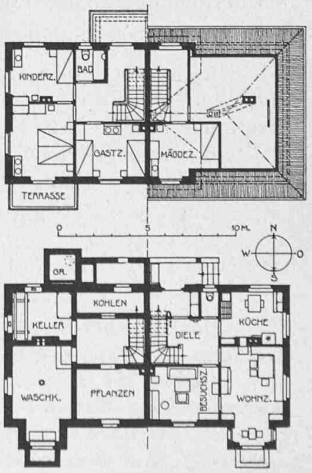


Abb. 1. Grundrisse Haus Oettli.

[1]) Ein Vergleich der Abbildungen 3 und 4 zeigt wieder in auffälliger Weise die grundsätzliche Bedeutung des Wicklungssinnes und die Notwendigkeit, ihn zu berücksichtigen.

untersuchen haben und finden, dass er eine *zirkulare Kurve 3. Ordnung darstellt.*[1])

Kurven dieser Art sind nicht mehr so einfach zu konstruieren wie Gerade und Kreise. Man wird deshalb, wenn nicht besondere Gründe vorliegen, die Vektordiagramme nicht auf solchen Ortskurven aufbauen, wenn einfachere zur Verfügung stehen. Wir ziehen also aus diesen Betrachtungen den Schluss, dass es in unserem bestimmten Fall angezeigt gewesen wäre, die Vektordiagramme auf den Ortskreisen der Flüsse F_x und F_y aufzubauen. Wir hätten uns dadurch die nachträgliche Reduktion der Diagramme auf konstante Spannung ersparen können.[2]) Dagegen würde es sich nicht empfohlen haben, direkt auf das Netzstromdiagramm für konstante Spannung hinzusteuern.[3])

Nach dieser Anwendung der gewonnenen Kenntnisse auf einen bestimmten Fall, werden wir zum weitern Ausbau der entwickelten Methode zurückkehren. Der zweite Teil wird uns zu den *Kegelschnitten,* sowie zu *Kurven 3. Ordnung* führen, die alle bei Aufgaben aus der Alltags-Praxis der Elektrotechnik eine Rolle spielen. (Schluss folgt.)

[1]) Vergl. z. B. Algebraische Kurven, Sammlung Göschen, Nr. 435/36.

[2]) In jenem Zusammenhang wurde dies aber unterlassen, um möglichst alle Ueberlegungen auszuschalten, die sich nicht mit der Hauptfrage des Wicklungssinnes berühren.

[3]) Diese Ueberlegungen werfen ein Licht auch auf die Frage nach der Zweckmässigkeit der bisher ausschliesslich üblichen Verwendung der Inversion für den Uebergang von *Spannungsdiagrammen* bei konstantem Strom auf *Stromdiagramme* bei konstanter Spannung. Man kennt die Denkweise, die durch erzwungene, der Natur der Probleme häufig fremde Analogieschlüsse zu dieser einseitigen Entwicklung unserer Methoden geführt hat. Die obigen Darlegungen setzen die Inversion gewissermassen in ihre natürlichen Rechte ein und erhöhen dadurch ihre Leistungsfähigkeit um ein Vielfaches.

Kleinwohnungsbauten der Architekten Fritschi & Zangerl, Winterthur.

(Mit Tafeln 33 und 34.)

Vom volkswirtschaftlichen Standpunkt aus weit wichtiger als architektonische Glanzleistungen in künstlerisch interessanten Monumentalbauten ist die Pflege des Kleinwohnungsbaues, die Schaffung guter Typen für die Wohnbedürfnisse der erdrückend grossen Mehrheit der Bevölkerung. Als solche vorbildliche Typen hatten wir u. a. vor etwas mehr als Jahresfrist[1]) die Häuser der Eisenbahnerkolonie Vogelsang in Winterthur sowie einige ähnliche gezeigt. Heute lassen wir aus dem Tätigkeitsgebiet der gleichen Architekten einige weitere Beispiele folgen. Wie

[1]) In Band LXVI, Seiten 42 und 52 (Juli 1915).

Abb. 5. Dreifamilienhaus Thoma. — Südgiebel.

Abb. 6. Dreifamilienhaus Thoma. — Nordgiebel.

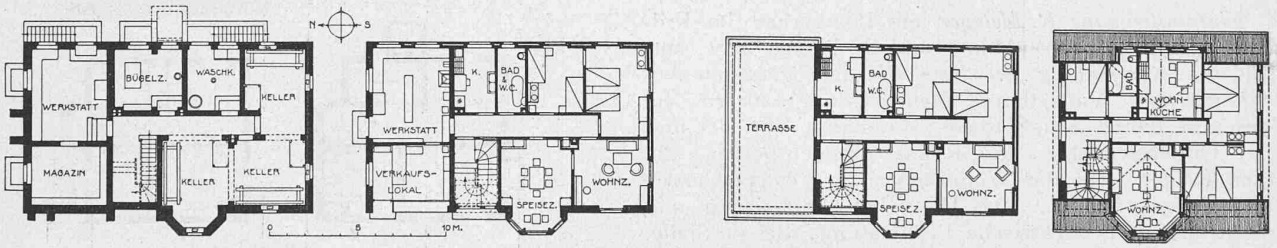


Abb. 4. Grundrisse des Dreifamilien-Wohnhauses Thoma, mit Laden- und Werkstatt-Anbau. — Masstab 1 : 400.

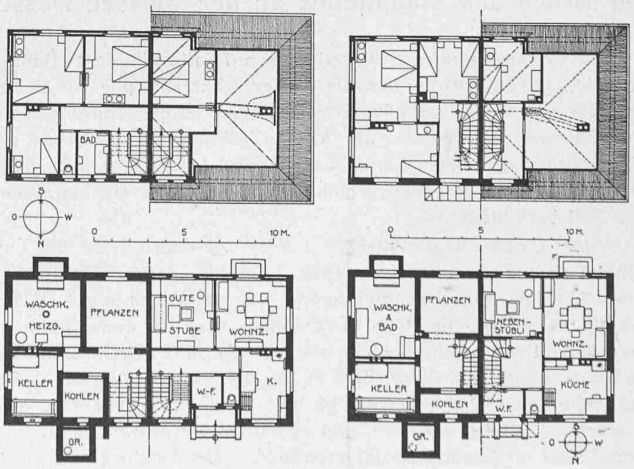


Abb. 2. Typ I. — Doppel-Einfamilienhäuser Bernet. — Abb. 3. Typ II.