Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 67/68 (1916)

Heft: 6

Artikel: Statische Untersuchung durchbrochener Wandträger im Beton

Autor: Kasarnowsky, S.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-33045

Band 68. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 6.**

Statische Untersuchung durchbrochener Wandträger in Eisenbeton.

Von *S. Kasarnowsky*, Dipl.-Ing. E. T. H., Zürich.

Die im modernen Hochbau häufig vorkommenden Wand- und Fassadenverschiebungen verlangen besondere Entlastungsträger. Da die Konstruktionshöhe der Unterzüge gewöhnlich sehr beschränkt ist, wird oft eine Wand in der ganzen Stockwerkshöhe als solcher Träger ausgebildet. Durch die Türen, Korridore, usw., die in den betreffenden Wänden ausgespart werden müssen, wird deren Tragfähigkeit jedoch des öfteren gerade in den gefährlichen Querschnitten erheblich vermindert. Die Berechnung dieser geschwächten Stellen ist nun der wichtigste Teil der statischen Untersuchung eines Wandträgers. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Berechnung der Riegel $A_1\,A_2$, $B_1\,B_2$, $C_1\,C_2$ usw. (Abbildung 1), die mit dem Wandträger starr verbunden sind. Es werden dabei Gleichungen entwickelt, die auch komplizierte Fälle verhältnismässig einfach zu berechnen gestatten.

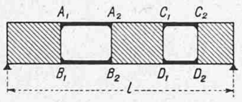

Abb. 1

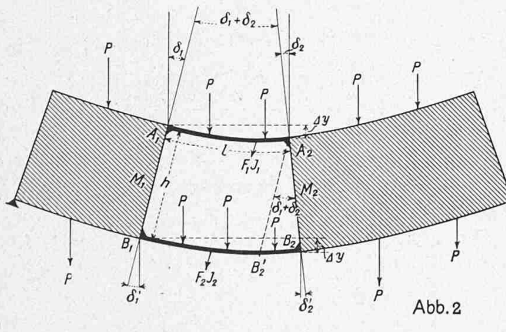

Abb. 2

Um die Rechnung nicht unnötig zu erschweren, wird die Annahme gemacht, dass die Geraden $A_1\,B_1$, $A_2\,B_2$ usw. nach der Deformation gerade bleiben. Diese Annahme ist ohne weiteres zulässig für praktische Fälle, in denen die Scheiben mindestens ebenso lang als hoch sind.

Bezeichnet man mit:

$\delta_1\ \delta_2$ die Neigungswinkel der elastischen Linie des Riegels $A_1\,A_2$ in A_1, beziehungsweise in A_2

$\delta_1'\ \delta_2'$ die Neigungswinkel der elastischen Linie des Riegels $B_1\,B_2$ in B_1, beziehungsweise in B_2

so werden $\delta_1 = \delta_1'$ und $\delta_2 = \delta_2'$ (siehe Abbildung 2).

Denkt man sich ferner den Träger in $A_1\,B_1$ und $A_2\,B_2$ geschnitten, so können die beiden Riegel in Gleichgewicht erhalten werden, wenn in A_1, A_2, B_1, B_2 je drei Auflagerreaktionen: ein Kräftepaar, eine Horizontal- und eine Vertikalkraft angebracht werden (siehe Abbildung 3). Die Riegel können als einfache Balken aufgefasst werden, die durch äussere Kräfte $P_1, P_2 \ldots.$ belastet sind und in A_1, A_2 (B_1, B_2) ihre Auflager haben, in denen die Kräftepaare m_1, m_2 beziehungsweise μ_1, μ_2 und axiale Kräfte X_1, X_2 (oben Druck, unten Zug) angebracht sind. Bedeuten ferner:

h der Abstand der Schwerpunkte der Riegel,

M_1 das Biegungsmoment des Wandträgers im Schnitt $A_1\,B_1$,

M_2 das Biegungsmoment des Wandträgers im Schnitt $A_2\,B_2$,

so erhält man (siehe Abbildung 3) drei Gleichgewichtsbedingungen:

$$X_1 = X_2 = X$$

$$M_1 = Xh + m_1 + \mu_1 \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

$$M_2 = Xh + m_2 + \mu_2 \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Die Neigungswinkel $\varphi_1\ \varphi_2$ eines Balkens CD (siehe Abbildung 4) mit der Momentenlinie M sind, konstantes Trägheitsmoment J vorausgesetzt, durch die Gleichungen gegeben:

$$\varphi_1 = \frac{R}{l\,J\,E} \quad \text{und} \quad \varphi_2 = \frac{L}{l\,J\,E}$$

wobei, wenn x_1 bezw. x_2 die Abstände von M vom linken, bezw. rechten Auflager (Abb. 4) bezeichnen, $R = \int_0^l M x_1\,dx$ und $L = \int_0^l M x_2\,dx$ bedeuten (siehe z. B. Müller-Breslau, Graph. Statik der Baukonstruktionen, Bd. II, 2. Abt., S. 25 bis 31). Senkt sich das rechte Auflager D um Δy, so vergrössert sich φ_1, wie aus der Figur ersichtlich ist, um $\frac{\Delta y}{l}$ und um den gleichen Betrag vermindert sich φ_2.

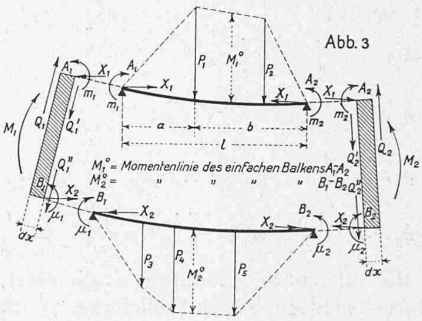

Abb. 3

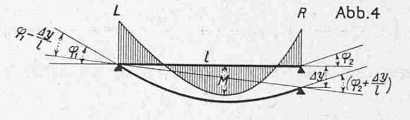

Abb. 4

Es werden nun folgende Bezeichnungen eingeführt:

l die lichte Spannweite der Riegel

E der Elastizitätsmodul des Materials

$J_1\ F_1$ das Trägheitsmoment und der Querschnitt des Riegels $A_1\,A_2$

$J_2\ F_2$ das Trägheitsmoment und der Querschnitt des Riegels $B_1\,B_2$

Δy die Ordinatendifferenz der elastischen Linie der Punkte $A_1\,A_2$ beziehungsweise $B_1\,B_2$

$M^0{}_1$ die Momentenlinie des einfachen Balkens $A_1\,A_2$

$M^0{}_2$ die Momentenlinie des einfachen Balkens $B_1\,B_2$

$R_1\ L_1$ die statischen Momente der Momentenfläche $M^0{}_1$ bezogen auf das rechte bezw. auf das linke Auflager.

$R_2\ L_2$ die statischen Momente der Momentenfläche $M^0{}_2$ bezogen auf das rechte bezw. auf das linke Auflager.

[Für eine Einzellast P ist z. B.: $R = \frac{a \cdot b}{6}\,P\,(l + b)$ und $L = \frac{a \cdot b}{6}\,P\,(l + a)$, für eine gleichförmig verteilte Belastung p: $R = L = \frac{p\,l^4}{24}$]

Mit $\alpha = \frac{J_1}{J_2}$ wird dann für den Riegel $A_1\,A_2$:

$$E\,J_1\,\delta_1 = \frac{R_1}{l} + (2\,m_1 + m_2)\,\frac{l}{6} + \frac{\Delta y}{l}\,J_1 \quad . \quad 3)$$

$$E\,J_1\,\delta_2 = \frac{L_1}{l} + (m_1 + 2\,m_2)\,\frac{l}{6} - \frac{\Delta y}{l}\,J_1 \quad . \quad 4)$$

Für den Riegel $B_1 B_2$ wird:

$$E J_1 \delta_1 = \frac{R_2 a}{l} + (2 \mu_1 + \mu_2) \frac{l}{6} a + \frac{\Delta y}{l} J_1 \quad . \quad 5)$$

$$E J_1 \delta_2 = \frac{L_2 a}{l} + (\mu_1 + 2 \mu_2) \frac{l}{6} a - \frac{\Delta y}{l} J_1 \quad . \quad 6)$$

Zieht man in Abbildung 2 von A_2 eine Parallele zu $A_1 B_1$, so schliesst sie mit $A_2 B_2$ einen Winkel $(\delta_1 + \delta_2)$ ein. Wird berücksichtigt, dass der Riegel $A_1 A_2$ sich um $\Delta l_1 = \frac{X l}{F_1 E}$ komprimiert, der Riegel $B_1 B_2$ dagegen sich um $\Delta l_2 = \frac{X l}{F_2 E}$ ausdehnt, so erhält man

$$B'_2 B_2 = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{X l}{E} \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \right)$$

und durch Setzen von

$$(\delta_1 + \delta_2) = \frac{B'_2 B_2}{h} \quad \text{und} \quad r = \left(\frac{J_1}{F_1} + \frac{J_1}{F_2} \right)$$

$$E J_1 (\delta_1 + \delta_2) = \frac{X l}{h} r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

Es empfiehlt sich, um die Rechnung zu vereinfachen, als neue Unbekannte die Summen und die Differenzen der Randmomente $\mu_1\ \mu_2\ m_1\ m_2$ einzuführen

$$m = m_1 + m_2 \qquad \mu = \mu_1 + \mu_2$$

$$\Delta m = m_1 - m_2 \qquad \Delta \mu = \mu_1 - \mu_2$$

Durch Addition und Subtraktion der Gleichungen 3), 4) und 5), 6) ergeben sich mit

$$S_1 = R_1 + L_1 \quad \text{und} \quad S_2 = R_2 + L_2$$

$$\Delta S_1 = R_1 - L_1 \qquad \Delta S_2 = R_2 - L_2$$

$$E J_1 (\delta_1 + \delta_2) = \frac{S_1}{l} + \frac{l}{2} m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

$$E J_1 (\delta_1 + \delta_2) = \frac{S_2}{l} a + \frac{l}{2} a \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

$$E J_1 (\delta_1 - \delta_2) = \frac{\Delta S_1}{l} + \frac{l}{6} \Delta m + 2 \frac{\Delta y}{l} J_1 \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

$$E J_1 (\delta_1 - \delta_2) = \frac{\Delta S_2}{l} a + \frac{l}{6} \Delta \mu a + 2 \frac{\Delta y}{l} J_1 \quad . \quad 11)$$

Wird die Gleichung 9) durch a dividiert, so erhält man mit Berücksichtigung der Gleichung 7) und Addition von 8) und 9)

$$\frac{X l r}{h} \left(1 + \frac{1}{a} \right) = \frac{S_1 + S_2}{l} + \frac{l}{2} (m + \mu) \; ; \quad . \quad 12)$$

werden ferner die Gleichungen 1) und 2) addiert, so ergibt sich:

$$X h = (M_1 + M_2) - (m_1 + m_2) - (\mu_1 + \mu_2)$$

oder

$$X h = (M_1 + M_2) - (m + \mu) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Aus den Gleichungen 12) und 13) lässt sich X bestimmen zu

$$X \left[\frac{r}{h} \cdot \frac{1 + a}{a} + h \right] = \frac{S_1 + S_2}{l^2} + \frac{1}{2} (M_1 + M_2) \quad 14)$$

Gewöhnlich kann $\frac{r}{h} \cdot \frac{1 + a}{a}$ gegenüber h vernachlässigt werden. Man erhält dann als Näherungswert von X

$$X = \frac{S_1 + S_2}{h l^2} + \frac{1}{2 h} (M_1 + M_2) \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Diese Gleichung eignet sich für überschlägige Rechnung, weil sie von den Dimensionen der Riegel unabhängig ist.

Ist X berechnet, so lassen sich m und μ aus den Gleichungen 7), 8) und 9) bestimmen zu:

$$m = \frac{2 X}{h} r - \frac{2 S_1}{l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

$$\mu = \frac{2 X}{h a} r - \frac{2 S_2}{l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

Durch Subtraktion der Gleichung 2) von 1) erhält man

$$M_1 - M_2 = (m_1 - m_2) + (\mu_1 - \mu_2)$$

und mit $M_1 - M_2 = \Delta M$ wird

$$\Delta M = \Delta m + \Delta \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Aus den Gleichungen 10), 11), 7) und 18) lassen sich $\Delta \mu$ und Δm bestimmen; aus 10) und 11) folgt

$$\frac{\Delta S_1}{l} + \frac{l}{6} \Delta m = \frac{\Delta S_2}{l} a + \frac{l}{6} \Delta \mu \cdot a$$

und

$$\Delta m - a \Delta \mu = \frac{6}{l^2} (\Delta S_2 a - \Delta S_1) \quad . \quad . \quad 19)$$

Wird noch die Gleichung 18) berücksichtigt, so ergeben sich

$$\Delta m (1 + a) = a \Delta M + \frac{6}{l^2} \Big[a \Delta S_2 - \Delta S_1 \Big] \quad . \quad 20)$$

$$\Delta \mu (1 + a) = \Delta M - \frac{6}{l^2} \Big[a \Delta S_2 - \Delta S_1 \Big] \quad . \quad 21)$$

Sind die beiden Riegel symmetrisch belastet, so werden

$$R_1 = L_1 = \frac{l}{2} F_1$$

$$R_2 = L_2 = \frac{l}{2} F_2$$

wobei $F_1 = \int_0^l M^0_1 \, dx$ und $F_2 = \int_0^l M^0_2 \, dx$ bedeuten; es folgen dann $S_1 = l F_1$; $S_2 = l F_2$ und $\Delta S_1 = 0$; $\Delta S_2 = 0$.

Wir erhalten dann

$$X \left[\frac{r}{h} \left(\frac{1 + a}{a} \right) + h \right] = \frac{1}{2} (M_1 + M_2) + \frac{F_1 + F_2}{l} \quad 22)$$

und

$$\left. \begin{aligned} m &= 2 \left(\frac{X r}{h} - \frac{F_1}{l} \right) \qquad & \Delta m (1 + a) &= a \Delta M \\ \mu &= 2 \left(\frac{X r}{h a} - \frac{F_2}{l} \right) \qquad & \Delta \mu (1 + a) &= \Delta M \end{aligned} \right\} 23)$$

Sind auch die beiden Biegungsmomente M_1 und M_2 einander gleich, so erhält man mit $M_1 = M_2 = M$

$$X \left[\frac{r}{h} \left(\frac{1 + a}{a} \right) + h \right] = M + \frac{F_1 + F_2}{l}$$

$$m_1 = m_2 = \frac{m}{2} = \left(\frac{X r}{h} - \frac{F_1}{l} \right); \; \Delta m = 0$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \frac{\mu}{2} = \left(\frac{X r}{h a} - \frac{F_2}{l} \right); \; \Delta \mu = 0$$

Hat man die Momente m, Δm, μ, $\Delta \mu$ berechnet, so lassen sich die Randmomente m_1, m_2, μ_1, μ_2 ermitteln aus:

$$m_1 = \frac{m + \Delta m}{2} \quad \text{und} \quad \mu_1 = \frac{\mu + \Delta \mu}{2}$$

$$m_2 = \frac{m - \Delta m}{2} \qquad \mu_2 = \frac{\mu - \Delta \mu}{2}$$

Zur vollständigen Berechnung der Riegel gehört nun noch die Berechnung der Querkräfte: Bezeichnet man mit $Q'_1\ Q''_1\ Q'_2\ Q''_2$ die totalen Auflagerreaktionen in den Riegeln und mit $A^0_1\ A^0_2\ B^0_1\ B^0_2$ die Auflagerreaktionen in den Riegeln infolge Belastung durch $P_1\ P_2 \ldots$, so werden

$$Q'_1 = A^0_1 + \frac{\Delta m}{l} \qquad Q''_1 = B^0_1 + \frac{\Delta \mu}{l}$$

$$Q'_2 = A^0_2 - \frac{\Delta m}{l} \qquad Q''_2 = B^0_2 - \frac{\Delta \mu}{l}$$

In der vorliegenden Untersuchung ist ein Wandträger mit einer Oeffnung behandelt worden. Die Resultate sind aber sowohl von der Lage dieser Oeffnung als von den Abmessungen der Tragwand unabhängig. Es hat somit die Deformation der Tragwand keinen Einfluss auf die Momente und Normalkräfte in den Riegeln einer Oeffnung, solange die Grundbedingung, dass die Geraden $A_1 B_1$, $A_2 B_2 \ldots$ nach der Formänderung gerade bleiben, erfüllt ist. Sind also mehrere Oeffnungen vorhanden, so kann, wenn der Abstand der Oeffnungen gross genug ist, d. h. wenn die Scheiben $A_2 B_2 D_1 C_1$ (Abb. 1) der Grundbedingung genügen, die vorliegende Rechnung für jedes Riegelpaar getrennt erfolgen.

Die Berechnung einiger praktisch wichtigen Fälle, bei denen die Grundbedingung nicht zutrifft, bleibt einer spätern Arbeit vorbehalten.

Statische Untersuchung durchbrochener Wandträger im Eisenbeton.

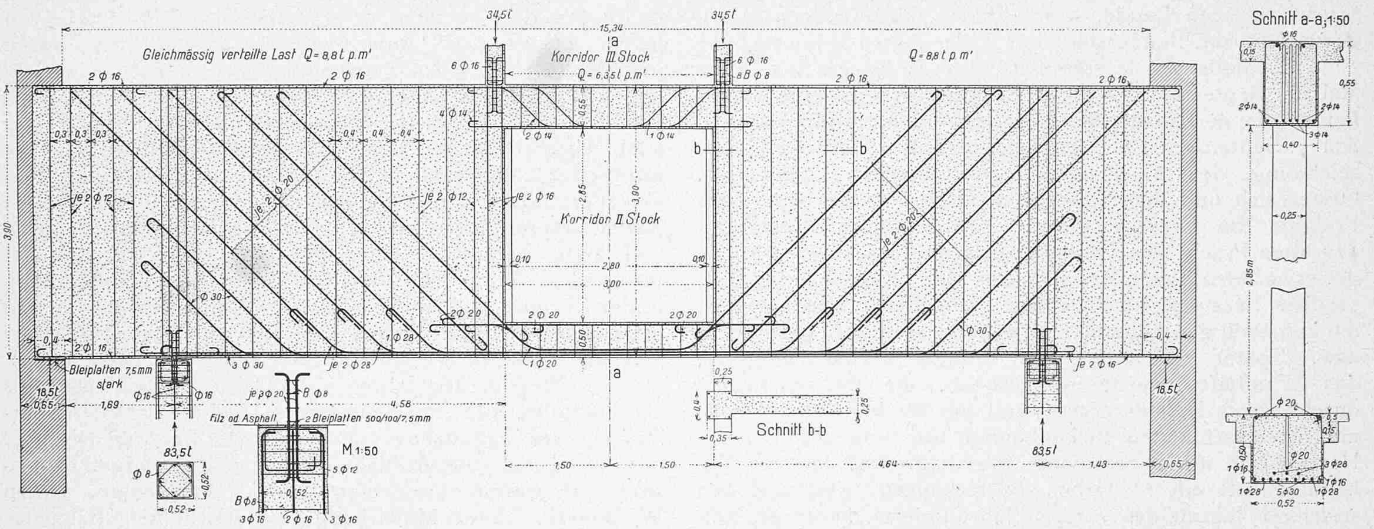

Abb. 5. Wandträger mit Aussparung des Mittelkorridors, im Vereinshaus Kaufleuten in Zürich. — Masstäbe 1 : 100 und 1 : 50.

Zahlenbeispiel:

Als typisches Beispiel eines Wandträgers mit durchbrochener Wand sei hier die Berechnung der Riegel des Wandträgers über dem Festsaal im Vereinshaus « Zur Kaufleuten » des Kaufmännischen Vereins in Zürich, entworfen vom Ingenieurbureau J. Bolliger & Cie. in Zürich, angeführt. Aus der Beschreibung dieses Baues in Bd. LXVII der „Schweiz. Bauzeitung" bringen wir in Abbildung 5 nochmals den Armierungsplan dieses Trägers zum Abdruck. Der Wandträger ist ein durchgehender Balken auf zwei elastischen Mittelstützen. Die Biegungsmomente M_1 und M_2 in den Schnitten $A_1\, B_1$, $A_2\, B_2$ sind:

$$M_1 = M_2 = +\,300\ tm$$

Beide Riegel haben eine gleichförmig verteilte Belastung von $q = 3{,}20\ t/m$ aufzunehmen, sodass:

$$F_1 = F_2 = \frac{q\, l^3}{12} = \frac{3{,}2 \cdot 3{,}0^3}{12} = 7{,}20\ tm^2$$

Die Trägheitsmomente der Riegel sind:

$$\text{Riegel } A_1\, A_2 \text{ (Druckgurt) } J_1 = \frac{1}{12} \cdot 40 \cdot 55^3 = 560\,000\ cm^4$$

$$\text{Riegel } B_1\, B_2 \text{ (Zuggurt) } J_2 = \frac{42^2 \cdot 73 \cdot 6{,}2}{79{,}2} \cdot 20 = 186\,000\ cm^4$$

Bei der Berechnung des Trägheitsmomentes des untern Riegels ist der Betonquerschnitt nicht berücksichtigt.

Das Moment ist aus der Formel $J = \dfrac{f_1 f_2\, a^2}{f_1 + f_2}\, n$ ermittelt, wobei f_1 den Querschnitt der untern Armierung $= 73\ cm^2$, f_2 den Querschnitt der obern Armierung $= 6{,}2\ cm^2$, a den Abstand der Schwerpunkte der beiden Eiseneinlagen und $n = 20$ das Verhältnis der Elastizitätszahlen des Eisens zu Beton bedeuten. Es ist nun:

$$\alpha = \frac{J_1}{J_2} = \frac{560\,000}{186\,000} = 3{,}0;\quad h = 3{,}50\ m;\quad l = 3{,}00\ m$$

$$X\left[h + \frac{r}{h}\,\frac{1+\alpha}{\alpha}\right] = M + \frac{2\,F}{l} =$$

$$= 300 + \frac{2 \cdot 7{,}2}{30} = 304{,}8\ tm$$

$$r = \frac{J_1}{F_1} + \frac{J_1}{F_2} = \frac{560\,000}{55 \cdot 40} + \frac{560\,000}{20 \cdot 79} =$$

$$= 610\ cm^2 = 0{,}061\ m^2$$

$$h + \frac{r}{h}\,\frac{1+\alpha}{\alpha} = 3{,}55 + \frac{0{,}061}{3{,}55}\,\frac{1+3}{3} = 3{,}57\ m$$

$$X = \frac{304{,}8}{3{,}57} = 85{,}20\ t$$

Aus den Gleichungen 24) folgt dann:

$$m_1 = m_2 = \frac{m}{2} = \frac{X\,r}{h} - \frac{F}{l} =$$

$$= \frac{85{,}2}{3{,}55} \cdot 0{,}061 - \frac{7{,}2}{3{,}0} = -\,0{,}96\ tm$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \frac{\mu}{2} = \frac{X\,r}{h\,\alpha} - \frac{F}{l} =$$

$$= \frac{85{,}2}{3{,}55 \cdot 3} \cdot 0{,}061 - \frac{7{,}2}{3{,}0} = -\,1{,}92\ tm$$

Wir beschränken uns auf die Ermittlung der Spannungen im untern Riegel:

In der Riegelmitte ist das Moment:

$$M_m = \frac{1}{8} \cdot 3{,}0^2 \cdot 3{,}2 - 1{,}92 = +\,1{,}68\ tm$$

Die grösste Spannung in der untern Eiseneinlage beträgt:

$$\sigma_e = \frac{X}{f_1 + f_2} + \frac{M_m}{f_1\, a} =$$

$$= \frac{85\,200}{79{,}2} + \frac{168\,000}{42 \cdot 73} = 1080 + 55 = 1135\ kg/cm^2.$$

Am Auflager $B_1\, B_2$ ist die obere Armierung 7 Stück ϕ 20 $mm = 22\ cm^2$, die untere Armierung $70\ cm^2$.

Die grösste Spannung in der oberen Eiseneinlage beträgt:

$$\sigma_e = \frac{85\,200}{70 + 22} + \frac{192\,000}{22 \cdot 42} = 930 + 208 = 1138\ kg/cm^2.$$

Der Eidgenössische Tagsatzungssaal in Baden.

(Mit Tafeln 12 und 13.)

Der Gefälligkeit von Herrn Bauverwalter R. Keller in Baden verdanken wir nachfolgende Bilder und Erläuterungen über den durch Architekt Alb. Frölich unter Leitung von Prof. Dr. J. Zemp teils wiederhergestellten, teils neuausgebauten und möblierten alten Tagsatzungssaal, der in seiner jetzigen Gestalt als Gerichts-Saal dient. Eine ausführliche Beschreibung, der wir Folgendes entnehmen, hat Herr Keller im diesjährigen, dem 264. Jahrgang des „Badener Kalender" veröffentlicht, worauf wir Geschichtsfreunde verweisen. An der bevorstehenden General-Versammlung der G. e. P. (am 3. September) wird sich Gelegenheit zur Besichtigung des Saales bieten.

„Der Umstand, dass Baden in seinen Mauern den Bau enthält, in dem vom Jahre 1424 bis zum Jahre 1712 die Eidgenossen ihre ordentlichen Sommer-Tagsatzungen abhielten, wo also während dreier Jahrhunderte über Wohl und Wehe der Eidgenossenschaft Rats gepflogen wurde, ist wie kaum ein anderer geeignet, dem gegenwärtigen Geschlecht die grosse Vergangenheit der Stadt