

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 67/68 (1916)
Heft: 26

Artikel: Beitrag zur Kenntnis der beim Aufpressen von Scheibenrändern auf ihre Wellen entstehenden Beanspruchungen
Autor: Müller, E.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-33026>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

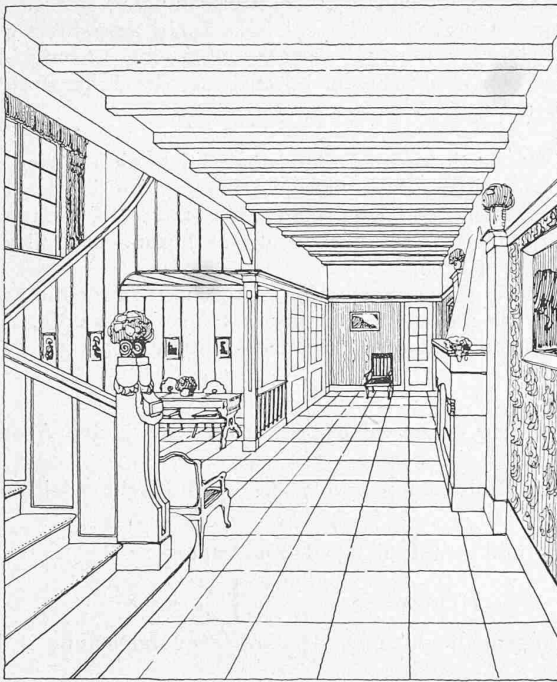


Abb. 5. Halle im Landsitz Prof. Henri Marteau.

gute Verteilung der Baumasse und Silhouette Wert gelegt. Dies war bestimmend für die Wahl des weit überstehenden Mansardendaches. Als Material wurden örtliche Erzeugnisse verwertet: Kalkstein für den Unterbau und Schiefer zur Eindeckung. Die Behandlungsart des Kalksteines gibt dem Bau seinen rassigen bodenständigen Charakter.“

Beitrag zur Kenntnis der beim Aufpressen von Scheibenrädern auf ihre Wellen entstehenden Beanspruchungen.

Von Ingenieur E. Müller, Zürich.

Rasch umlaufende Scheibenräder erleiden bekanntlich durch die Fliehkraftwirkung ihrer Massen Beanspruchungen, die zu Ausdehnungen der Scheiben führen und dadurch deren Lockerung hervorrufen können, falls sie in ruhendem Zustand gerade passend auf der Welle sitzen. Es kann nun die Lockerung eines solchen Rades durch dessen Aufpressen auf die Welle in der Weise verhindert werden, dass der Durchmesser der Radbohrung um einen der Fliehkraftausdehnung des Rades entsprechenden Betrag kleiner gemacht wird, als der Durchmesser der Welle. In rotierendem Zustand wird dann das Rad gerade noch spannungslos auf der Welle sitzen, ohne sich jedoch zu lockern.

Der Verfasser sah sich nun in seiner Praxis vor die Frage gestellt, die Anwendungsmöglichkeit des genannten Aufpressverfahrens für Dampfturbinen-Laufräder zu untersuchen.

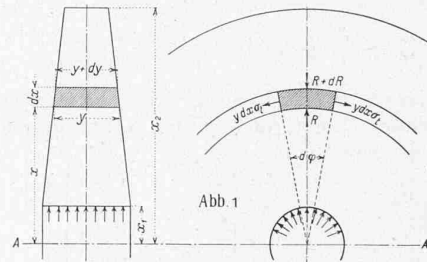
Es ist allgemein üblich, ringförmige Rotationskörper in der angegebenen Weise auf andere Maschinenteile aufzupressen, wobei jedoch das Verfahren nur bei Ringen angewendet wird, die in radialer Richtung eine geringe Breite aufweisen, wie z. B. Schrumpfringe oder Radbandagen. Die hievon vollständig abweichende Form der Dampfturbinen-Laufräder hat den Verfasser veranlasst, die bei dieser Art des Aufpressens entstehenden Spannungsverhältnisse in der ruhenden Scheibe eingehend zu untersuchen, da es auch hier von Wichtigkeit ist, einerseits die beim Aufpressen der Laufradscheibe entstehenden Flächenpressungen und andererseits die im Scheibenkörper auftretenden Spannungen genau zu kennen. In der vorliegenden Arbeit soll nun in zusammenfassender Form über die Ergebnisse der betreffenden Untersuchungen berichtet werden.

1. Spannungen in der Scheibe zufolge radial nach aussen wirkender Kräfte in der Bohrung.

Durch das Aufpressen einer Scheibe auf eine Welle, deren Durchmesser grösser als die Bohrung der Scheibe ist, werden in dieser radial nach aussen gerichtete Kräfte entstehen, unter deren Einwirkung sie sich ausdehnt. Wir bestimmen nun zuerst die in der Scheibe auftretenden radialen und tangentialen Spannungen σ_r und σ_t .

Aus dem zu untersuchenden Rotationskörper (Abb. 1) denken wir uns ein Ringelement von der radialen Dimension dx im Abstände x von der Rotationsaxe $A-A$, und aus diesem ein durch den Zentriwinkel $d\varphi$ bestimmtes Stück herausgeschnitten. Dieses Scheibenelement ist in radialer Richtung auf Druck und in tangentialer Richtung auf Zug beansprucht. Wir können dafür die Gleichgewichtsbedingung aufstellen und wollen im Folgenden für die in die Rechnung tretenden Grössen die Bezeichnungen benutzen, die in den die Spannungsverhältnisse in rotierenden Scheiben behandelnden Abschnitten von „Stodola, Die Dampfturbinen“ gewählt wurden. Darnach bedeutet:

- x den radialen Abstand eines Scheibenpunktes von der Rotations-Axe,
- y die axiale Dicke der Scheibe,
- σ_r, σ_t die spez. Beanspruchung in einem Scheibenpunkt in radialer bzw. tangentialer Richtung,
- E den Elastizitätsmodul des Scheibenmaterials,
- $\varepsilon_r, \varepsilon_t$ die spezifischen Dehnungen in radialer bzw. tangentialer Richtung,
- ξ die radiale Verschiebung eines Scheibenpunktes im Abstände x von der Axe bei der Ausdehnung der Scheibe,
- ν den Koeffizienten der Querkontraktion des Materials.



Die Gleichgewichtsbedingung des in Abb. 1 schraffierten Scheibenelementes führt zu folgender Beziehung:

$$dR + y\sigma_t d\varphi dx = 0$$

oder, da $R = xy d\varphi \sigma_r$ ist, folgt

$$\frac{d(xy\sigma_r)}{dx} + y\sigma_t = 0 \dots \dots (1)$$

Die Elastizitätslehre ergibt bei radialen Druck- und tangentialen Zugspannungen für die spezifischen Dehnungen in irgend einem Punkte der Scheibe die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= -\frac{1}{E}(\sigma_r + \nu\sigma_t) \\ \text{und } \varepsilon_t &= \frac{1}{E}(\sigma_t + \nu\sigma_r) \end{aligned} \right\} \dots \dots (2)$$

Die beiden spezifischen Dehnungen ε_r und ε_t lassen sich nun noch auf andere Weise ausdrücken. Fasst man zwei Punkte der Scheibe ins Auge, die sich vor der Deformation in den radialen Abständen x und $x + dx$ von der Rotationsaxe befinden, also unter sich in radialer Richtung um die Distanz dx entfernt sind, so ist die radiale Entfernung dieser Punkte nach der Ausdehnung der Scheibe gleich $dx + \frac{d\xi}{dx} \cdot dx$. Demzufolge ist nach der Deformation die spezifische radiale Dehnung

$$\varepsilon_r = \left(dx + \frac{d\xi}{dx} \cdot dx - dx\right) \frac{1}{dx} = \frac{d\xi}{dx} = \xi'$$

In analoger Weise ergibt sich für die spezifische Dehnung in tangentialer Richtung die Beziehung:

$$\varepsilon_t = \frac{x + \frac{\nu\xi}{x} - x}{x} = \frac{\nu\xi}{x}$$

Diese Werte liefern mit den Gleichungen 2 die Möglichkeit, die Spannungen σ_r und σ_t zu bestimmen und führen zu folgendem Ergebnis:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= - \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[\xi' + \nu \frac{\xi}{x} \right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[\frac{\xi}{x} + \nu \xi' \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots (3)$$

Für die weiteren Ableitungen setzen wir nun eine bestimmte Form des Rotationskörpers voraus und wählen vorerst den einfachen Fall der Scheibe gleicher Dicke.

a) *Scheibe gleicher Dicke.* Die für diese Scheibe geltende Beziehung

$$y = \text{konst.}$$

in Verbindung mit den unter 3 gefundenen Ausdrücken für σ_r und σ_t ergeben, in Gleichung 1 eingesetzt, die Differentialgleichung

$$x^2 \xi'' + x \xi' - \xi = 0 \dots \dots (4)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung gelingt mit dem Ansatz

$$\xi = Ax - \frac{B}{x} \dots \dots (5)$$

wobei A und B zwei näher zu bestimmende konstante Grössen sind. Die Bestimmung dieser Grössen geschieht durch Anpassen der Lösung der Differentialgleichung 4 an die Randbedingungen. Wir nehmen zu diesem Zwecke an, die radiale Verschiebung ξ für einen Punkt der inneren Begrenzung der Scheibe, d. h. der Bohrung vom Halbmesser x_1 sei bekannt und gleich der Grösse δ . Ausserdem muss für die äussere Begrenzung, d. h. für $x = x_2$ die radiale Spannung gleich Null sein. Mit Hilfe dieser zwei Bedingungen findet man, dass

$$A = \frac{\delta}{a} \text{ wobei } a = x_1 - \frac{x_2^2}{x_1} \left(\frac{1+\nu}{\nu-1} \right)$$

$$\text{und } B = \frac{\delta}{b} \text{ wobei } b = \left(\frac{x_1}{x_2^2} \left(\frac{\nu-1}{\nu+1} \right) - \frac{1}{x_1} \right)$$

Setzt man diese Werte in Lösung 5 der Differentialgleichung ein und rechnet damit nach 3 die Spannungen σ_r und σ_t aus, so erhält man:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= - \frac{E\delta}{(1-\nu^2)} \left[\frac{1+\nu}{a} + \frac{1-\nu}{bx^2} \right] \\ \sigma_t &= \frac{E\delta}{(1-\nu^2)} \left[\frac{1+\nu}{a} - \frac{1-\nu}{bx^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots (6)$$

Damit ist die erste Aufgabe, die Bestimmung der Spannungsverhältnisse in der durch radial nach aussen wirkende Bohrungskräfte beanspruchten Scheibe vollständig gelöst.

Es ist von Interesse, die grössten Werte für σ_r und σ_t , die offenbar am inneren Scheibenrand auftreten, besonders zu rechnen. Setzen wir in Gleichungen 6 $x = x_1$, so wird:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_1} &= \frac{E\delta(\epsilon^2 - 1)}{x_1[\epsilon^2(1+\nu) - \nu + 1]} \\ \text{und } \sigma_{t_1} &= \frac{E\delta(1 + \epsilon^2)}{x_1[\epsilon^2(1+\nu) - \nu + 1]} \end{aligned} \right\} \dots \dots (6a)$$

Dabei ist $\epsilon = \frac{x_2}{x_1}$ das Verhältnis der Halbmesser der beiden Scheibenbegrenzungskreise. In der Bohrung der Scheibe gleicher Dicke sind also die Radial- und Tangentialspannungen nur abhängig vom Verhältnis $\frac{\delta}{x_1}$, der spezifischen Ausweitung der Scheibenbohrung und dem Verhältnis ϵ der Halbmesser der äusseren und inneren Begrenzungskreise, sofern der Elastizitätsmodul E des Scheibenmaterials derselbe ist.

Diese Beziehungen können auch benützt werden zur Berechnung der Pressungen, die durch Schrumpfringe erzeugt werden, indem diese als Scheiben gleicher Dicke aufgefasst werden können.

b) *Scheiben ungleicher Dicke.* Die theoretisch richtige Form der Laufradscheiben ist die sogenannte Scheibe gleicher Festigkeit. In der Praxis wählt man aber meistens ein geradliniges Profil, das der Scheibe gleicher Festigkeit so nahe als möglich angepasst wird. Für diese beiden Fälle

wird die Bestimmung der Beanspruchungen, wie sie unter Abschnitt 1 für die Scheibe gleicher Dicke ausgeführt wurde, kompliziert. Einfacher gestaltet sich die Lösung dieser Aufgabe für eine Scheibe, deren Dicke durch die Beziehung gegeben ist:

$$y = cx^{-a}$$

Da es in vielen Fällen möglich ist, die Grössen c und a so zu wählen, dass diese Beziehung die in der Praxis angewandten Scheibenformen mit genügender Genauigkeit wiedergibt, soll die Lösung dieses besondern Falles hier angeführt werden.

In ähnlicher Weise, wie in Abschnitt 1a für die Scheibe gleicher Dicke die Gleichung 4 abgeleitet wurde, finden wir für den neuen Fall die Differentialgleichung

$$\xi'' + \frac{1-a}{x} \xi' - \frac{a\nu+1}{x^2} \xi = 0 \dots \dots (7)$$

Die Lösung dieser Gleichung erfolgt durch den Ansatz:

$$\xi = cx^\varphi$$

der zur Bestimmung von φ die quadratische Gleichung

$$\varphi^2 - a\varphi - (a\nu + 1) = 0$$

liefert, und damit die beiden Lösungen:

$$\varphi_1 \text{ bzw. } \varphi_2 = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + a\nu + 1}$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung 7 lautet somit

$$\xi = C_1 x^{\varphi_1} + C_2 x^{\varphi_2} \dots \dots (8)$$

wobei C_1 und C_2 durch Grenzbedingungen zu bestimmende Konstanten bedeuten. Die Grenzbedingungen sind dieselben wie im vorangehenden Fall, indem wir für $x = x_1$ die Grösse $\xi = \delta$ setzen und für $x = x_2$ die Spannung $\sigma_r = 0$ sein muss. Diese zwei Bedingungen lassen uns für die Grössen C_1 und C_2 die folgenden Werte finden:

$$C_1 = -\delta \frac{x_2^{(\varphi_2 - \varphi_1)} \cdot \frac{\varphi_2 + \nu}{\varphi_1 + \nu}}{A} \quad \text{und} \quad C_2 = \frac{\delta}{A}$$

wobei die Grösse A den Ausdruck bedeutet:

$$A = \left[x_1^{\varphi_2} - x_1^{\varphi_1} x_2^{(\varphi_2 - \varphi_1)} \cdot \frac{(\varphi_2 + \nu)}{(\varphi_1 + \nu)} \right]$$

Mit Hilfe der Gleichungen 3 können nun die Werte der Spannungen σ_r und σ_t berechnet werden, indem in der allgemeinen Lösung 8 der vorliegenden Differentialgleichungen die obigen Werte von C_1 und C_2 benützt werden. Man erhält als Resultat:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= - \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\delta}{A} (\varphi_2 + \nu) \left[x^{\varphi_2 - 1} - x^{\varphi_1 - 1} \cdot x_2^{(\varphi_2 - \varphi_1)} \right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\delta}{A} \left[x^{\varphi_2 - 1} (1 + \nu \varphi_2) - x^{(\varphi_1 - 1)} \cdot x_2^{(\varphi_2 - \varphi_1)} \cdot \frac{(\varphi_2 + \nu)}{(\varphi_1 + \nu)} \cdot (1 + \nu \varphi_1) \right] \end{aligned} \right\} (9)$$

Auch hier interessieren uns speziell wieder die Werte für die Spannungen bei $x = x_1$, für die sich die folgenden Ausdrücke ergeben:

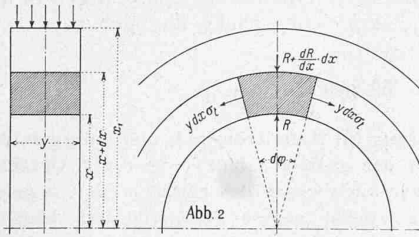
$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_1} &= - \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\delta}{x_1} (\varphi_2 + \nu) \left[\frac{1 - \epsilon^{\varphi_2 - \varphi_1}}{1 - \epsilon^{\varphi_2 - \varphi_1} \cdot \frac{(\varphi_2 + \nu)}{(\varphi_1 + \nu)}} \right] \\ \text{und} \\ \sigma_{t_1} &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\delta}{x_1} \left[\frac{(1 + \nu \varphi_2) - \epsilon^{\varphi_2 - \varphi_1} \cdot \frac{(\varphi_2 + \nu)}{(\varphi_1 + \nu)} \cdot (1 + \nu \varphi_1)}{1 - \epsilon^{\varphi_2 - \varphi_1} \cdot \frac{(\varphi_2 + \nu)}{(\varphi_1 + \nu)}} \right] \end{aligned} \right\} (9a)$$

Damit ist auch diese Aufgabe gelöst. Zu einem direkten Vergleich dieser Werte mit den früher für die Scheibe gleicher Dicke gefundenen sind die Ausdrücke zu wenig übersichtlich; ein solcher soll später an einem Zahlenbeispiel durchgeführt werden.

2. Spannungen in einer Scheibe zufolge radial nach innen wirkender Druckkräfte.

Mit der behandelten Aufgabe im Zusammenhang steht jene der Bestimmung der Spannungszustände in einer durch äussere Druckkräfte beanspruchten Scheibe. Als ein solcher Körper kann nämlich die Welle betrachtet werden, auf welche die Scheiben aufgedrückt werden und die demzufolge eine zur Ausdehnung der Scheibe entgegengesetzte Deformation erleidet. Der Einfachheit halber denken wir uns denjenigen Teil aus der Welle herausgeschnitten, auf

dem die Scheibe direkt sitzt, sodass wir einen der Scheiben- bzw. Nabendicke des Rades entsprechenden scheibenförmigen Körper vor uns haben. Die Vernachlässigung der beidseitigen Wellenverlängerungen bedeutet für jene Fälle, in denen mehrere Räder unmittelbar aneinanderstossend aufgezogen sind, noch keine Abweichung von der Wirklichkeit.



Zur Lösung der Aufgabe verfahren wir wie in

Abschnitt 1, indem wir für ein aus dem Körper herausgeschnittenes, in Abb. 2 dargestelltes Ringelement die Gleichgewichtsbedingung aufstellen. Da R die Grösse $(xy d\varphi \sigma_r)$ bedeutet, so folgt als Gleichgewichtsbedingung des Ringelementes:

$$\frac{d}{dx} (xy \sigma_r) - y \sigma_t = 0 \dots \dots \dots (10)$$

Die Elastizitätslehre führt zu dem Ergebnis

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_t) = \xi'$$

$$\epsilon_t = \frac{1}{E} (\sigma_t - \nu \sigma_r) = \frac{\nu r}{x}$$

woraus die Ausdrücke für die Spannungen gerechnet werden können. Es wird

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\xi' + \nu \frac{\nu r}{x} \right) \\ \sigma_t &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\nu \xi' + \frac{\nu r}{x} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

Die Gleichung 10 führt uns weiter mit der die Scheibenform bestimmenden Beziehung $y = \text{konst.}$ zu der Differentialgleichung

$$x^2 \xi'' + x \xi' + \xi = 0 \dots \dots \dots (12)$$

deren Lösung wiederum durch den Ansatz

$$\xi = Ax - \frac{B}{x}$$

erfolgt, womit durch Einsetzen der Ableitungen von ξ in Gleichung 12 die Grössen A und B mit Hülfe der Grenzbedingungen gefunden werden. Als Grenzbedingung soll die Annahme gemacht werden, dass im äusseren Rand der Scheibe, also bei $x = x_1$, die Deformation ξ die Grösse $-\delta_a$ besitze. Eine weitere Beziehung liefert die Ueberlegung, dass im Mittelpunkt der Scheibe, also für $x = 0$, die beiden Spannungen σ_r und σ_t gleich gross sein müssen. Mit Hülfe dieser Beziehungen gelangt man zu dem Ergebnis:

$$A = -\frac{\delta_a}{x_1} \quad \text{und} \quad B = 0$$

und dadurch zu der Lösung der Differentialgleichung

$$\xi = -\frac{\delta_a}{x_1} \cdot x$$

Setzen wir diese Lösung in die Gleichungen 11 ein, so ergeben sich die folgenden Werte der Spannungen σ_r und σ_t

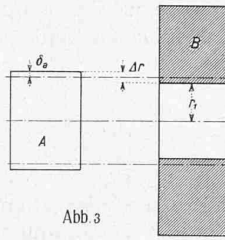
$$\sigma_r = \sigma_t = -\frac{E \delta_a}{(1-\nu) x_1} \dots \dots \dots (13)$$

Es zeigt sich somit, dass in einer Scheibe gleicher Dicke bei Belastung durch äussere Druckkräfte in allen Punkten gleich grosse radiale und tangentiale Beanspruchungen erzeugt werden. Jede volle Scheibe gleicher Dicke stellt somit für radiale Druckbelastungen auf der äusseren Begrenzung einen Körper gleicher Druckfestigkeit dar.

3. Wirklicher Wert der beim Aufziehen von Scheiben entstehenden Deformationen.

Die unter Absatz 1 und 2 abgeleiteten Formeln gestatten die Bestimmung der Spannungen für bestimmte Werte der Grössen δ und δ_a , um die sich die Halbmesser der inneren bzw. äusseren Begrenzungen bei der Deformation verändern. Wird nun aber beispielsweise der in Abb. 3 dargestellte Körper B mit einer Bohrung vom Halbmesser r_1 auf den Zylinderkörper A vom Halbmesser $r_1 + \Delta r$

aufgepresst, so ist weder δ noch δ_a bekannt, sondern nur deren Summe Δr . Nun liefert aber die Ueberlegung, dass an der Berührungsfläche beider Körper A und B nach der Deformation die radialen Spannungen σ_r gleich gross sein müssen, eine Beziehung, die die Bestimmung z. B. der Grösse δ erlaubt. Dazu braucht man nur die unter 1a bestimmte radiale Spannung σ_{r1} des Körpers B für die Ausdehnung δ gleichzusetzen der durch Gleichung 13 gegebenen, der Deformation $\delta_a = (\Delta r - \delta)$ entsprechenden Pressung auf den Körper A . Die Ausrechnung führt zu dem Ergebnis:



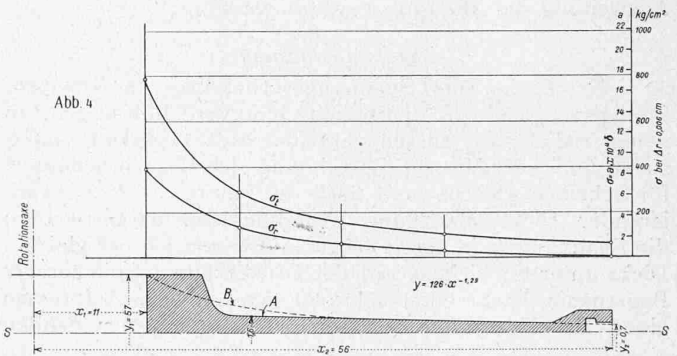
$$\delta = \frac{\Delta r}{2} \left[\frac{e^2(1+\nu) - \nu + 1}{e^2 - \nu + 1} \right]$$

Dadurch lassen sich wenigstens für Scheiben konstanter Dicke die beim Aufpressen entstehenden Oberflächenpressungen bei gegebener Differenz der ursprünglichen Durchmesser der Berührungsflächen beider Körper berechnen. Auf gleiche Weise ist auch für den in Abschnitt 1b behandelten Fall der Scheibe mit ungleicher Dicke die Lösung möglich. Zu der abgeleiteten Formel für δ ist noch zu bemerken, dass sie die Annahme gleichen Elastizitätsmoduls E der Materialien von A und B enthält.

Von der Grösse der in den Berührungsflächen der beiden Körper entstehenden Spannungen hängt die Grösse der beim Aufziehen aufzuwendenden Kraft ab, zu deren Vorausbestimmung die genaue Kenntnis der ersteren erforderlich ist.

4. Lösung eines praktischen Beispiels.

Die Anwendung der vorangehenden analytischen Ausführungen auf ein praktisches Beispiel soll nun noch mit der durch Abb. 4 dargestellten Scheibenform durchgeführt werden, um eine Vorstellung über die Zahlenwerte der vorkommenden Grössen zu geben. Die betreffende Scheibe sei nach dem gebräuchlichen Profil A mit $S-S$ als Symmetrielinie ausgeführt. Wir nehmen an, dass sie auf ein zylindrisches Wellenstück von der Breite y_1 und dem Halbmesser $x_1 + \Delta r$ aufgezogen werde, wobei $\Delta r = 0,006 \text{ cm}$ dem ungefähren Betrag der Fliehkraftausdehnung der Bohrung bei 3000 Uml/min sein soll, und bestimmen die in



der Scheibenbohrung entstehenden Pressungen. Dazu ersetzen wir die Scheibe mit dem Profil A annäherungsweise durch eine solche mit dem Profil B , das die Gleichung erfüllt:

$$y = cx^{-a} \quad \text{mit} \quad c = 126 \quad \text{und} \quad a = 1,29.$$

Es gelten somit für die Scheibe B die Ableitungen im Abschnitt 1b und die Gleichungen 9 und 9a liefern uns die Werte der Spannungen in der Scheibenbohrung:

$$\sigma_r = 86 \, 142 \, \delta \quad \sigma_t = 174 \, 120 \, \delta$$

Der durch Gleichungen 9 bestimmte Verlauf dieser Spannungen über die ganze Scheibe ist in Abb. 4 dargestellt. Man erkennt die gleichartige rasche Abnahme dieser Spannungen mit zunehmendem Abstand von der Scheibenmitte. Das Verhältnis $\sigma_t : \sigma_r$ ist auf dem innern Teil der Scheibe nahezu konstant.

Für den Praktiker ist es nun wertvoll zu wissen, dass zur Bestimmung der Spannungen für $x = x_1$ die Formeln 9 vereinfacht werden können. Bei der Durchführung der Rechnung eines Zahlenbeispiels ergibt sich nämlich, dass in den Gleichungen 9 das zweite Glied der Klammerausdrücke gegenüber dem ersten vernachlässigt werden kann, was auch beim Ausdruck A zutrifft. Dies führt zu den angenäherten Formeln

$$\sigma_{r_1} = - \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\delta}{x_1} \cdot (\varphi_2 + \nu)$$

$$\sigma_{t_1} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\delta}{x_1} (1 + \nu \varphi_2)$$

die die Verhältnisse praktisch genügend genau wiedergeben.

Zum Vergleich mit obigen Werten der Spannungen σ_r und σ_t der Scheibe ungleicher Dicke seien noch jene für eine Scheibe gleicher Dicke gerechnet. Nach Gleichungen 6a wird

$$\sigma_r = 144\,900 \delta$$

$$\sigma_t = 156\,535 \delta,$$

woraus hervorgeht, dass für die behandelte Scheibenform mit ungleicher Dicke die radialen Spannungen in der Bohrung kleiner und die tangentialen Spannungen grösser sind, als bei der Scheibe gleicher Dicke. In beiden Fällen sind die tangentialen Spannungen die gefährlicheren.

Es bleibt nun noch die Bestimmung der Grösse δ übrig, um die sich die Scheibe ausdehnt beim Aufpressen auf den als Scheibe gleicher Dicke angenommenen Wellenabschnitt, dessen Halbmesser um die Grösse Δr grösser ist, als der Radius der Scheibenbohrung. Die Spannungen an der Aufpressungsfläche für diesen Wellenabschnitt sind durch die Formel 13 gegeben. Setzen wir darin $\delta_a = (\Delta r - \delta)$, so gibt das Gleichsetzen der radialen Spannungen für Axenabschnitt und Scheibe die Beziehung

$$\delta = 0,768 \Delta r$$

Dies ist für den angenommenen Betrag der Differenz in den Durchmessern von Radbohrung und Welle die Grösse der beim Aufpressen der Scheibe wirklich entstehenden Ausdehnung der Radbohrung. Damit ist die Möglichkeit gezeigt, die Verhältnisse so zu wählen, dass beim Aufpressen des Rades Pressungen von der beabsichtigten Grösse auftreten. Soll andererseits die Scheibe so auf die Welle aufgezogen werden, dass sie sich bei der Rotation nicht lockert, so muss Δr gleich der durch die Rotation entstehenden Ausweitung der Bohrung gewählt werden.

Zusammenfassung.

Es werden die Spannungsverhältnisse in scheibenförmigen Rotationskörpern mit zentralen Bohrungen, in denen radial nach aussen gerichtete Kräfte wirken, untersucht und Formeln zur Berechnung der Beanspruchungen für Scheiben gleicher und nach der Formel $y = cx^{-a}$ variierender Dicke abgeleitet. Anschliessend daran werden die Spannungen in einem scheibenförmigen Körper gleicher Dicke unter Einwirkung radialer Druckkräfte auf die äussere Begrenzungsfläche untersucht, um dann die beim Aufpressen einer Scheibe auf einen solchen Körper entstehenden

Deformationen zu bestimmen. Endlich wird an Hand eines Zahlenbeispiels die Anwendung dieser Ableitungen erläutert, wobei auch ein Bild des Verlaufes der berechneten Spannungen über die ganze Scheibe gewonnen wird. Gleichzeitig werden Näherungsformeln für die Spannungen in der Bohrung der Scheibe ungleicher Dicke angegeben.

Miscellanea.

Der Saurer-Lastzug für Kabeltrommel- und Langmasten-transport. Der wegen der grossen Abmessungen und Gewichte der Kabeltrommeln sowie auch wegen des häufigen Fehlens geeigneter Ladevorrichtungen meist grosse Schwierigkeiten bietende Transport dieser Trommeln hat die Firma Adolph Saurer in Arbon dazu bestimmt, hierfür einen besonderen Lastzug zu bauen, von dem die beigegebenen Abbildungen eine Ausführung zeigen. Die Trans-

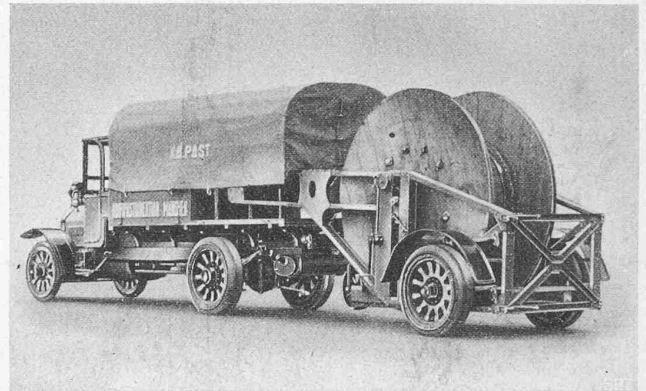


Abb. 1. Saurer-Lastzug mit Spezialwagen für Kabeltrommeltransport.

porteinrichtung umfasst einen Zugwagen und zwei Anhänger, von denen der eine beim Transport von Kabeltrommeln (Abbildung 1), der andere beim Transport von Kabelschutzeisen- und Langmasten (Abbildung 2) verwendet wird. Beide Anhänger können, zusammengekuppelt, auch für sich einen unabhängigen Zug mit Pferdebespannung bilden, wenn z. B. leere Kabeltrommeln befördert werden sollen, oder der Motorzugwagen gerade anderweitige Verwendung findet.

Der Zugwagen ist der normale Saurer-Wagen für 3 t Ladegewicht mit Motor von 36 PS, einem Wechselgetriebe mit vier Geschwindigkeiten und einem Antriebsmechanismus für eine Dynamo von 4,5 kW und 110 V, die zum Antrieb einer Elektrowinde zum Kabeleinziehen oder z. B. für eine eventuelle Beleuchtungsanlage dient. Ueber der Hinterachse ist ein Führungsgestell mit Kugelkopfführung und abnehmbarem Kugelkopf angeordnet, der zur Lagerung des Spezialwagens für den Kabeltrommeltransport, bzw. als Drehschemelführung bei Kabelschutzeisentransport dient. Um den Zugwagen auch als gewöhnlichen Lastwagen verwenden zu können, ist er mit einer Ladebrücke ausgerüstet, die bei seiner Verwendung als Zugwagen nicht abgenommen zu werden braucht. Deren vordere Hälfte kann in allen Fällen mit Ladegut belegt werden.

Der Spezialwagen für Kabeltrommeltransport ist ein Dreiradanhänger, dessen kleines Vorderrad lenkbar und vertikal durch eine Gewindespindel-Winde verstellbar angeordnet ist, zum Zwecke, den Anhänger auf den Zugwagen auf- bzw. von ihm abzuheben. Gekuppelt mit dem Zugorgan, läuft dieser Spezialwagen nur auf den zwei Hinterrädern. Durch den Einbau einer der Firma patentierten Doppelfederung der Hinterräder ohne durchgehende Achse und einer die zu transportierende Kabeltrommel beidseitig umschliessenden Rahmenkonstruktion wurde erreicht, dass zur Verladung der Dreiradanhänger nur an die Trommel herangeschoben zu werden braucht, ohne dass die letztere vom Erdboden abgehoben werden muss. Zum Hochheben und Ablassen der Kabeltrommel sind zu beiden Seiten der Längsträger vertikale Schlittenführungen mit darin gleitenden Schlitten eingebaut, die mit kombiniertem Flaschenzug und Schneckenradgewinde

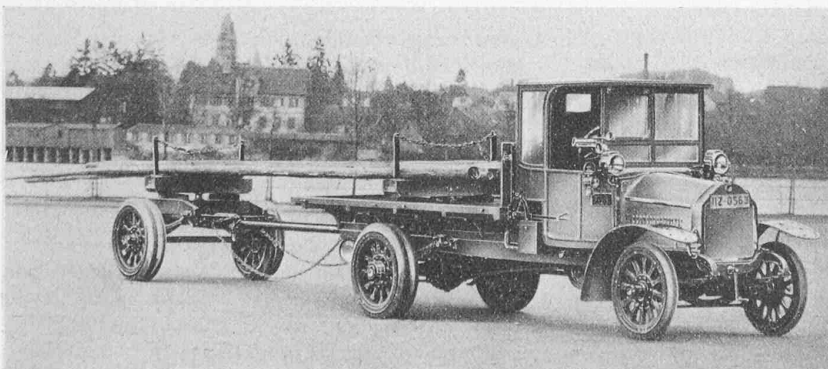


Abb. 2. Saurer-Lastzug für Kabelschutzeisen- und Langmastentransport eingerichtet.