Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 65/66 (1915)
Heft: 10

Artikel: Festigkeitsberechnung von Kugelschalen
Autor: Bolle, L.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-32288

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Festigkeitsberechnung von Kugelschalen. — Die Vereinigten Lagerplätze Haggen-Bruggen bei St. Gallen. — Wettbewerb für ein Kirchgemeindehaus in Zürich-Wiedikon. — Elektrizitätswerke der Schweiz. — Miscellanea: XLVI. Generalversammlung des Schweizerischen Ingenieur- und Architekten-Vereins. Leistungsmessungen an Turbinen auf elektrischem Wege. Vorschläge zur Verhütung von Oelschalterexplosionen. Die neue Ohiobrücke bei Kenova. Zerschneiden von Gusseisen in warmem Zustande. Die Petroleumgewinnung der Welt. — Konkurrenzen: Bürgerspital Solothurn. — Nekrologie: Walter Jegher. J. Kelterborn. — Literatur: Die Rammwirkung im Erdreich. Literarische Neuigkeiten. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- u. Architekten-Verein. Gesellschaft ehem. Studierender: Stellenvermittlung.

Band 66. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und unter genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 10.

Festigkeitsberechnung von Kugelschalen.

Von Ing. *L. Bolle*, La Chaux-de-Fonds.

(Schluss von Seite 108.)

Belastungsfälle 5 und 6.

Vorher sind die Belastungsfälle 3 und 4 als zwei Superpositionen der partikulären Integrale X_1 und Y_1 gefunden worden; hier setzen sich die Fälle 5 und 6 zusammen aus den vier partikulären Lösungen, die zu den Integralen X_1, Y_1, X_2, Y_2 der Grunddifferentialgleichung gehören. Die neu hinzutretenden Integrale X_2 und Y_2 und ihre entsprechenden Differentialausdrücke Φ_2 und Ψ_2 werden wieder durch Reihenentwicklungen dargestellt, während die Lösungen selbst sich aus diesen Funktionen nach denselben Formeln (1) ableiten lassen, wenn wir nur überall den Index 1 durch 2 ersetzen. Wir nehmen an, diese vier Lösungen seien für unsere gusseiserne Schale ($R = 143$ *cm*, $2h = 6$ *cm* und $\nu = 0{,}2$) bekannte Funktionen von α, die wir direkt zur Berechnung der Fälle 5 und 6 benutzen können.

Entsprechend den vier Lösungen kommen jetzt in der Zusammensetzung vier Integrationskonstanten a_1, b_1, a_2 und b_2 vor, zu deren Bestimmung wir vier Gleichungen nötig haben. Auf den zwei Rändern unseres Bodens (es sei z. B. $\alpha_a = 39^0$ und $\alpha_i = 6^0$ gewählt) sind die folgenden Bedingungen zu erfüllen (vergl. Abb. 1 auf S. 106):

	Belastungsfall 5	Belastungsfall 6
$\alpha = \alpha_a$	$\sigma_H = 0 \quad \sigma_x = 0$	$\sigma_H = 0 \quad \sigma_x = 0$
$\alpha = \alpha_i$	$\begin{cases} \sigma_H = -\sigma_S \; (= 238\, kg/cm^2) \\ \sigma_x = 0 \end{cases}$	$\sigma_H = -\sigma_S \; (= 238\, kg/cm^2)$ $\vartheta = 0$

die gesuchten Lösungen sind somit vollständig bestimmt.

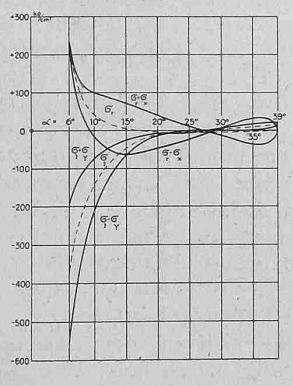


Abbildung 6.

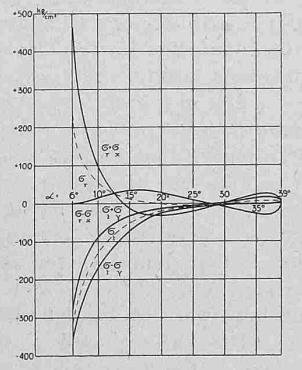


Abbildung 7.

Die Abbildungen 6 und 7 zeigen, wie die Spannungen in der Nähe des belasteten Randes grosse Werte annehmen, nach einigen Schwankungen indessen ziemlich rasch abnehmen, um in der Nähe des Aussenrandes ganz gering zu werden. Aus den gerechneten Spannungen σ_r und σ_t liessen sich die Deformationsgrössen (Abb. 8 und 9) mit Hülfe der Gleichungen (2) und (3) berechnen.

Wir wollen uns bei diesen Untersuchungen nicht zu lange aufhalten und fügen nur noch eine Bemerkung von praktischer Bedeutung hinzu.

Eine auf dem inneren Rande wirkende Belastung (σ_H, oder σ_H und σ_x) übt, wie wir oben gesehen haben, auf die äusseren Teile des Bodens nur geringen Einfluss aus. Wird daher eine offene Schale so belastet, dass die grösste Beanspruchung gerade in der Nähe des Aussenrandes auftritt (das ist für die meisten Belastungen der Fall), so wird sich diese Beanspruchung nicht stark verändern, wenn wir auf dem inneren Rande andere Bedingungen vorschreiben (z. B. die Schale dort verstärken oder sie als geschlossen annehmen), während die Spannungen in der Nähe der Oeffnung dabei starke Veränderungen erfahren.

Andere Belastungsgesetze.

Von den sechs betrachteten Hauptfällen wird, wenn wir das Belastungsgesetz $[X = \varphi(\alpha)\; Z = \psi(\alpha)]$ ändern, nur der erste zu ersetzen sein. Die fünf letzten gehören eigentlich zu dem Falle der unbelasteten Schale und werden daher durch eine solche Aenderung gar nicht berührt. Wir haben sie auch nur dazu benutzt, um die in jedem Beispiel vollständig bestimmte Lösung 1 den verschieden gestellten Randbedingungen anzupassen.

Diejenige Lösung (1) zu finden, die zu einer gewissen Belastung gehört, das soll uns die mathematische Lösung leisten. Für die zwei praktisch noch in Betracht kommenden Belastungsgesetze (Eigengewicht oder Belastung durch diejenigen Trägheitskräfte, die einer um die Axe gleichförmig rotierenden Schale entsprechen) lassen sich die Resultate sehr einfach mit Hülfe von elementaren Funktionen ausdrücken. Nur in einem, schon an sich interessanten Beispiel möchten wir diese partikuläre Lösung noch näher beschreiben.

Es handle sich um eine geschlossene Kugelschale, die gleichförmig um einen Durchmesser rotiert, und es sei die spezifische Masse mit m und die Umfanggeschwindigkeit am Aequator mit V bezeichnet. Die durch die Trägheitskräfte hervorgerufenen Spannungs- und Deformationsgrössen nehmen dann die folgenden Werte an:

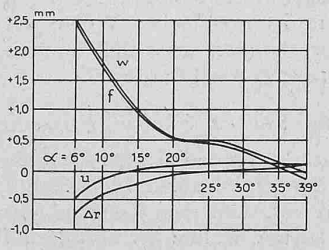


Abbildung 8.

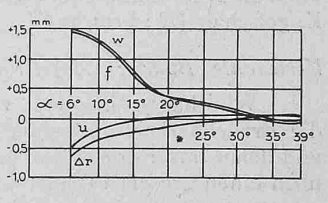


Abbildung 9.

$$\sigma_r = \frac{C_2}{2h}\cos^2\alpha\;; \quad \sigma_t = \frac{C_2}{2h}\cos^2\alpha + \left(mV^2 - \frac{C_2}{2h}\right)\sin^2\alpha$$

$$\sigma_x = \frac{E\cdot h\cdot C_1}{(1-\nu^2)}\left[\cos 2\alpha + \nu\cos^2\alpha\right];\; \sigma_y = \frac{E\cdot h\cdot C_1}{(1-\nu^2)}\left[\cos^2\alpha + \nu\cos 2\alpha\right]$$

$$u = \frac{R}{E}(1+\nu)\left(mV^2 - \frac{C_2}{2h}\right)\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$w = \frac{R}{E}\left[mV^2(1+\nu\cos^2\alpha) - \frac{C_2}{2h}(\sin^2\alpha + 2\nu\cos^2\alpha)\right]$$

wo:

$$C_1 = \frac{(3+\nu)\,mV^2}{R\cdot E\cdot\left[1+\frac{5^2-\nu^2}{3(1-\nu^2)}\cdot\frac{h^2}{R^2}\right]}\;; \quad C_2 = \frac{(3+\nu)(5+\nu)\,2hmV^2}{3(1-\nu^2)\left[1+\frac{5^2-\nu^2}{3(1-\nu^2)}\cdot\frac{h^2}{R^2}\right]}\cdot\frac{h^2}{R^2}$$

Je nach der Grösse von $\frac{h}{R}$ wird diese Lösung sehr verschieden ausfallen.

Geht z. B. $\frac{h}{R}$ in Null über, so nähern sich die gefundenen Grössen den Grenzen

$$\sigma_r = \sigma_x = \sigma_y = 0 \qquad \sigma_t = mV^2\sin^2\alpha$$

$$u = \frac{R}{E}(1+\nu)\cdot mV^2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha \qquad w = \frac{R}{E}\cdot mV^2\cdot(1+\nu\cos^2\alpha)$$

unsere Kugel verhält sich dann gleich einer Membran (ohne Biegungswiderstand).

Wählen wir aber wie in dem gerechneten Beispiele $\frac{h}{R} = 0{,}1$, so erhalten wir für die Biegungsspannungen noch beträchtliche Werte, während die anderen Grössen nicht stark von ihren Grenzen abweichen. Dies erklärt sich daraus, dass die Abweichungen im allgemeinen mit der zweiten Potenz von $\frac{h}{R}$, die Biegungsspannungen aber nur mit der ersten Potenz von $\frac{h}{R}$ unendlich klein werden.

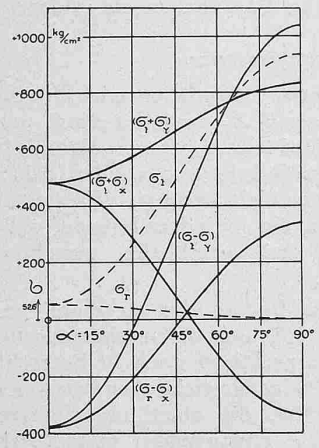


Abbildung 10.

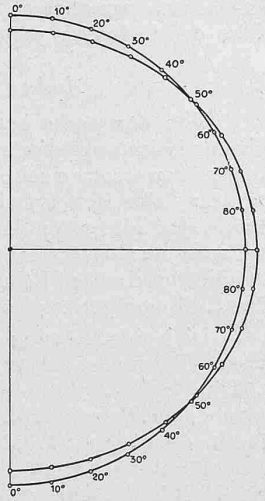


Abbildung 11.

Zur Erläuterung der Abbildungen 10 und 11 ist noch zu sagen, dass sie das elastische Verhalten der Kugelschale $R = 10\ cm$, $2\,h = 2\ cm$, $\nu = 0{,}3$ darstellen, wenn die Grösse $m \cdot V^2 = 1000\ kg/cm^2$ gesetzt wird. Dieser Ausdruck $m \cdot V^2$ stellt bekanntlich diejenige Spannung dar, die in einem aus demselben Material ausgeführten, mit der Geschwindigkeit V rotierenden Ringe auftritt. Die elastischen Verschiebungen sind ihrer Kleinheit wegen in einem (100 mal) grössern Masstabe als der Kugelradius selbst aufgetragen worden. Unten in der Abb. 11 ist in gleicher Weise wie oben die Deformation der entsprechenden unendlich dünnen Kugelschale (R 10 cm, $mV^2 = 1000\ kg/cm^2$) dargestellt.

Verwandte Böden; Aufstellung von empirischen Formeln.

Wir haben in den vorangehenden Entwicklungen die Brauchbarkeit der neuen Berechnungsmethode erkannt und damit unser erstes Ziel erreicht. Um dem Konstrukteur noch einen grössern Dienst zu leisten, wollen wir nun darauf ausgehen, die in einigen belasteten Böden auftretenden gefährlichen Spannungen wenigstens angenähert abzuschätzen.

Die gefundenen numerischen Ergebnisse gestatten uns, bis jetzt nur solche Böden zu beurteilen, die aus unserer Kugel von $R = 143\ cm$, $2\,h = 6\ cm$ und $\nu = 0{,}2$ herausgeschnitten werden. Es bleibt noch zu bestimmen, welche Veränderungen diese Ergebnisse erleiden, wenn wir von einer Kugel zur andern übergehen; insbesondere wollen wir untersuchen, welche Verwandtschaft zwischen zwei Kugelschalen bestehen muss, damit die Veränderung eine minimale wird.

Bei der Reihendarstellung der Funktionen X_1 und Y_1 spielt die Grösse

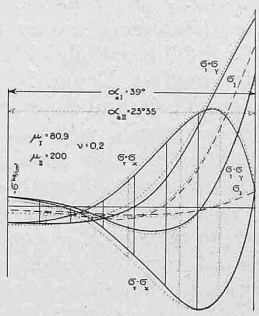
$$\mu = \sqrt{3\,(1 - \nu^2)\,\frac{R^2}{h^2} - \nu^2},$$

die von der Kugel abhängt, eine fast so wichtige Rolle, wie die variable $x = \sin^2 \alpha$ selbst; es lässt sich sogar zeigen, dass für grössere Werte von μ (dünne Schalen) die Funktionen X_1 und Y_1, in dem Gebiete, wo sie noch bequem zu berechnen sind, nur noch von dem Ausdrucke $\mu x = \mu \sin^2 \alpha$ abhängen. Es liegt der Gedanke nahe, die zwei zu vergleichenden Schalen so zu wählen, dass sie am Rande denselben Wert von $\mu \sin^2 \alpha_a$ besitzen; zwei solche Böden werden wir in der Folge „verwandte" Böden bezw. Schalen nennen. Damit wir nicht zugleich verschiedene Einflüsse zu berücksichtigen haben, wollen wir zwei aus demselben Material hergestellte, verwandte Böden untersuchen und zwar für die einfachsten Belastungsfälle 3 und 4. Die horizontale Zugspannung σ_H sei in allen Fällen gleich gross.

Wir wählen z. B. die zwei gusseisernen, verwandten Böden:

$$\mu_{\mathrm{I}} = 80{,}9,\ \alpha_{a\,\mathrm{I}} = 39^0 \text{ und } \mu_{\mathrm{II}} = 200,\ \alpha_{a\,\mathrm{II}} = 23^0\,35'$$

Der erste ist schon bei den Fällen 3 und 4 (Abb. 2 und 3) für eine horizontale Spannung $\sigma_H = +238\ kg/cm^2$ untersucht worden; wir behalten daher diesen Wert auch für den zweiten Boden bei. In den Abb. 12 und 13, auf denen wir den Vergleich ausführen, sind die Masstäbe für α so gewählt, dass der Oeffnungswinkel α_a jedesmal durch dieselbe Strecke dargestellt wird. Die gezeichneten Kurven (für den erten Boden ausgezogen, für den zweiten



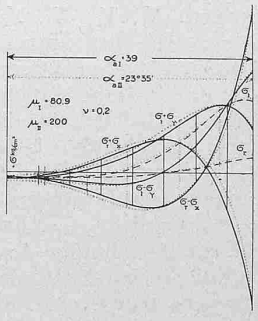


Abb. 12. — Masstab der Spannungen 1 $cm = 800\ kg/cm^2$. — Abb. 13.

punktiert) zeigen die vollständige Analogie, die zwischen den zwei gleich belasteten, verwandten Böden in Bezug auf die Spannung besteht. Nicht nur nehmen die maximalen Spannungen am Rande die gleichen Werte an, sondern der Verlauf der Spannungen ist im ganzen Gebiete der Schalen sehr ähnlich. Diese Analogie gilt natürlich noch für eine Superposition der Lösungen [3] und [4], insbesondere auch für den Belastungsfall [4] — [3], bei dem die Randbelastung der Böden nur aus den gleichen Biegungsspannungen (maximaler Wert $= \sigma_x$) besteht. Gestützt auf die letzten Resultate lässt sich der folgende, allgemein gültige Satz aussprechen:

Die auf dem Rande gleich belasteten (σ_H und σ_x), *verwandten Böden werden praktisch gleich beansprucht; in den entsprechenden Punkten herrschen ungefähr dieselben Spannungen.*

Um zu beurteilen, inwieweit sich zwei verwandte Böden bei den verwickelteren Belastungsfällen 3′, 4′, 3″ und 4″ vergleichen lassen, ist es angezeigt, wieder von den Fällen 3 und 4, bei denen unsere Analogie gültig ist, auszugehen, und von den Superpositionen Gebrauch zu machen, die uns zu den neuen Fällen geführt hatten.

Die Fälle 3′ und 4′ setzten sich aus den Lösungen 1 und 3, bezw. 1 und 4, wie folgt zusammen:

$$[3'] = [1] + \cos \alpha_a \cdot [3] \text{ und } [4'] = [1] + \cos \alpha_a \cdot [4];$$

es wurde dabei angenommen, dass bei den Lösungen [3] und [4] die horizontale Zugspannung σ_H gleich $-\sigma_S = +\frac{R}{4h} \cdot p$ sei. Setzen wir σ_H gleich $+1\ kg/cm^2$, so lassen sich $\sigma_{3'}$ und $\sigma_{4'}$ aus σ_3 und σ_4 mit Hülfe der Gleichungen

$$\sigma_{3'} = -\frac{R}{2h} \cdot \frac{p}{2}\left[1 - \sigma_3 \cdot \cos \alpha_a\right] \quad \sigma_{4'} = -\frac{R}{2h} \cdot \frac{p}{2}\left[1 - \sigma_4 \cdot \cos \alpha_a\right]$$

ableiten. Im Gegensatz zu den Fällen 3 u. 4 ($\sigma_H = +1\ kg/cm^2$) ändern sich hier die Spannungen $\sigma_{3'}$ und $\sigma_{4'}$, wenn man von einem Boden auf einen verwandten übergeht. Wegen der Anwesenheit von $\cos \alpha_a$ bleibt nicht einmal das Verhältnis $\frac{\sigma_{3'}}{\sigma_S}$ $\left(\text{bezw. } \frac{\sigma_{4'}}{\sigma_S}\right)$ für alle verwandten Böden konstant.

Bei den zwei Belastungsfällen 3″ und 4″ ist die Sache etwas einfacher. Aus dem Ableitungsverfahren dieser Lösungen ist leicht zu ersehen, dass das Verhältnis $\frac{\sigma_{3''}}{\sigma_S}$ $\left(\text{bezw. } \frac{\sigma_{4''}}{\sigma_S}\right)$ infolge unserer Analogie für alle verwandten Böden konstant ist.

Nach diesen Vorbereitungen können wir dazu übergehen, das für den Konstrukteur bequemste Rechnungsverfahren abzuleiten; wir beschränken uns dabei auf die zwei wichtigsten Belastungsfälle 3′ und 4″ [frei aufliegende (3′) oder eingespannte (4″) Schale durch Aussendruck $+p$ *kg/cm²* belastet] und geben zuerst an, wo bei diesen Belastungsfällen die gefährlichen Spannungen auftreten.

Belastungsfall 3′. Ist $\mu \sin^2 \alpha_a$ klein, so tritt die gefährliche Spannung wie bei der ebenen Platte in der Mitte auf und zwar auf der konvexen Oberfläche $[\sigma_{max} = (\sigma_r - \sigma_x)_o]$. Nimmt $\mu \sin^2 \alpha_a$ zu, so verschiebt sich das Maximum der Radialspannungen; dieses ist jetzt in einer gewissen Entfernung des Randes zu finden, aber sein absoluter Betrag wird bald kleiner, als die auf der inneren Kante des Randes auftretende Tangentialspannung $[(\sigma_t + \sigma_y)_{\alpha_a}]$, die mit $\mu \cdot \sin^2 \alpha_a$ rasch zunimmt.

Belastungsfall 4″. Die Radialspannung $[(\sigma_r + \sigma_x)_{\alpha_a}]$, die auf der inneren Kante des Randes wirkt, ist hier bei allen Böden die gefährliche. Um den Betrag dieser gefährlichen Spannung bei den verschiedenen Böden zu ermitteln, wollen wir nicht einfach die entsprechenden Grössen aus den früher gemachten Rechnungen entnehmen, und sie nachher mit Hülfe unserer Analogie auf die verwandten Böden übertragen, da es sich dort um gusseiserne Böden ($\nu = 0{,}2$) handelt, während die Technik für solche Konstruktionen häufiger Flusstahl ($\nu = 0{,}3$) verwendet. Wir benutzen dabei die Gelegenheit, die Grenzen des Anwendungsgebiets unserer Analogie einigermassen festzustellen. Mit Rücksicht darauf schneiden wir aus den drei Flusstahl-Kugelschalen von $\mu = 20$, $\mu = 80{,}9$ und $\mu = 200$ verschiedene Böden heraus, die wir für die Belastungsfälle 3 ($\sigma_H = +1$ *kg/cm²*) und 4″ untersuchen. Um die Ergebnisse im Sinne unserer Analogie zu vergleichen, tragen wir auf die horizontale Axe der Abbildungen 14 und 15 den Wert des Ausdruckes $\mu \cdot \sin^2 \alpha_a$, und auf die entsprechende Ordinate diejenige Spannung auf, die für den zu verfolgenden Zweck von Interesse ist, d. h. in Abb. 14: entweder $(\sigma_r - \sigma_x)_o$ oder $(\sigma_t + \sigma_y)_{\alpha_a}$ je nach der Grösse von $\mu \cdot \sin^2 \alpha_a$, in Abb. 15 das Verhältnis $\frac{(\sigma_t + \sigma_x)_{\alpha_a}}{\sigma_S}$. Die so bestimmten Punkte, die wir für jede Kugelschale anders bezeichnen, und zwar entsprechend den drei Werten von $\mu = 20$, 80,9 und 200, mit Kreisen, Kreuzen und Punkten,

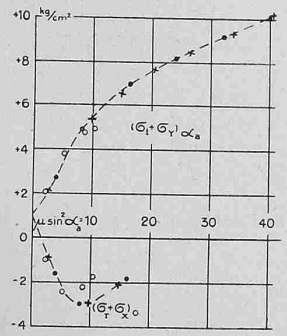


Abbildung 14.

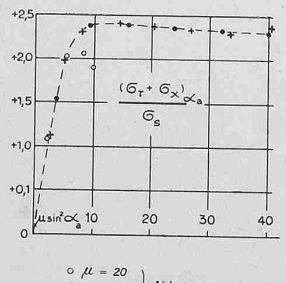


Abbildung 15.

sollten alle auf einer Kurve liegen; die Abweichung liefert uns ein Mass über die Genauigkeit unserer Analogie. Das Zusammenfallen ist im allgemeinen ein ganz befriedigendes; nur für $\mu = 20$ weichen die letzten Punkte etwas stärker von der mittleren Kurve ab. Dazu ist zu bemerken, dass eine Kugelschale, für die $\mu = 20$ und $\frac{R}{2h} \cong 6$ ist, kaum noch als „dünne Schale" angesehen werden darf; in einem solchen Fall ist das Ergebnis der Theorie schon nicht mehr einwandfrei. Es ist daher gerechtfertigt, auf diese Abweichung keine Rücksicht zu nehmen und die gefundene Analogie für alle üblichen Werte von μ gelten zu lassen. Wir haben aber nicht geprüft, ob sie auch für alle Werte von $\sin^2 \alpha_a$ richtig bleibt. Dies ist kaum zu erwarten; wir können nur sagen, dass wir sie bei den gerechneten Beispielen, abgesehen von der erwähnten Abweichung, immer bestätigt gefunden haben; diese Beispiele sind aber nur aus dem Gebiete gewählt worden, in dem die Funktionen X_1 und Y_1 sich noch bequem aus den entsprechenden Reihen berechnen lassen; wir hatten keine Oeffnung grösser als $\alpha_a = 45^0$ und den Betrag von $\mu \cdot \sin^2 \alpha_a$ immer ≤ 40 gewählt. Für grosse Werte von μ scheint unsere Analogie noch ausserhalb dieser letzten Grenze zu gelten.

Es braucht jetzt kaum noch erklärt zu werden, wie man aus den Angaben der Abbildungen 14 und 15 die gewünschten gefährlichen Spannungen $\sigma_{3'}$ und $\sigma_{4''}$ abzuleiten hat. Für den Fall 3′ setzt man in die Formel

$$\sigma_{3'} = -\frac{R}{2h} \cdot \frac{p}{2} \left[1 - \sigma_3 \cdot \cos \alpha_a\right]$$

direkt die abgelesene Spannung (Abb. 14) an Stelle von σ_3 ein; im Falle 4″ ist nur die dem Boden entsprechende Zahl $\frac{(\sigma_r + \sigma_x)_{\alpha_a}}{\sigma_S}$ (Abb. 15) mit $\sigma_S = -\frac{R}{2h} \cdot \frac{p}{2}$ zu multiplizieren.

Wenn wir über die Abb. 14 und 15 verfügen, können wir die gewünschten Spannungen bei jedem Boden leicht abschätzen; da aber die Kurven der genannten Abbildungen meistens nicht vorliegen, ist es angezeigt, sie analytisch so gut wie möglich darzustellen und fertige Formeln für die Berechnung der maximalen Spannungen aufzustellen.

Aus Bequemlichkeitsgründen haben wir für jeden Belastungsfall zwei Formeln aufgestellt: die ersten geben für kleine Werte von $\mu \sin^2 \alpha_a$ eine gute Genauigkeit und sind so gebaut, dass sie den Uebergang zu der ebenen Platte ($\alpha_a = 0$) zulassen; die zweiten sind für die anderen Werte von $\mu \sin^2 \alpha_a$ genau. Bei dem Fall 3′ wird die so gerechnete Spannung im allgemeinen die am Rande auftretende Tangentialspannung darstellen; sie kann aber auch (wenn $\mu \sin^2 \alpha_a < 9$) dem absoluten Betrage nach der maximalen Radialspannung gleich sein.

Wir schlagen mit allem Vorbehalt die Formeln vor:

Belastungsfall 3′ (auf einer Ebene frei aufliegende Schale).

$$\frac{R}{2h} \cdot \sin^2 \alpha < 1{,}2$$

$$\sigma_{max} = -1{,}24 \left(\frac{r}{2h}\right)^2 \cdot p \cdot \cos \alpha_a \qquad (r = R \cdot \sin \alpha_a)$$

$$\frac{R}{2h} \cdot \sin^2 \alpha > 1{,}2$$

$$\sigma_{max} = p \cdot \frac{R}{4h} \left[-1 + \cos \alpha_a \left(1{,}6 + 2{,}44 \sin \alpha_a \cdot \sqrt{\frac{R}{2h}}\right)\right]$$

Belastungsfall 4″ (fest eingespannte Schale).

$$\frac{R}{2h} \cdot \sin^2 \alpha_a < 3$$

$$\sigma_{max} = -p \left(\frac{r}{2h}\right)^2 \left[0{,}75 - 0{,}038 \left(\frac{r}{2h}\right)^2 \cdot \sin^2 \alpha_a\right] \qquad (r = R \sin \alpha_a)$$

$$\frac{R}{2h} \cdot \sin^2 \alpha_a > 3 \qquad \sigma_{max} = -1{,}20 \frac{R}{2h} \cdot p$$

Diese Formeln gelten nur für Flusstahlböden ($\nu = 0{,}3$) und es muss noch bemerkt werden, dass sie nur in dem vorher angegebenen Gebiete geprüft wurden $[\alpha_a < 45^0$ und $\frac{R}{2h} \sin^2 \alpha_a < 12$ $(\mu \sin^2 \alpha_a < 40)]$; ist $\frac{R}{2h} > 30$, so wird man sehr wahrscheinlich die letzte Grenze etwas überschreiten dürfen.

Die aufgestellten Formeln können uns natürlich nur in seltenen Fällen einen Dienst erweisen; ein Boden wird nicht immer zugleich alle die gestellten Bedingungen erfüllen; wir glauben aber gezeigt zu haben, wie man solche empirische Formeln, die sich einem bestimmten Zwecke besser anpassen, aufstellen kann. Die maximalen Spannungen sind nicht immer diejenigen Grössen, nach denen man die Festigkeit einer Konstruktion zu bemessen hat; oft wird die Anstrengung des Materials nach anderen Hypothesen beurteilt. In solchen Fällen würden uns ähnliche Rechnungen die Möglichkeit verschaffen, die maximale Beanspruchung bei allen Böden abzuschätzen. Ganz anders steht es mit der Knickungsgefahr ($p = +$); über diese gibt unsere Untersuchung überhaupt kein Urteil ab.