

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 65/66 (1915)  
**Heft:** 10

## Inhaltsverzeichnis

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

INHALT: Festigkeitsberechnung von Kugelschalen. — Die Vereinigten Lagerplätze Hagen-Bruggen bei St. Gallen. — Wettbewerb für ein Kirchgemeindehaus in Zürich-Wiedikon. — Elektrizitätswerke der Schweiz. — Miscellanea: XLVI. Generalversammlung des Schweizerischen Ingenieur- und Architekten-Vereins. Leistungsmessungen an Turbinen auf elektrischem Wege. Vorschläge zur Verhütung von Oel-

schalterexplosionen. Die neue Ohiobrücke bei Kenova. Zerschneiden von Gusseisen in warmem Zustande. Die Petroleumgewinnung der Welt. — Konkurrenz: Bürgerspital Solothurn. — Nekrologie: Walter Jegher. J. Kelterborn. — Literatur: Die Rammwirkung im Erdereich. Literarische Neuigkeiten. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- u. Architekten-Verein. Gesellschaft ehem. Studierender: Stellenvermittlung.

## Band 66.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und unter genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 10.

## Festigkeitsberechnung von Kugelschalen.

Von Ing. L. Bolle, La Chaux-de-Fonds.

(Schluss von Seite 108.)

## Belastungsfälle 5 und 6.

Vorher sind die Belastungsfälle 3 und 4 als zwei Superpositionen der partikulären Integrale  $X_1$  und  $Y_1$  gefunden worden; hier setzen sich die Fälle 5 und 6 zusammen aus den vier partikulären Lösungen, die zu den Integralen  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_2$  der Grunddifferentialgleichung gehören. Die neu hinzutretenden Integrale  $X_2$  und  $Y_2$  und ihre entsprechenden Differentialausdrücke  $\Phi_2$  und  $\Psi_2$  werden wieder durch Reihenentwicklungen dargestellt, während die Lösungen selbst sich aus diesen Funktionen nach denselben Formeln (1) ableiten lassen, wenn wir nur überall den Index 1 durch 2 ersetzen. Wir nehmen an, diese vier Lösungen seien für unsere gusseiserne Schale ( $R = 143 \text{ cm}$ ,  $z = 6 \text{ cm}$  und  $\nu = 0,2$ ) bekannte Funktionen von  $a$ , die wir direkt zur Berechnung der Fälle 5 und 6 benutzen können.

Entsprechend den vier Lösungen kommen jetzt in der Zusammensetzung vier Integrationskonstanten  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$  und  $b_2$  vor, zu deren Bestimmung wir vier Gleichungen nötig haben. Auf den zwei Rändern unseres Bodens (es sei z. B.  $a_a = 39^\circ$  und  $a_i = 6^\circ$  gewählt) sind die folgenden Bedingungen zu erfüllen (vergl. Abb. 1 auf S. 106):

## Belastungsfall 5

## Belastungsfall 6

$$\begin{aligned} a &= a_a \quad \sigma_H = 0 \quad \sigma_x = 0 & \sigma_H = 0 \quad \sigma_x = 0 \\ a &= a_i \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_H = -\sigma_S (= 238 \text{ kg/cm}^2) \\ \sigma_x = 0 \end{array} \right. & \sigma_H = -\sigma_S (= 238 \text{ kg/cm}^2) \quad \vartheta = 0 \end{aligned}$$

die gesuchten Lösungen sind somit vollständig bestimmt.

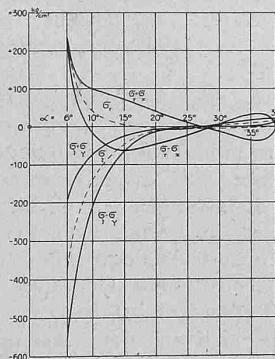


Abbildung 6.

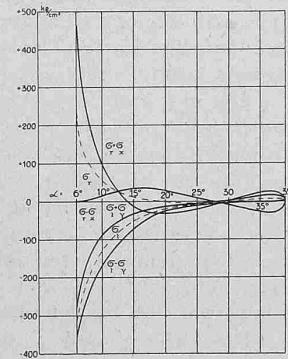


Abbildung 7.

Die Abbildungen 6 und 7 zeigen, wie die Spannungen in der Nähe des belasteten Randes grosse Werte annehmen, nach einigen Schwankungen indessen ziemlich rasch abnehmen, um in der Nähe des Außenrandes ganz gering zu werden. Aus den gerechneten Spannungen  $\sigma_r$  und  $\sigma_t$  liessen sich die Deformationsgrössen (Abb. 8 und 9) mit Hilfe der Gleichungen (2) und (3) berechnen.

Wir wollen uns bei diesen Untersuchungen nicht zu lange aufzuhalten und fügen nur noch eine Bemerkung von praktischer Bedeutung hinzu.

Eine auf dem inneren Rande wirkende Belastung ( $\sigma_H$ , oder  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ ) übt, wie wir oben gesehen haben, auf die äusseren Teile des Bodens nur geringen Einfluss aus. Wird daher eine offene Schale so belastet, dass die grösste Beanspruchung gerade in der Nähe des Außenrandes auftritt (das ist für die meisten Belastungen der Fall), so wird sich diese Beanspruchung nicht stark verändern, wenn

wir auf dem inneren Rande andere Bedingungen vorschreiben (z. B. die Schale dort verstärken oder sie als geschlossen annehmen), während die Spannungen in der Nähe der Öffnung dabei starke Veränderungen erfahren.

## Andere Belastungsgesetze.

Von den sechs betrachteten Hauptfällen wird, wenn wir das Belastungsgesetz [ $X = \varphi(a)$   $Z = \psi(a)$ ] ändern, nur der erste zu ersetzen sein. Die fünf letzten gehören eigentlich zu dem Falle der unbelasteten Schale und werden daher durch eine solche Änderung gar nicht berührt. Wir haben sie auch nur dazu benutzt, um die in jedem Beispiel vollständig bestimmte Lösung in den verschieden gestellten Randbedingungen anzupassen.

Diejenige Lösung (1) zu finden, die zu einer gewissen Belastung gehört, das soll uns die mathematische Lösung leisten. Für die zwei praktisch noch in Betracht kommenden Belastungsgesetze (Eigengewicht oder Belastung durch diejenigen Trägheitskräfte, die einer um die Axe gleichförmig rotierenden Schale entsprechen) lassen sich die Resultate sehr einfach mit Hilfe von elementaren Funktionen ausdrücken. Nur in einem, schon an sich interessanten Beispiel möchten wir diese partikuläre Lösung noch näher beschreiben.

Es hande sich um eine geschlossene Kugelschale, die gleichförmig um einen Durchmesser rotiert, und es sei die spezifische Masse mit  $m$  und die Umfangsgeschwindigkeit am Äquator mit  $V$  bezeichnet. Die durch die Trägheitskräfte hervorgerufenen Spannungs- und Deformationsgrössen nehmen dann die folgenden Werte an:

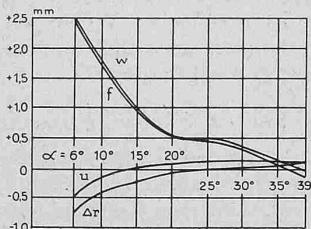


Abbildung 8.

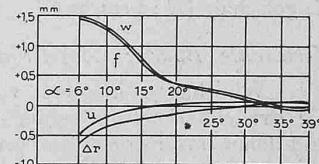


Abbildung 9.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{C_2}{2h} \cos^2 a; \quad \sigma_t = \frac{C_2}{2h} \cos^2 a + \left( mV^2 - \frac{C_2}{2h} \right) \sin^2 a \\ \sigma_x &= \frac{E \cdot h \cdot C_1}{(1-\nu^2)} [\cos 2a + \nu \cos^2 a]; \quad \sigma_y = \frac{E \cdot h \cdot C_1}{(1-\nu^2)} [\cos^2 a + \nu \cos 2a] \\ u &= \frac{R}{E} (1+\nu) \left( mV^2 - \frac{C_2}{2h} \right) \sin a \cdot \cos a \\ w &= \frac{R}{E} \left[ mV^2 (1+\nu \cos^2 a) - \frac{C_2}{2h} (\sin^2 a + 2\nu \cos^2 a) \right] \end{aligned}$$

wo:

$$C_1 = \frac{(3+\nu) m V^2}{R \cdot E \cdot \left[ 1 + \frac{5^2 - \nu^2}{3(1-\nu^2)} \cdot \frac{h^2}{R^2} \right]}; \quad C_2 = \frac{(3+\nu)(5+\nu) 2h m V^2}{3(1-\nu^2) \left[ 1 + \frac{5^2 - \nu^2}{3(1-\nu^2)} \cdot \frac{h^2}{R^2} \right]} \cdot \frac{h^2}{R^2}$$

Je nach der Grösse von  $\frac{h}{R}$  wird diese Lösung sehr verschieden ausfallen.

Geht z. B.  $\frac{h}{R}$  in Null über, so nähern sich die gefundenen Grössen den Grenzen

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_x = \sigma_y = 0 & \sigma_t = m V^2 \sin^2 a \\ u &= \frac{R}{E}(1+\nu) \cdot m V^2 \cdot \sin a \cdot \cos a & w = \frac{R}{E} \cdot m V^2 \cdot (1+\nu \cos^2 a) \\ \text{unsere Kugel} &\text{verhält sich dann gleich einer Membran (ohne Biegungswiderstand).} \end{aligned}$$