

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 63/64 (1914)
Heft: 12

Inhaltsverzeichnis

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 20.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber zusätzliche Triebwerkbeanspruchung durch Lagerspiel bei Kurbelgetrieben elektrischer Lokomotiven. — Die Wasserturbinen und deren Regulatoren an der Schweiz. Landesausstellung Bern 1914. — Die Architektur an der Schweiz. Landesausstellung in Bern 1914. — Miscellanea: Ausnützung der Dampfquellen in der Toscana für Kraftzwecke. Hauenstein-Basistunnel. Die St. Pauls-Kathedrale in London. Simplon-

Tunnel II. Amerikanische Dampflokomotiven grosser Leistung. Die Lebensdauer von Unterseekabeln. Schweizerische Landesausstellung Bern 1914. Chur-Arosa-Bahn. Die Eisenwerke Clus der von Roll'schen Werke. Öffentliche Bauten im Kanton Zürich. Wohlen-Meisterschwendan-Bahn. — Nekrologie: P. Saluz. — Literatur. — An unsere Leser. Tafeln 20 und 21: Die Architektur an der Schweiz. Landesausstellung Bern 1914.

Band 64.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und unter genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 12.

Ueber zusätzliche Triebwerkbeanspruchung durch Lagerspiel bei Kurbelgetrieben elektrischer Lokomotiven.

Von Prof. Dr. W. Kummer, Ingenieur, Zürich.

(Schluss von Seite 131.)

Wir setzen also wiederum:

$$\begin{aligned} P - m_1 \frac{d^2 s_1}{dt^2} &= \frac{s_1 - s_2}{\gamma} \\ R + m_2 \frac{d^2 s_2}{dt^2} &= \frac{s_1 - s_2}{\gamma} \end{aligned}$$

wobei P die Antriebskraft, R die Widerstandskraft, m_1 die treibende, m_2 die getriebene Masse, s_1 und s_2 die Deformationen an den Massen m_1 und m_2 bedeuten. An Stelle von P benutzen wir die Gesamtstangenkraft S , bezw. den für die eine Antriebsseite gültigen Ausdruck $S_1 \cdot \sin(\omega t)$, hier also:

$$S_1 \cdot \sin(\omega t) = C \cdot [\sin^3(\omega t) + D \cdot \sin(\omega t)] \cdot \sin(\omega t)$$

Für R benutzen wir einen entsprechenden Ausdruck:

$$T_1 \cdot \sin(\omega t) = C' \cdot [\sin^3(\omega t) + D \cdot \sin(\omega t)] \cdot \sin(\omega t)$$

Damit erhalten wir das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} C \cdot [D \cdot \sin^2(\omega t) + \sin^4(\omega t)] - m_1 \cdot \frac{d^2 s_1}{dt^2} = \frac{s_1 - s_2}{\gamma} \\ C' \cdot [D \cdot \sin^2(\omega t) + \sin^4(\omega t)] + m_2 \cdot \frac{d^2 s_2}{dt^2} = \frac{s_1 - s_2}{\gamma} \end{cases}$$

das bei entsprechender Behandlung, wie in unserer früheren Arbeit, auf folgendes System homogener linearer Differentialgleichungen übergeführt werden kann:

$$\begin{cases} \frac{d^9 s_1}{dt^9} + \left[(4\omega)^2 + (2\omega)^2 + \frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2} \right] \frac{d^7 s_1}{dt^7} + \\ + \left[(2\omega)^2 \cdot (4\omega)^2 + \frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2} ((2\omega)^2 + (4\omega)^2) \right] \frac{d^5 s_1}{dt^5} + \\ + \left[(2\omega)^2 \cdot (4\omega)^2 \cdot \frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2} \right] \frac{d^3 s_1}{dt^3} = 0 \\ \frac{d^9 s_2}{dt^9} + \left[(4\omega)^2 + (2\omega)^2 + \frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2} \right] \frac{d^7 s_2}{dt^7} + \\ + \left[(2\omega)^2 \cdot (4\omega)^2 + \frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2} ((2\omega)^2 + (4\omega)^2) \right] \frac{d^5 s_2}{dt^5} + \\ + \left[(2\omega)^2 \cdot (4\omega)^2 \cdot \frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2} \right] \frac{d^3 s_2}{dt^3} = 0 \end{cases}$$

Dieses, uns aus der früheren Arbeit, wenn auch in andern Zusammenhange, bekannte System von Differential-Gleichungen hat für die zugehörige sog. charakteristische Gleichung die Lösungen:

$$\begin{aligned} r_1 &= +i \cdot \sqrt{(4\omega)^2}; \quad r_2 = -i \cdot \sqrt{(4\omega)^2}; \quad r_3 = +i \cdot \sqrt{(2\omega)^2}; \\ r_4 &= -i \cdot \sqrt{(2\omega)^2}; \\ r_5 &= +i \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}}; \quad r_6 = -i \cdot \sqrt{\frac{m_2 + m_1}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}}; \\ r_7 &= r_8 = r_9 = 0 \end{aligned}$$

Für die Triebwerkbeanspruchung ergibt sich der Ausdruck:

$$\begin{aligned} K &= \frac{A_1 - A_2}{\gamma} \sin(4\omega t) + \frac{B_1 - B_2}{\gamma} \cos(4\omega t) + \frac{C_1 - C_2}{\gamma} \sin(2\omega t) + \\ &+ \frac{D_1 - D_2}{\gamma} \cos(2\omega t) + \frac{E_1 - E_2}{\gamma} \sin\left(\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}} \cdot t\right) + \\ &+ \frac{F_1 - F_2}{\gamma} \cos\left(\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}} \cdot t\right) + \frac{G_1 - G_2}{\gamma} + \frac{H_1 - H_2}{\gamma} \cdot t + \frac{J_1 - J_2}{\gamma} \cdot t^2 \end{aligned}$$

Um die achtzehn Integrationskonstanten zu bestimmen, von denen übrigens eine grössere Zahl gleich null werden dürfte, müsste man auch die Erscheinung des Anlaufs der treibenden Masse m_1 allein (den sog. „Vorlauf“ der treibenden Masse) untersuchen. Sobald dann auf diese Weise der explizite Ausdruck für K vorliegen würde, so wäre

derselbe zu vergleichen mit dem in unserer früheren Arbeit angegebenen Werte für das ideale Kurbelgetriebe ohne Lagerspiel. Aus diesem Vergleiche ergäbe sich dann ziffernmässig die zusätzliche Triebwerkbeanspruchung infolge des Lagerspiels.

Nun haben wir jedoch, um die für die praktischen Verhältnisse wichtigen Resultate zu erkennen, gar nicht nötig, den mühsamen Weg der Bestimmung der Integrationskonstanten zu gehen. Erfahrungsgemäss macht sich ja der unangenehme Einfluss des Lagerspiels geltend in Schwingungserscheinungen, eigentlichen Schüttelbewegungen im Getriebe. Ueber die auftretenden Schwingungen orientieren uns aber hinreichend die aus dem impliziten Ausdruck für K zu entnehmenden Schwingungszahlen. Solche können in dreifacher Anzahl auftreten, nämlich:

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{2\pi} \cdot 4\omega \\ v_2 &= \frac{1}{2\pi} \cdot 2\omega \\ v_3 &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{\gamma \cdot m_1 \cdot m_2}} \end{aligned}$$

Es ist bemerkenswert, dass zwei dieser Schwingungszahlen auch beim idealen Kurbelgetriebe auftreten können, nämlich die Schwingungszahl v_2 im Falle sehr rasch laufender Kurbeln und die Schwingungszahl v_3 im Falle sehr langsam laufender Kurbeln. Bei Lagerspiel treten aber im allgemeinen Fall alle drei Schwingungen miteinander auf, wobei es, und das ist das besonders Gefährliche dabei, zu Interferenzen zweier dieser Schwingungen kommen kann. Bei entsprechenden Werten der Konstanten m_1 , m_2 und γ kann nämlich die Schwingungszahl v_3 entweder sehr nahe bei v_1 oder auch sehr nahe bei v_2 liegen; im einen wie im andern Fall resultiert aus der Interferenz oder Ueberlagerung der zwei Schwingungen eine dritte Schwingung mit zu- oder abnehmender Amplitude, wie aus dem schematischen Beispiel gemäss Abbildung 6 ersichtlich ist, das die Interferenz zweier Schwingungen mit bis auf etwa 20% gleichen Schwingungszahlen veranschaulicht.

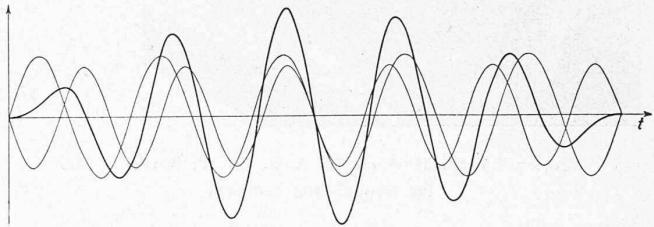


Abb. 6. Interferenz zweier sinusförmiger Wellen.

Ausser bei den Kurbeldrehzahlen $\frac{1}{2}\pi \cdot 2\omega$ und $\frac{1}{2}\pi \cdot 4\omega$ sind auch noch bei deren ganzzahligen Vielfachen Interferenzen der verschiedenen Einzelschwingungen der Beanspruchung und dadurch hervorgerufene eigentliche Geschwindigkeitsbereiche von Schüttelbewegungen im Getriebe zu erwarten.

Als massgebende Erscheinung der durch Lagerspiel bei Kurbelgetrieben hervorgerufenen zusätzlichen Triebwerkbeanspruchung haben wir demnach anzusehen, dass auch bei an sich konstanter Triebkraft für die das Getriebe beanspruchende Kraft nicht mehr harmonisch verlaufende Schwingungen mit einer, je nach der Kurbeldrehzahl veränderlichen Schwingungszahl, sondern komplexe Schwingungen auftreten, deren einzelne Wellenzüge mit teils fester, teils mit der Kurbeldrehzahl veränderlicher Schwingungszahl, für bestimmte Geschwindigkeitsbereiche durch Ueberlagerung zu bedeutenden Vergrösserungen führen.