**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 61/62 (1913)

**Heft:** 8

**Artikel:** Der Massausgleich des Kuppelstangenantriebs bei elektrischen Lokomotiven

**Autor:** Buchli, J. / Rebstein, J.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-30768

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 30.10.2025

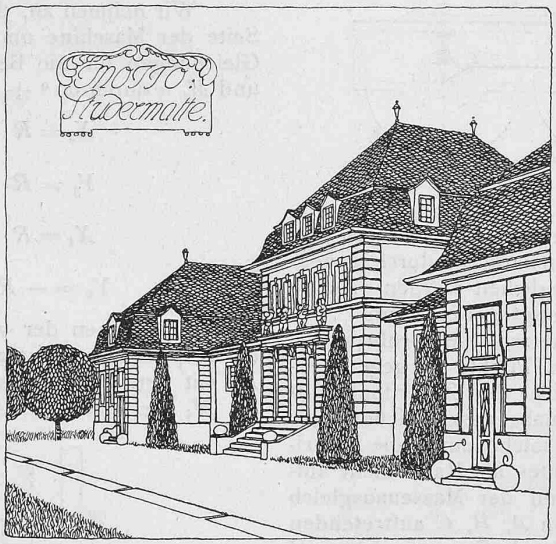
**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

## Der Massenausgleich des Kuppelstangenantriebs bei elektrischen Lokomotiven.

Von Ing. *J. Buchli* in Baden und Prof. Dr. *J. Rebstein* in Winterthur.

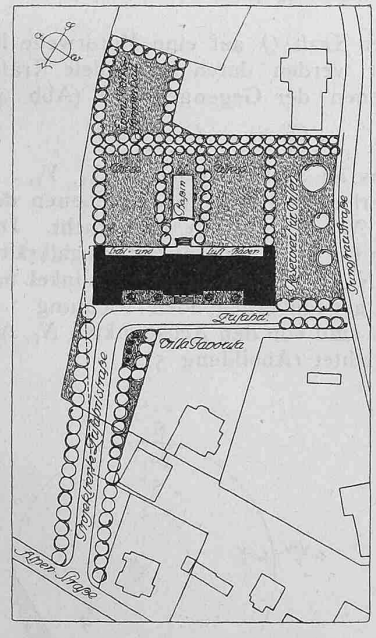
Im LX. Bande (No. 2 und No. 3) dieser Zeitschrift wurde eine Untersuchung über den Massenausgleich bei elektrischen Lokomotiven in Aussicht gestellt und bei dieser Gelegenheit die Vermutung ausgesprochen, dass ein vollständiger Ausgleich beim Dreiecksantrieb mit Schlitzkurbel vielleicht nicht möglich sei. Das Studium des Problems hat dieser Vermutung nicht recht gegeben; die Lösung ist sogar auf unendlich viele Arten, wie wir in den folgenden Zeilen zeigen werden, möglich.

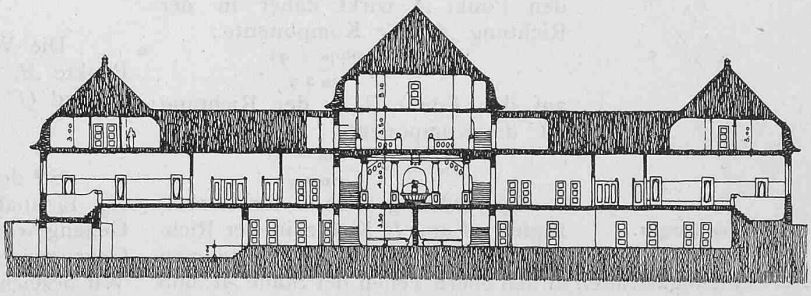
In der Untersuchung beschränken wir uns speziell auf den Fall, bei welchem die Uebertragung des Antriebs von den Motorwellen auf die Treibachsen durch nur vier Stangen unter Anwendung der Schlitzkurbel erfolgt (siehe Artikel von Ing. J. Buchli, Band LX Nr. 3 dieser Zeitschrift). Der Ausgleich beim Dreiecksantrieb lässt sich ohne Schwierigkeit auf diesen Fall zurückführen und wir werden am gegebenen Orte darauf zurückkommen.

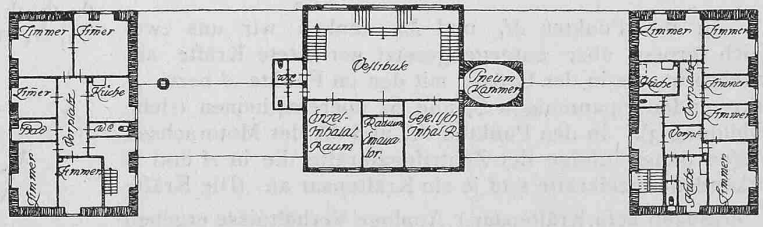


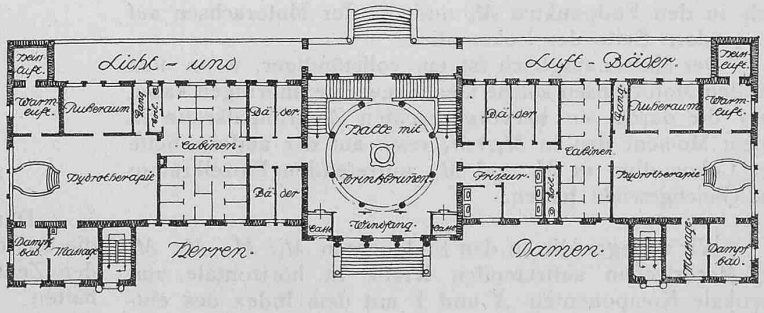

**Wettbewerb für die Kurbäder in Interlaken.**

IV. Preis. „Studermatte". — Arch. *Joh. Boss*, Gründlischwand.
Lageplan 1 : 2500. — Längsschnitt und Grundrisse 1 : 600.










Ist das Fahrzeug im Laufe, so führen die Kurbelzapfen und die Stangen des Antriebsmechanismus Bewegungen relativ zum Gestelle aus, die bei den erstern in einer Rotations-, bei den letztern in einer Translationsbewegung bestehen. Jeder Punkt dieser bewegten Teile beschreibt eine Kreisbahn, es treten also als Trägheitskräfte nur Zentrifugalkräfte auf. Ist man nun imstande, durch Anbringen von Gegengewichten an den rotierenden Teilen Trägheitskräfte hervorzubringen, die den freien Kräften in jedem Moment das Gleichgewicht halten, so ist der Massenausgleich ein vollständiger.

Für den ruhigen Gang der Maschine kommt aber noch eine weitere Bedingung hinzu. Es müssen die Zentrifugalkräfte, die auf den *gefederten* und jene, die auf den *ungefederten* Teil wirken, je für sich im Gleichgewichte sein, damit eine Beanspruchung der Federn und somit erzwungene Schwingungen des Massensystems ausgeschlossen bleiben.

Ist $\omega$ die Winkelgeschwindigkeit der Motoren und $r$ der Kurbelradius, so greift in jedem Massenelement $dm$ einer Kuppelstange die Zentrifugalkraft $\omega^2 \cdot r \cdot dm$ an. Die Wirkung dieser parallelen Kräfte kann man ersetzen durch eine Resultierende von der Grösse $\omega^2 \cdot r \cdot \Sigma\, dm$, die im Schwerpunkt des Stabes, und diese wiederum durch zwei parallele Einzelkräfte, die in den Endpunkten des Stabes angreifen. Wir fassen also jede Kuppelstange als einen auf zwei Stützen aufliegenden Balken auf, an welchem die Trägheitskräfte als Lasten in der Richtung des Kurbelradius angebracht sind.

Ist $S$ der Schwerpunkt einer Kuppelstange (siehe Abbildung 1, Seite 106) und $M$ ihre Masse, so treten in den Endpunkten $K$ und $L$ die Kräfte

$$\frac{b}{a+b} \cdot M \cdot \omega^2 \cdot r \quad \text{und}$$

$$\frac{a}{a+b} \cdot M \cdot \omega^2 \cdot r$$

in der Richtung des Kurbelradius auf.

Im Punkte $C$, dem Vereinigungspunkte der vier Kuppelstangen $AC$, $BC$, $DC$ und $EC$ greifen daher vier Kräfte dieser Art an, die von den entsprechenden Teilen der

Zentrifugalkräfte der vier Stäbe herrühren. Ihre Resultierende $R$ ist gleich der Summe der vier Einzelkräfte (siehe Abbildung 2).

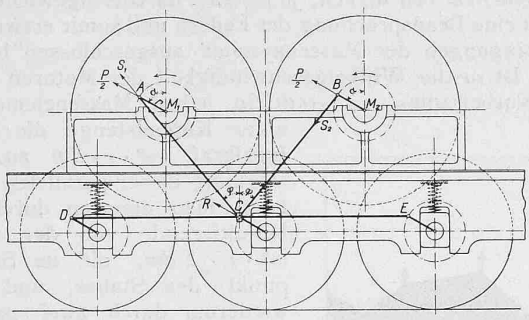


Abbildung 2.

Die auf den nicht abgefederten Teil der Maschine in $D$ und $E$ wirkenden Kräfte können direkt durch gegenüberliegende Gegengewichte ausgeglichen werden, sodass dieser Teil des Ausgleichs als erledigt gelten kann.

Da im Punkte $C$ auf den durch die Schlitzkurbel geführten Radsatz (durch ein dem Punkte $C$ gegenüberliegendes Gegengewicht ist lediglich die Zentrifugalkraft des Kurbelzapfens und der Kurbelnabe auszugleichen) nur horizontale Kräfte übertragen und solche durch die Zentrifugalkraft eines rotierenden Gewichtes am Rade nicht aufgenommen werden können, so kann der Massenausgleich des abgefederten Teiles, d. h. der in $A$, $B$, $C$ auftretenden Kräfte *nur* durch Gegengewichte auf den Motorachsen erzielt werden. Die Kraft $R$ in $C$ überträgt sich auf die Kurbelzapfen in $A$ und $B$ durch die Kuppelstangen $AC$ und $BC$. Auf den Punkt $A$ wirkt daher in der Richtung $AC$ die Komponente:

$$S_1 = R \cdot \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\sin 2\varphi},$$

auf den Punkt $B$ in der Richtung $BC$ die Komponente

$$S_2 = R \cdot \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\sin 2\varphi}.$$

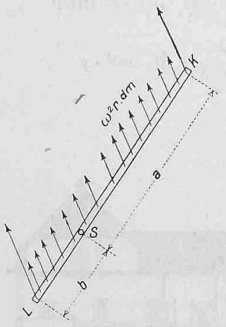


Abbildung 1.

Ausserdem greifen in den Kurbelzapfen $A$ und $B$ Kräfte in der Richtung $M_1 A$ bezw. $M_2 B$ an, die von den Zentrifugalkräften in den obern Teilen der Stäbe $AC$ und $BC$ herrühren und deren Grösse wir mit $\frac{P}{2}$ bezeichnen.

In den Punkten $M_1$ und $M_2$ denken wir uns zwei gleich grosse aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte angebracht, die in der Grösse mit den im Punkte $A$ bezw. $B$ auftretenden Spannungen $S_1$ und $S_2$ übereinstimmen (siehe Abbildung 3). In den Punkten $M_1$ und $M_2$ der Motorachsen greifen daher infolge der Zentrifugalkräfte die in $A$ und $B$ wirkenden Einzelkräfte und je ein Kräftepaar an. (Die Kräfte $\frac{P}{2}$ erzeugen kein Kräftepaar.) Analoge Verhältnisse ergeben sich in den Endpunkten $M_3$ und $M_4$ der Motorachsen auf der andern Seite der Lokomotive.

Der Massenausgleich ist ein vollständiger, wenn man auf den Motorachsen solche Gegengewichte anbringen kann, dass die durch sie hervorgebrachten Zentrifugalkräfte in jedem Moment den in $M_1$, $M_2$ resp. auf der andern Seite der Lokomotive in $M_3$ und $M_4$ auftretenden Einzelkräften das Gleichgewicht halten.

---

Wir zerlegen die in den Endpunkten $M_1$, $M_2$, $M_3$, $M_4$ der Motorwellen auftretenden Kräfte in horizontale und vertikale Komponenten $X$ und $Y$ mit dem Index des entsprechenden Punktes.

Unter $\alpha$ verstehen wir *den* Winkel des Kurbelradius mit der Vertikalen, der bei der *Vorwärtsbewegung* des Fahrzeugs *zunimmt*, unter $\varphi$ den halben Winkel zwischen den schiefen Kuppelstangen.

Dann ist:

$$X_1 = S_1 \cdot \sin\varphi + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha = R \cdot \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha,$$

$$Y_1 = S_1 \cdot \cos\varphi + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha = R \cdot \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha,$$

$$X_2 = S_2 \cdot \sin\varphi + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha = R \cdot \frac{\sin(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha,$$

$$Y_2 = -S_2 \cdot \cos\varphi + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha = -R \cdot \frac{\sin(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha.$$

Wir nehmen an, dass die Kurbelzapfen auf der andern Seite der Maschine um 90° vorauseilen, sodass in diesen Gleichungen für die Berechnung der Komponenten in $M_3$ und $M_4$ $\alpha$ durch $90° + \alpha$ ersetzt werden muss. Dies ergibt:

$$X_3 = R \cdot \frac{\cos(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha,$$

$$Y_3 = R \cdot \frac{\cos(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} - \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha,$$

$$X_4 = R \cdot \frac{\cos(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha,$$

$$Y_4 = -R \cdot \frac{\cos(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} - \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha.$$

Die Ebenen der vier Gegengewichte sind den Ebenen der Kuppelstangen parallel; ihre Schnittpunkte $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$ mit den Motorwellen haben von den Punkten $M_1$, $M_2$, $M_3$ $M_4$ die gleiche Entfernung $u$ (siehe Abb. 4).

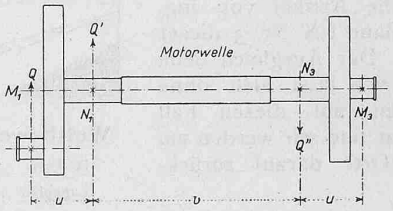



Abbildung 4.

Die Wirkung einer Kraft $Q$ auf eine Motorwelle im Punkte $M_1$ kann ersetzt werden durch 2 parallele Kräfte $Q'$ und $Q''$ in den Ebenen der Gegengewichte (Abb. 4).

$$Q' = Q \cdot \frac{u+v}{v}\ ;\ Q'' = -Q \cdot \frac{u}{v}.$$

So denken wir uns an Stelle der Kräfte $X_1$, $Y_1$, ... $X_4$, $Y_4$ analog dieser Zerlegung Kräfte in den Ebenen der Gegengewichte (also in $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$) angebracht. Die Gegengewichte erzeugen bei der Rotation Zentrifugalkräfte. Wir bezeichnen sie mit $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ und ihre Winkel mit der dem Kurbelradius gegenüberliegenden Richtung mit $\delta_1$, $\delta_2$, $\delta_3$, $\delta_4$. Die Kräfte sind von den Achspunkten $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$ nach aussen gerichtet (Abbildung 5).

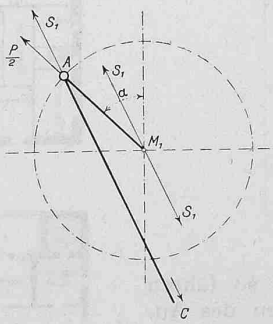


Abbildung 3.

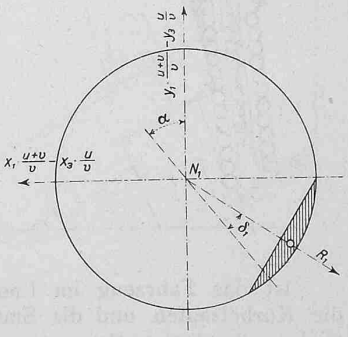


Abbildung 5.

Das Problem des Massenausgleichs ist gelöst, wenn die auf die Punkte $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$ reduzierten freien Kräfte den Zentrifugalkräften $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ das Gleichgewicht halten.

Zur Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen machen wir von dem Satze Gebrauch: „Greifen in den Eckpunkten eines horizontalen Rechtecks $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$ Kräfte an, die in 2 parallelen Vertikalebenen z. B. durch $N_1$, $N_2$ und $N_3$, $N_4$ liegen, so kann nur Gleichgewicht bestehen, wenn die

Horizontalkomponenten in diesen Ebenen sich aufheben und die Vertikalkomponenten gleich gross sind und abwechselnd ungleiche Vorzeichen haben."

Zum Beweise des Satzes legen wir durch einen der Eckpunkte ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Achsen zwei Seiten des Rechtecks und die Vertikale durch diesen Punkt sein sollen (Abbildung 6).

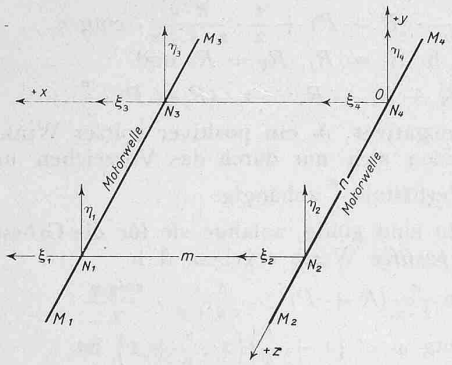



Abb. 6.

Die Kräfte zerlegen wir in Komponenten $\xi$, $\eta$ nach der $x$ und $y$ Achse. Die Komponenten nach der $z$ Achse sind nach Voraussetzung Null. Die Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn die Summe der Komponenten der Kräfte und Kräftepaare nach den 3 Achsenrichtungen je für sich Null ist.

Sind $m$ und $n$ die Längen der Rechtecksseiten, so muss sein:

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = o,$$
$$\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 = o,$$
$$n \cdot \eta_1 + n \cdot \eta_2 = o,$$
$$n \cdot \xi_1 + n \cdot \xi_2 = o,$$
$$m \cdot \eta_1 + m \cdot \eta_3 = o$$

und daraus erhält man in Verbindung mit den beiden ersten Gleichungen in der Tat das Resultat:

$$\eta_1 = -\eta_2 = \eta_4 = -\eta_3$$
$$\xi_1 = -\xi_2;\ \xi_3 = -\xi_4$$

---

Für das Kräftesystem des Massenausgleichs ergibt sich:

$$\xi_1 = X_1 \cdot \frac{u+v}{v} - X_3 \cdot \frac{u}{v} - R_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1),$$
$$\eta_1 = Y_1 \cdot \frac{u+v}{v} - Y_3 \cdot \frac{u}{v} - R_1 \cdot \cos(\alpha + \delta_1),$$
$$\xi_2 = X_2 \cdot \frac{u+v}{v} - X_4 \cdot \frac{u}{v} - R_2 \cdot \sin(\alpha + \delta_2),$$
$$\eta_2 = Y_2 \cdot \frac{u+v}{v} - Y_4 \cdot \frac{u}{v} - R_2 \cdot \cos(\alpha + \delta_2),$$
$$\xi_3 = X_3 \cdot \frac{u+v}{v} - X_1 \cdot \frac{u}{v} - R_3 \cdot \cos(\alpha + \delta_3),$$
$$\eta_3 = Y_3 \cdot \frac{u+v}{v} - Y_1 \cdot \frac{u}{v} + R_3 \cdot \sin(\alpha + \delta_3),$$
$$\xi_4 = X_4 \cdot \frac{u+b}{v} - X_2 \cdot \frac{u}{v} - R_4 \cdot \cos(\alpha + \delta_4),$$
$$\eta_4 = Y_4 \cdot \frac{u+v}{v} - Y_2 \cdot \frac{u}{v} + R_4 \cdot \sin(\alpha + \delta_4).$$

Im Falle des Gleichgewichts muss sein:

$$\eta_1 = -\eta_2, \text{ d. h.}$$

$$\left(R \cdot \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha\right)\frac{u+v}{v} - \left(R \cdot \frac{\cos(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} - \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha\right) \cdot \frac{u}{v} - R_1 \cdot \cos(\alpha + \delta_1) = \left(R \cdot \frac{\sin(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} - \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha\right)\frac{u+v}{v} - \left(R \cdot \frac{\cos(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha\right) \cdot \frac{u}{v} + R_2 \cdot \cos(\alpha + \delta_2).$$

$$\eta_3 = -\eta_4, \text{ d. h.}$$

$$\left(R \cdot \frac{\cos(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} - \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha\right)\frac{u+v}{v} - \left(R \cdot \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha\right) \cdot \frac{u}{v} + R_3 \cdot \sin(\alpha + \delta_3) = \frac{u+v}{v}\left(R \cdot \frac{\cos(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha\right) + \frac{u}{v}\left(-R \cdot \frac{\sin(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha\right) - R_4 \cdot \sin(\alpha + \delta_4).$$

$$\eta_1 = -\eta_3:$$

$$R \cdot \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} + \frac{P}{2}\cos\alpha + R \cdot \frac{\cos(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} - \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha = R_1 \cdot \cos(\alpha + \delta_1) - R_3 \cdot \sin(\alpha + \delta_3).$$

$$\xi_1 = -\xi_2:$$

$$\frac{u+v}{v}\left(R \cdot \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha\right) - \frac{u}{v}\left(R \cdot \frac{\cos(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha\right) - R_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) = -\frac{u+v}{v}\left(R \cdot \frac{\sin(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha\right) + \frac{u}{v}\left(R \cdot \frac{\cos(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha\right) + R_2 \cdot \sin(\alpha + \delta_2).$$

$$\xi_3 = -\xi_4:$$

$$\frac{u+v}{v}\left(R \cdot \frac{\cos(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha\right) - \frac{u}{v}\left(R \cdot \frac{\sin(\alpha+\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha\right) - R_3 \cdot \cos(\alpha + \delta_3) = -\frac{u+v}{v}\left(R \cdot \frac{\cos(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \cos\alpha\right) + \frac{u}{b}\left(R \cdot \frac{\sin(\alpha-\varphi)}{2 \cdot \cos\varphi} + \frac{P}{2} \cdot \sin\alpha\right) + R_4 \cdot \cos(\alpha + \delta_4).$$

Entwickelt man die trigonometrischen Funktionen nach dem Additionstheorem und fasst die Glieder, die mit $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ multipliziert sind, zusammen, so müssen die Koeffizienten von $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ je für sich gleich Null sein, damit die Gleichungen für *jeden* Winkel $\alpha$ erfüllt sind. Aus jeder der obigen Gleichungen entstehen so zwei Bedingungsgleichungen, nämlich:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_1 &= R_1 \cdot \sin\delta_1 + R_2 \cdot \sin\delta_2 + \frac{u}{v}(R+P) = o,\\
\varphi_2 &= R_1 \cdot \cos\delta_1 + R_2 \cdot \cos\delta_2 - \frac{u+v}{v}(R+P) = o,\\
\varphi_3 &= R_3 \cdot \sin\delta_3 + R_4 \cdot \sin\delta_4 - \frac{u}{v}(R+P) = o,\\
\varphi_4 &= R_3 \cdot \cos\delta_3 + R_4 \cdot \cos\delta_4 - \frac{u+v}{v}(R+P) = o,\\
\varphi_5 &= R_3 \cdot \sin\delta_3 - R_1 \cdot \cos\delta_1 + \frac{R}{2}(1 + \operatorname{cotg}\varphi) + \frac{P}{2} = o,\\
\varphi_6 &= R_3 \cdot \cos\delta_3 + R_1 \cdot \sin\delta_1 - \frac{R}{2}(1 - \operatorname{cotg}\varphi) - \frac{P}{2} = o.
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die Bedingungen $\xi_1 = -\xi_2$ und $\xi_3 = -\xi_4$ liefern vier weitere Gleichungen, die aber mit den ersten vier Gleichungen des Systems (1) übereinstimmen. Zwischen den acht zur Verfügung stehenden Grössen $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$, $\delta_1$, $\delta_2$, $\delta_3$, $\delta_4$ bestehen also nur sechs anstatt wie zu erwarten war zehn von einander unabhängige Gleichungen. Der Massenausgleich ist daher auf unendlich viele Arten möglich, da von den acht Grössen zwei unter dem Vorbehalt beliebig gewählt werden können, dass $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ *positiv* sein müssen.

Dieses Ergebnis führt uns dazu, noch weitere Forderungen technischer Natur zu stellen.

Von ganz besonderer Bedeutung ist die Frage nach der Möglichkeit des Auswechselns der beiden Motorachsen, indem man die Achsen parallel verschiebt. In diesem Falle müssen die Bedingungen erfüllt sein:

$$\delta_1 = \delta_2;\ R_1 = R_2,$$
$$\delta_3 = \delta_4;\ R_3 = R_4.$$

Das Gleichgewichtssystem (1) geht über in:

$$R_1 \cdot \sin\delta_1 = -\frac{u}{2 \cdot v}(R+P)$$
$$R_1 \cdot \cos\delta_1 = \frac{u+v}{2 \cdot v} \cdot (R+P)$$
$$R_3 \cdot \sin\delta_3 = \frac{u}{2 \cdot v} \cdot (R+P)$$
$$R_3 \cdot \cos\delta_3 = \frac{u+v}{2 \cdot v}(R+P)$$

Setzt man diese Werte in die beiden letzten Gleichungen von (1) ein, so folgt

$$R \cdot \operatorname{cotg}\varphi = o,\ \varphi = 90^0.$$

Die Erfüllung dieser Bedingung ist von vorneherein ausgeschlossen, *die Motorachsen können durch blosses Parallelverschieben also nicht ausgewechselt werden, ohne dass das Gleichgewicht gestört wird.*

---

Wir stellen nun die Forderung, dass die Summe der durch die Gegengewichte erzeugten Zentrifugalkräfte $R_1 + R_2 + R_3 + R_4$ und somit der Materialaufwand für die Gegengewichte ein Minimum sein soll.

$R_1 + R_2 + R_3 + R_4$ ist eine Funktion der 8 Veränderlichen $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$, $\delta_1$, $\delta_2$, $\delta_3$, $\delta_4$, zwischen denen die sechs Gleichungen des Systems (1) bestehen müssen.

Wir bilden nun die Funktion:

$$F = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \lambda_1 \cdot \varphi_1 + \lambda_2 \cdot \varphi_2 + \lambda_3 \cdot \varphi_3 + \lambda_4 \cdot \varphi_4 + \lambda_5 \cdot \varphi_5 + \lambda_6 \cdot \varphi_6,$$

wobei $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$, $\lambda_5$, $\lambda_6$ beliebige veränderliche Parameter sein sollen, während $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_6$ durch das Gleichungssystem (1) erklärt sind. Nach den Lehren der Differentialrechnung müssen die partiellen Ableitungen der Funktion $F$ nach den 14 Veränderlichen $R_1$, $R_2 \ldots \delta_1$, $\delta_2 \ldots \lambda_1$, $\lambda_2 \ldots \lambda_6$ gleich Null sein für diejenigen Werte, für welche die Summe $R_1 + R_2 + R_3 + R_4$ ein Minimum haben kann und damit ergeben sich die Gleichungen:

$$\frac{\partial F}{\partial R_1} = 1 + \lambda_1 \cdot \sin\delta_1 + \lambda_2 \cdot \cos\delta_1 - \lambda_5 \cdot \cos\delta_1 + \lambda_6 \cdot \sin\delta_1 = o$$

$$\frac{\partial F}{\partial R_2} = 1 + \lambda_1 \cdot \sin\delta_2 + \lambda_2 \cdot \cos\delta_2 = o$$

$$\frac{\partial F}{\partial R_3} = 1 + \lambda_3 \cdot \sin\delta_3 + \lambda_4 \cdot \cos\delta_3 + \lambda_5 \cdot \sin\delta_3 + \lambda_6 \cdot \cos\delta_3 = o$$

$$\frac{\partial F}{\partial R_4} = 1 + \lambda_3 \cdot \sin\delta_4 + \lambda_4 \cdot \cos\delta_4 = o$$

$$\frac{\partial F}{\partial \delta_1} = \lambda_1 \cdot \cos\delta_1 - \lambda_2 \cdot \sin\delta_1 + \lambda_5 \cdot \sin\delta_1 + \lambda_6 \cdot \cos\delta_1 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \delta_2} = \lambda_1 \cdot \cos\delta_2 - \lambda_2 \cdot \sin\delta_2 = o$$

$$\frac{\partial F}{\partial \delta_3} = \lambda_3 \cdot \cos\delta_3 - \lambda_4 \cdot \sin\delta_3 + \lambda_5 \cdot \cos\delta_3 - \lambda_6 \cdot \sin\delta_3 = o$$

$$\frac{\partial F}{\partial \delta_4} = \lambda_3 \cdot \cos\delta_4 - \lambda_4 \cdot \sin\delta_4$$

Dazu kommt noch das Gleichungssystem (1), das aus der Differentiation nach $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_6$ resultiert.

Man erhält hieraus:

$$\lambda_1 = -\sin\delta_2;\ \lambda_2 = -\cos\delta_2;\ \lambda_3 = -\sin\delta_4;\ \lambda_4 = -\cos\delta_4.$$

$$\cos\delta_1 - \cos\delta_2 - \lambda_5 = o;\ \sin\delta_3 - \sin\delta_4 + \lambda_5 = o.$$

$$\sin\delta_1 - \sin\delta_2 + \lambda_6 = o;\ \cos\delta_3 - \cos\delta_4 + \lambda_6 = o$$

und durch Elimination von $\lambda_5$ und $\lambda_6$:

$\cos\delta_1 - \cos\delta_2 = \sin\delta_4 - \sin\delta_3$, $\sin\delta_1 - \sin\delta_2 = \cos\delta_3 - \cos\delta_4$ und daraus nach bekannter Umformung:

$$\left.\begin{aligned} -\sin\frac{\delta_1+\delta_2}{2} \cdot \sin\frac{\delta_1-\delta_2}{2} &= \cos\frac{\delta_4+\delta_3}{2} \cdot \sin\frac{\delta_4-\delta_3}{2} \\ \cos\frac{\delta_1+\delta_2}{2} \cdot \sin\frac{\delta_1-\delta_2}{2} &= -\sin\frac{\delta_3+\delta_4}{2} \cdot \sin\frac{\delta_3-\delta_4}{2} \end{aligned}\right\} (2)$$

Dazu treten noch die sechs Gleichungen des Systems (1), sodass für die acht Grössen $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$, $\delta_1$, $\delta_2$, $\delta_3$, $\delta_4$ acht voneinander unabhängige Gleichungen zur Verfügung stehen.

Wir haben die erschöpfende Diskussion der acht Gleichungen durchgeführt; ihre Wiedergabe in dieser Abhandlung würde aber zu weit führen. Wir beschränken uns darauf, die Lösung herauszugreifen, die das *günstigste* und *brauchbarste* Resultat liefert.

Die beiden Gleichungen (2) sind befriedigt unter anderem durch die zwei Bedingungen:

$$\delta_1 = \delta_2;\ \delta_3 = \delta_4.$$

Das Gleichungssystem (1) geht über in:

$$\left.\begin{aligned} (R_1 + R_2) \cdot \sin\delta_1 &= -\frac{u}{v} \cdot (R+P), \\ (R_1 + R_2) \cdot \cos\delta_1 &= \frac{u+v}{v}(R+P), \\ (R_3 + R_4) \cdot \sin\delta_3 &= \frac{u}{v} \cdot (R+P), \\ (R_3 + R_4) \cdot \cos\delta_3 &= \frac{u+v}{v} \cdot (R+P), \\ R_3 \cdot \sin\delta_3 - R_1 \cdot \cos\delta_1 &= -\frac{R}{2}(1 + \operatorname{cotg}\varphi) - \frac{P}{2}, \\ R_3 \cdot \cos\delta_3 + R_1 \cdot \sin\delta_1 &= \frac{R}{2}(1 - \operatorname{cotg}\varphi) + \frac{P}{2}. \end{aligned}\right\} (3)$$

Aus den ersten vier Gleichungen folgt:

$$R_1 + R_2 = (R+P) \cdot \frac{a}{v};\ R_3 + R_4 = (R+P) \cdot \frac{a}{v},$$

wenn $a = \sqrt{2u^2 + 2uv + v^2}$ gesetzt wird, und daraus:

$$\sin\delta_1 = -\frac{u}{v} \cdot \frac{v}{a} = -\frac{u}{a};\ \cos\delta_1 = \frac{u+v}{a};\ \sin\delta_3 = \frac{u}{a};$$

$$\cos\delta_3 = \frac{u+v}{a}.$$

Mit Hilfe der beiden letzten Gleichungen des Systems (3) erhält man:

$$R_1 = \frac{a}{2 \cdot v} \cdot (R+P) + \frac{1}{2} \cdot \frac{R \cdot a}{2 \cdot u + v} \cdot \operatorname{cotg}\varphi,$$

$$R_2 = \frac{a}{2 \cdot v} \cdot (R+P) - \frac{1}{2} \cdot \frac{R \cdot a}{2 \cdot u + v} \cdot \operatorname{cotg}\varphi,$$

$$R_3 = \frac{a}{2 \cdot v} \cdot (R+P) - \frac{1}{2} \cdot \frac{R \cdot a}{2u + v} \cdot \operatorname{cotg}\varphi,$$

$$R_4 = \frac{a}{2 \cdot v} \cdot (R+P) + \frac{1}{2} \cdot \frac{R \cdot a}{2 \cdot u + v} \cdot \operatorname{cotg}\varphi.$$

d. h. $R_1 = R_1$, $R_2 = R_3$ und

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 2 \cdot (R+P) \cdot \frac{a}{v}.$$

$\delta_1$ ist ein negativer, $\delta_3$ ein positiver spitzer Winkel, beide unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen und sind nur vom Verhältnis $\frac{u}{v}$ abhängig.

Die Formeln sind gültig, solange sie für die Grössen $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ *positive* Werte ergeben, d. h.

$$\text{solange } \frac{a}{2 \cdot v}(R+P) > \frac{R \cdot a}{2u+v} \cdot \frac{\operatorname{cotg}\varphi}{2}$$

$$\text{bezw. } \operatorname{cotg}\varphi < \left(1 + \frac{P}{R}\right)\left(2 \cdot \frac{u}{v} + 1\right) \text{ ist.}$$

Um einen Ueberblick über den Geltungsbereich dieser Formeln zu gewinnen, gehen wir von einem Zahlenbeispiel aus, das der Praxis entlehnt ist und einen extremen Fall betrifft.

Es seien $\frac{P}{R} = \frac{1}{3}$, $v = 1760$ *mm*, $u = 120$ *mm*.

$$\frac{u}{v} = 0{,}0682;\ \operatorname{cotg}\varphi < 1{,}4848;$$

$\varphi$ muss zwischen $33^0$ und $90^0$ liegen, eine Bedingung, die in der Praxis immer erfüllt sein wird. Ferner ist:

$$\sin\delta_1 = -0{,}06838;\ \text{d. h. } \delta_1 = -3^0\,40' = \delta_2;$$

$$\delta_3 = 3^0\,40' = \delta_4.$$

---

*Bei der Anwendung der Formeln ist wohl darauf zu achten, dass bei der Vorwärtsbewegung des Fahrzeugs (zunehmendes $\alpha$) der vorauseilenden Kurbel der positive Winkel $\delta_3$, der nacheilenden der negative Winkel $\delta_1$ entspricht.*

Zur Orientierung und Vergleichung des Massenaufwandes denken wir uns Gegengewichte direkt den Kurbeln gegenüber angebracht, von denen jedes die gleiche Zentrifugalkraft $\frac{P+R}{2}$ erzeugen soll, sodass die Summe gleich der Summe der auszugleichenden Kräfte ist. Reduziert man sie auf die wirklichen Ebenen der Gegengewichte, so ist auch in diesem Falle die Summe der Zentrifugalkräfte $2\,(R+P) \cdot \frac{a}{v}$, obwohl bei dieser Anordnung der Massenausgleich *unvollständig* ist.

Dieser *nur partielle* Massenausgleich, von welchem am Schlusse des Kapitels noch die Rede sein wird, bringt also gegenüber dem vollständigen keine Materialersparnis.

Ergeben die Formeln aber für $R_2$ und $R_3$ negative Werte, so sind die Gegengewichte auf der gegenüberliegenden Seite anzubringen, die Summe der *absoluten* Werte von $R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$ ist dann $> 2\,(R+P) \cdot \frac{a}{v}$.

Von den Kräften $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$ rühren noch Kräftepaare her, die auf die beiden Motorachsen wirken, und zwar auf die Motorachse $N_1$, $N_3$:

$$S_1 \cdot r \cdot \sin(\alpha - \varphi) + S_3 \cdot r \cdot \cos(\alpha - \varphi) = r \cdot R \cdot \operatorname{cotg} 2\varphi,$$

auf die Motorachse $N_2$, $N_4$:

$$-S_2 \cdot r \cdot \sin(\alpha + \varphi) - S_4 \cdot r \cdot \cos(\alpha + \varphi) = -r \cdot R \cdot \operatorname{cotg} 2\varphi,$$

d. h. die an den beiden Motorachsen angreifenden Kräftepaare sind konstant und heben sich auf.

Die Zentrifugalkräfte, die aus dem konstruktiven Aufbau der Kurbel resultieren (Kurbelzapfennabe und Anteil des Kurbelzapfens in der Nabe), sind verhältnismässig klein. Man berücksichtigt sie, indem man $\frac{P}{2}$ um diese Grössen vermehrt.

Es zeigt sich ferner, dass die eine Motorachse durch die andere ersetzt werden kann, *ohne dass das Gleichgewicht gestört wird,* wenn man die Achse so dreht, dass

die linke Kurbel auf die rechte Seite gebracht wird. Dies setzt aber voraus, dass auch die Motoren auf den Achsen entsprechend angeordnet sind.

Die vorliegenden Ausführungen beziehen sich auf den Antrieb durch vier schiefe, gelenkförmig miteinander verbundene Stangen (System Brown-Boveri). Sie sind aber ohne weiteres auch anwendbar beim Antrieb durch die Dreiecksstange. Nur ist in diesem Falle $\frac{P}{2}$ den Zentrifugalkräften, die von den oberen Teilen der *schiefen* Stangen und den *obern* horizontalen Stäben der Dreiecksstange herrühren, gleichzusetzen. Diese Methode würde auch den Massenausgleich für den Blindwellenantrieb liefern. Die an den Enden der Uebertragungsstangen entstehenden Kräfte können aber alle an ihrem Entstehungsorte — wegen des Fehlens der Schlitzkurbel — direkt durch gegenüberliegende Gegengewichte ausgeglichen werden.

Im Anschluss und zur Ergänzung der Abhandlung möchten wir noch über die Erfahrung berichten, welche praktische Versuche mit einer Lokomotive der Firma *Brown, Boveri & Cie.* ergeben haben. Sie war ausgerüstet mit dem Zweistangenantrieb und wurde auf der Linie Spiez-Frutigen der Lötschbergbahn verschiedenen Proben unterworfen. Die Resultate der Proben haben die Richtigkeit der Rechnung über die Kräfteverteilung im Stangensystem (Schweiz. Bauzeitung 1912, Band LX No. 2 und 3) vollauf bestätigt, sodass über die Brauchbarkeit dieses Antriebes kein Zweifel mehr bestehen kann.

Besondere Aufmerksamkeit wurde während den Versuchsfahrten speziell dem Massenausgleich geschenkt; die Rechnung zeigt, dass ein vollständiger Massenausgleich des Stangensystems ohne weiteres möglich ist. Die Gegengewichte an den vier Kurbelarmen werden jedoch ungleich gross und besitzen relativ zur Kurbel verschiedene Lagen, sodass ein Auswechseln der beiden Motoranker ohne Störung der Gleichgewichtsbedingungen nur möglich wird, wenn die Gegengewichte einzeln abnehmbar auf der Kurbelnabe befestigt werden (was für den Betrieb eine nicht unwesentliche Komplikation bedeutet), oder die Motoren so in die Lokomotive gesetzt werden, dass der Anker in einer horizontalen Ebene gedreht werden kann. Es wurde auch untersucht, ob ein nur teilweiser Massenausgleich, der aber die Auswechselbarkeit der Motoranker ohne weiteres gestattet, störend auf den ruhigen Gang des Fahrzeuges einwirke. Dieser Massenausgleich war in der bei Kuppelradsätzen und Blindwellenübertragung üblichen Weise, d. h. durch den Kurbelzapfen gegenüberliegende Gewichte, vorgenommen.

Die Auswechselbarkeit der Anker zweier Motoren, die auf das nämliche Triebwerk arbeiten, erfordert das Bestehen der Gleichungen: $R_1 = R_2$; $R_3 = R_4$; $\delta_1 = \delta_2$; $\delta_3 = \delta_4$.

Wir können daran die Bedingung knüpfen, dass die Gegengewichte in den Ebenen der Kurbelzapfenmitten angebracht sind, indem ihre Reduktion auf die effektiven Gegengewichtsebenen sich ohne Schwierigkeit durchführen lässt.

Setzt man im Gleichungssystem (1) also $u = o$, so sind die vier ersten Gleichungen unter obigen Bedingungen befriedigt durch

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = o;\ R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = \frac{P+P}{2}$$

Die vier Gegengewichte sind gleich gross und direkt dem Kurbelzapfen gegenüber anzubringen.

Die vier ersten Gleichungen des Systems (1) entsprechen aber den Bedingungen:

$$\eta_1 = -\eta_2;\ \eta_3 = -\eta_4;\ \xi_1 = -\xi_2;\ \xi_3 = -\xi_4,$$

d. h. die Summe der horizontalen und vertikalen Kräftekomponenten auf jeder Seite der Lokomotive ist $= o$. Weil die beiden letzten Gleichungen des Systems (1) unter der gegebenen Voraussetzung *nicht* befriedigt sind, wirkt auf jeder Seite des Lokomotivrahmens auf den abgefederten Teil noch ein mit dem Winkel $\alpha$ veränderliches Kräftepaar, dessen resultierendes Moment ist,

$$\eta_1\, m + \eta_3\, m = m \cdot \frac{R}{2} \cdot \operatorname{cotg} \varphi\, (\cos\alpha + \sin\alpha),$$

wenn $m$ die Entfernung der beiden Motorenachsen bedeutet. Das Moment hat den Maximalwert

$$M_{max} = 0{,}707 \cdot \operatorname{cotg} \cdot \varphi \cdot R \cdot m \text{ für } \alpha = 45^0$$
$$\text{und ist} = 0 \qquad \text{für } \alpha = 135^0$$

Eine Ueberschlagsrechnung an einem konkreten Beispiele liess vermuten, dass das oben erwähnte Moment gegenüber dem relativ grossen Trägheitsmoment des abgefederten Lokomotivteiles und gegenüber den durch Feder- und Lagerreibung entstehenden Gegenmomenten den ruhigen Gang der Lokomotive nicht merklich beeinflussen kann. Die Vermutung haben wir durch den Versuch bestätigt gefunden. Das Triebwerk der Versuchslokomotive war für die ersten Fahrten vollständig ausgeglichen, derart, dass die Kurbelgegengewichte nur die rotierenden Massen ausbalancierten, während zum Ausgleich des freien Drehmomentes Gegengewichte in die Rotorsterne eingebaut wurden. Nachdem der Gang der Lokomotive während verschiedenen Fahrten, wobei Geschwindigkeiten bis zu 90 *km/std* erreicht wurden, genau beobachtet worden war, wurden die in den Rotorsternen eingesetzten Zusatzgegengewichte entfernt und die nämlichen Fahrten mehrmals wiederholt, um den Einfluss der getroffenen Massnahmen zu konstatieren. Die Beobachtung hat gezeigt, dass im Lauf der Lokomotive nicht die geringste Aenderung eingetreten war, sodass wir sagen dürfen:

*1. Die Einwirkung des freien Drehmomentes ist auf den Gang der Lokomotive ohne Einwirkung.*

*2. Die Ausbalancierung der rotierenden Gewichte der Triebwerkstangen ohne Berücksichtigung des freien Drehmomentes genügt für alle praktisch vorkommenden Fahrgeschwindigkeiten.*

*3. Sind die beiden Motoren so in die Lokomotive eingebaut, dass ein Vertauschen der beiden Anker eine Drehung derselben in einer horizontalen Ebene verlangt, so ist ein Ausgleich nach der beschriebenen Methode anzustreben.*

## Miscellanea.

**Seilbahnkrane beim Bau der neuen Ostseeschleusen des Kaiser Wilhelm-Kanals.** In einer Notiz auf Seite 158 von Band LVII wiesen wir bereits hin auf die zum Bau der neuen Ostseeschleusen des Kaiser Wilhelm-Kanals (Dimensionen siehe Seite 159 von Band LVII) vorgesehenen bedeutenden Seilbahnkrane. In der „Zeitschrift für Bauwesen" ist nun kürzlich von *Gährs* und *Prietze* eingehend über „Die Betriebseinrichtungen beim Bau der neuen Ostseeschleusen des Kaiser Wilhelm-Kanals" berichtet worden. Wir ersehen aus dieser Veröffentlichung, dass eine weitgehende Anwendung von Seilbahnkranen nicht nur zur Bedienung der ausgedehnten Baugruben, sondern auch für die nicht weniger bedeutenden Lagerplätze erfolgt. Zur *Bedienung der Baugruben* wurden von der Firma J. Pohlig A.-G. in Köln-Zollstock fünf Seilbahnkrane von 166 *m* grösster Spannweite beschafft, mit sogen. patentverschlossenen Tragseilen von 49 *mm* Durchmesser und 168 *t* Gesamtbruchfestigkeit; die Seile werden rechnungsmässig jedoch nur bis 42 *t* gespannt. Für den Betrieb der auf den Tragseilen mit einer grössten Nutzlast von 4,2 *t* verkehrenden Hängebahn-Winden, mit je zwei Doppellaufwerken für je vier hintereinander auf Stahlachsen laufenden Stahlgussrollen von 250 *mm* Durchmesser, dienen getrennte Hub- und Fahrseile. Das zugehörige Windwerk, das in der einen fahrbaren Kranstütze aufgestellt ist, benötigt einen 75 *PS* Elektromotor, während für die Verschiebung jeder der zwei Kranstützen je ein 15 *PS* Motor angeordnet wurde. Zur *Bedienung der Lagerplätze* wurden bei der „Maschinenbauanstalt Humboldt" in Kalk bei Köln drei weitere Seilbahnkrane beschafft, die für eine grösste Spannweite von etwa 110 *m* konstruiert wurden und als sogen. patentverschlossene Tragseile solche von 38 *mm* Durchmesser und 220 *t* Bruchfestigkeit aufweisen; die Festigkeit dieser Seile wird rechnungsmässig bis 45 *t* in Anspruch genommen. Diese Krane arbeiten sowohl mit Kübelbetrieb, als auch mit Greiferbetrieb, bei einer maximalen Tragfähigkeit von 3,7 *t*, die nur bei Kübelbetrieb voll ausgenützt wird. Für den Greiferbetrieb ergab sich die Schwierigkeit, die Greifer von der schwankenden Seilbahn aus zum Arbeiten zu bringen, wozu, angesichts der Anordnung des Führerstandes in einer der Kranstützen, auf der Laufkatze eine Seiltrommel als Zwischenglied zum