Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 61/62 (1913)
Heft: 13

Artikel: Berechnung gewölbter Platten
Autor: Keller, Huldreich
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-30698

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 25.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

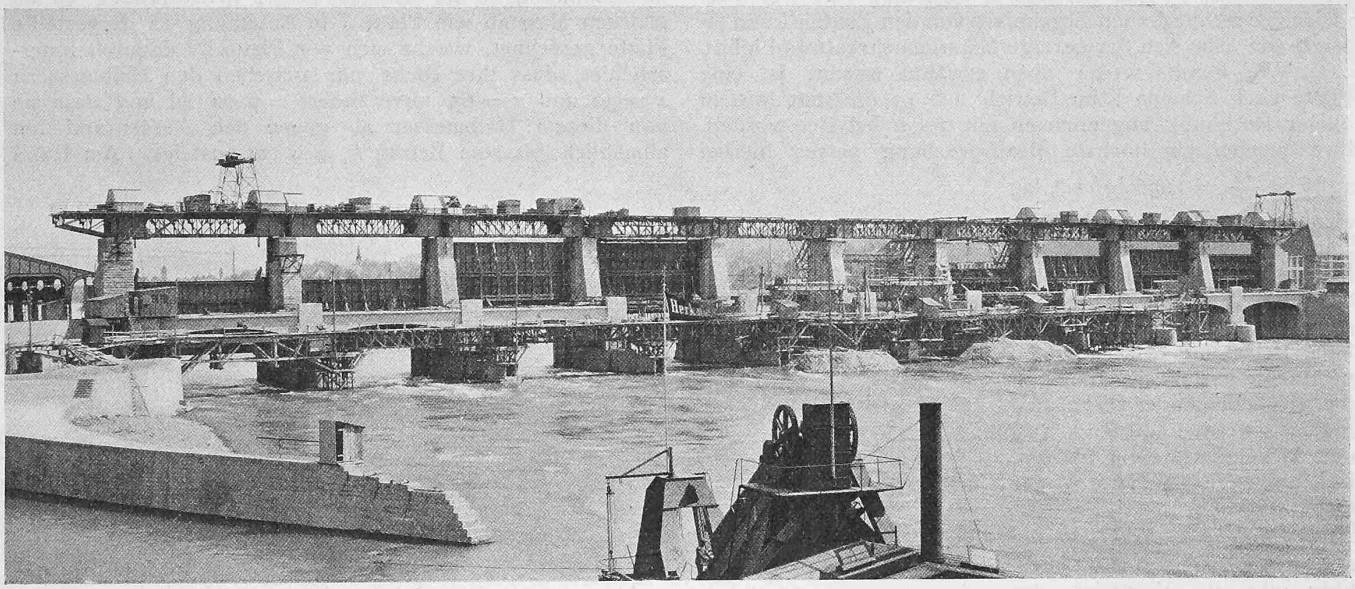


Abb. 9. Das Stauwehr Augst-Wyhlen (Unterwasserseite) vom rechten, badischen Ufer aus, im Bau (13. IV. 1912).

die A.-G. *Alb. Buss & Cie.*, Basel, die Aufzugsvorrichtungen (Windwerke) durch die *Giesserei Bern* der Gesellschaft der L. von Roll'schen Eisenwerke und die elektrischen Einrichtungen durch die *Maschinenfabrik Oerlikon* geliefert. Die zehn Wehrbrücken endlich hat die Firma *Maillart & Cie.*, Zürich, im Auftrag der A.-G. Conrad Zschokke erstellt.

(Forts. folgt.)

Berechnung gewölbter Platten.

Von Dipl. Ing. Dr. *Huldreich Keller* in Zürich.

(Schluss von Seite 157.)

Diskussion der Rechnungsergebnisse [1]).

a) Einfluss der Randbedingungen: „aussen frei aufliegend" und „aussen eingespannt". Die Beispiele I und II nach den Schnitt-Abbildungen 18 (S. 156) wurden bereits eingehend erörtert. Die aus den Abbildungen 12 bis 15 bekannten Spannungen der beiden äussern und der mittlern Faser sind in kleinerem Masstab und als einfache Funktion des Abstandes x von der Symmetrieaxe in den Abbildungen 19 u. 20 (S. 155) wiedergegeben in gleicher Weise wie in den Abbildungen 21 bis 30 für die übrigen Beispiele.

b) Einfluss der Plattenwölbung. Die einschlägigen Zahlenbeispiele I, III, IV und V beziehen sich alle auf gusseiserne volle Platten mit einem äussern Halbmesser $x_a = 90$ *cm* und einer gleichbleibenden Dicke $h = 6$ *cm* (siehe Schnittskizzen in Abbildung 18). Die Abbildungen 19, 21, 22 und und 23 geben je ein Bild für den Verlauf der Spannungen in der mittlern und in den beiden äussersten Fasern einer jeden Platte.

In Abbildung 31 sind die hauptsächlichsten Ergebnisse der vier Rechnungsbeispiele in Funktion der Pfeilhöhe dargestellt, welche beträgt für die Platte

	I	III	IV	und V
$f =$	32	16	8	„ 0 *cm*.
Die Krümmungshalbmesser dieser Plattten betragen $\varrho =$	143	260	510	„ ∞ „

Die Platte V ist „eben".

Von der Wölbung $f = 32$ *cm* ausgehend, nimmt die mittlere Radialspannung σ_{r0} mit abnehmender Plattenwölbung anfänglich schwach, dann immer mehr zu. Sinkt beispielsweise die Plattenwölbung „f" von 32 auf 16 und 8 *cm*, so steigt die Spannung σ_{r0} von 258 auf 720 und 1085 *kg/cm²* Druck.

[1]) An dieser Stelle sollen nur die unter a), b), e), f) und g) genannten Einflüsse näher besprochen werden. Wegen der übrigen Punkte muss wiederum auf das «Forschungsheft» 124 verwiesen werden.

Die übrigen, in den vier Platten I, III IV und V auftretenden Spannungen sind entweder der Zahlentafel (S. 153) oder dem Diagramm Abbildung 31 zu entnehmen. Letzteres zeigt deutlich, wie die Höchstspannung mit zunehmender Wölbung abnimmt. Geben wir beispielsweise der Platte statt einer Pfeilhöhe von 8 *cm* eine solche von 32 *cm*, so

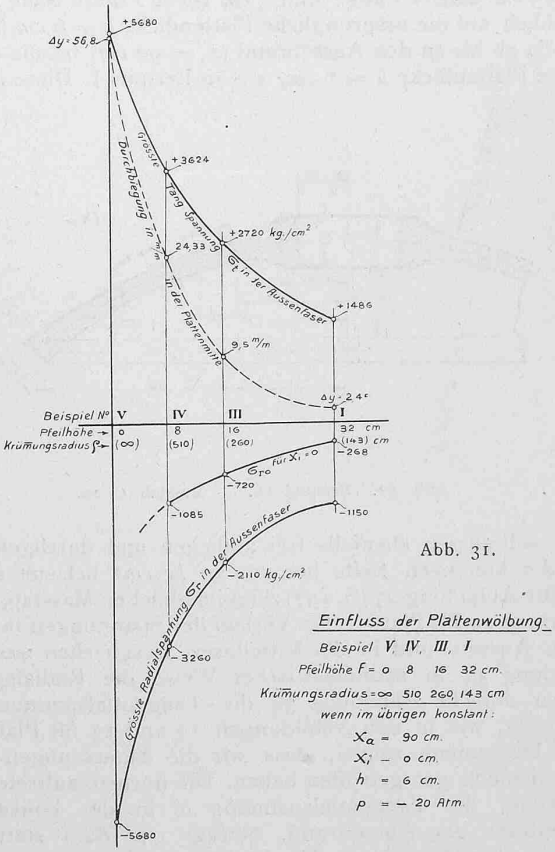


Abb. 31.

sinkt die grösste Tangentialspannung in der Aussenfaser und damit die in der Platte überhaupt auftretende grösste Spannung vom Betrag + 3624 *kg/cm²* auf + 1486 *kg/cm²*. Dabei steigt das Gewicht der Platte nur von 1065 auf 1180 *kg*, also nur im Verhältnis 1 : 1,11. Der geringe Mehraufwand an Gewicht von 11 % ergibt eine Verringerung der Beanspruchung im Verhältnis 2,44 : 1 oder lässt eine

im Verhältnis 1 : 2,44 gesteigerte Belastung zu. Der Vergleich der rechnerischen Ergebnisse von den Platten I und IV zeigt, wie sehr sich der geringe Materialmehraufwand lohnt.

Wie bereits weiter oben erwähnt wurde, ist eine Platte nach Schema I im Betrieb auf 15 *at*, statt wie in obiger Rechnung angenommen mit 20 *at* belastet worden. Ihre rechnerisch höchste Beanspruchung betrug hierbei $1486 \times \frac{15}{20} = 1056\ kg/cm^2$, lag also für Gusseisen schon in ziemlich gefährlicher Nähe der Bruchgrenze. Jedenfalls hätte, wie die Beispiele III und IV zeigen, die Platte für diese hohe Belastung von 15 kg/cm^2 nicht mit geringerer Wölbung (bei gleichbleibender Dicke) ausgeführt werden dürfen, von der Anwendung einer ebenen, frei aufliegenden Platte V gar nicht zu reden.

e) Einfluss der Bohrung und der versteifenden Nabe. Hierüber gibt ein Vergleich der Zahlenbeispiele I und IX Auskunft. Die Platte IX ist dargestellt in Abbildung 18 im Masstab 1 : 50 und in Abbildung 32 im Masstab 1 : 20, während Abb. 11 (S. 127) ein Bild der zuerst betrachteten Platte I gibt. Die Platte IX unterscheidet sich von Platte I nur dadurch, dass in ihrer Mitte eine Bohrung vom Halbmesser $x_i = 15\ cm$ und dass das durch diese Bohrung entfernte Material ersetzt ist oder vielmehr sein soll durch eine Nabe von 15 *cm* axialer Länge und 5 *cm* Dicke; diese Nabe geht allmählich auf die ursprüngliche Plattendicke $h = 6\ cm$ über. Von da ab bis an den Aussenrand ($x_a = 90\ cm$) ist die stets gleiche Plattendicke $h = 6\ cm$, wie in Beispiel I. Diese neue Platte soll aussen ebenfalls frei aufliegen und durchgehend von der konvexen Seite her mit 20 kg/cm^2 belastet sein.

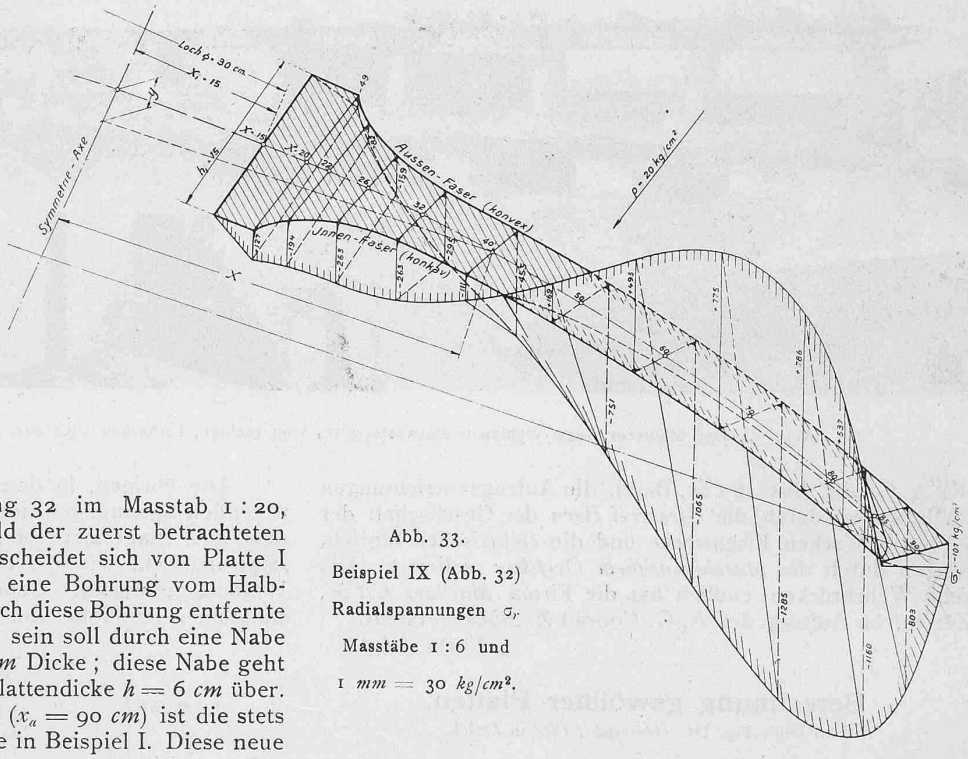


Abb. 33.
Beispiel IX (Abb. 32)
Radialspannungen σ_r
Masstäbe 1 : 6 und
1 *mm* = 30 kg/cm^2.

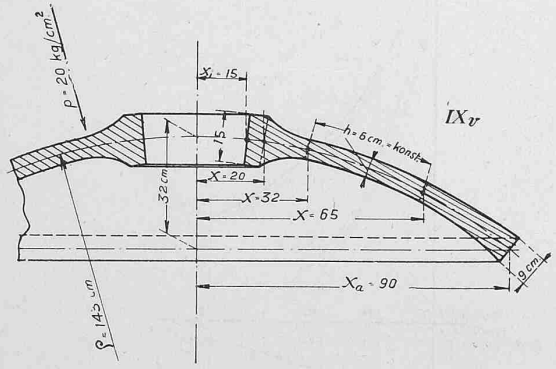


Abb. 32. Beispiel IX. — Masstab 1 : 20.

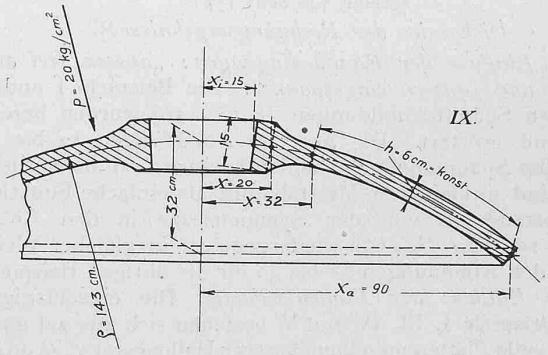


Abb. 35. Beispiel IX_v. — Masstab 1 : 20.

Die Abbildung 27 (S. 157) zeigt im gleichen Masstab, wie Abbildung 19 für Platte I den Verlauf der Spannungen in den beiden Aussen- und in der Mittelfaser. Desgleichen sind in Abbildung 33 in axonometrischer Weise die Radialspannungen und in Abbildung 34 die Tangentialspannungen dargestellt, wie in den Abbildungen 12 und 13 für Platte I. Diese Diagramme zeigen, dass wir die Abmessungen der Nabe ziemlich gut getroffen haben. Die höchste auftretende Spannung, die Tangentialspannung σ_t in der konkaven Aussenfaser am Aussenrand, beträgt (+ 1822) statt in Platte I (+ 1486 kg/cm^2). Die höchste Radialspannung beträgt (— 1300 kg/cm^2) gegenüber (— 1150 kg/cm^2). Die beiden Spannungsdiagramme Abb. 19 u. 27 zeigen in den äussern Hälften der Platten I und IX einen völlig gleichartigen Verlauf. Die Verschiebungen der Meridian-Mittelfaser sind in die Abb. 16 und 17 (S. 154) eingetragen als Kurven IX.

f) Einfluss der Verdickung des Plattenrandes. Um diesen Einfluss festzustellen, wurde als Beispiel IX_v [verdickt] eine in Abbildung 18 im Masstab 1 : 50, in Abbildung 35 im gleichen Masstab wie Platte I in Abbildung 11 dargestellte Platte gerechnet, welche sich von Platte IX dadurch unterscheidet, dass ihre Dicke nur zwischen den Halbmessern $x = 32$ und $x = 65$ unverändert $= 6\ cm$ ist und dass sie von diesem Halbmesser ab gegen den Aussenrand hin allmählich bis zum Betrag $h_a = 9\ cm$ ansteigt. Am Rand ist sie wie die Platten IX und I frei aufliegend gedacht (siehe die Abbildungen 11, 32 und 35).

Durch die Verdickung des Aussenrandes nach Abbildung 35 gegenüber Abbildung 32 ist laut Diagramm 28 gegenüber Diagramm Abbildung 27 die höchste Spannung gesunken vom Betrag (+ 1822) auf den Betrag (+ 1573), die Durchbiegung in der Mitte vom Betrag (— 2,78) *mm* auf den Wert (— 2,30) *mm*. Im Diagramm 28 sind in dünnen Linien die Werte aus dem Spannungsdiagramm 27 wiederholt, sodass die Abweichung leicht ersichtlich ist. Die Platte IX_v ist bezüglich Beanspruchung von der Platte I nur unwesentlich verschieden. Wir haben also tatsächlich den an sich schädlichen und sonst so gefürchteten Einfluss der Bohrung in der Mitte durch die Ausbildung der Nabe und die Verstärkung des Plattenrandes ausgeglichen.

Vergleichshalber sind von den Rechnungsbeispielen

I	nach	Abbildung	11	und	18 (frei aufliegend),
II	„	„			18 (eingespannt),
IX	„	„	32	„	18 (frei aufliegend),
IX_v	„	„	35	„	18 „ „

je in einem Diagramm vereinigt und als Funktion des Abstandes x von der Symmetrieaxe aufgetragen.

In Abbildung 36 ist die Durchbiegung Δy der Meridian-Mittelfaser, in Abbildung 37 die Aenderung Δx der Abstände x der einzelnen Punkte der Meridian-Mittelfaser von der Symmetrieaxe dargestellt.

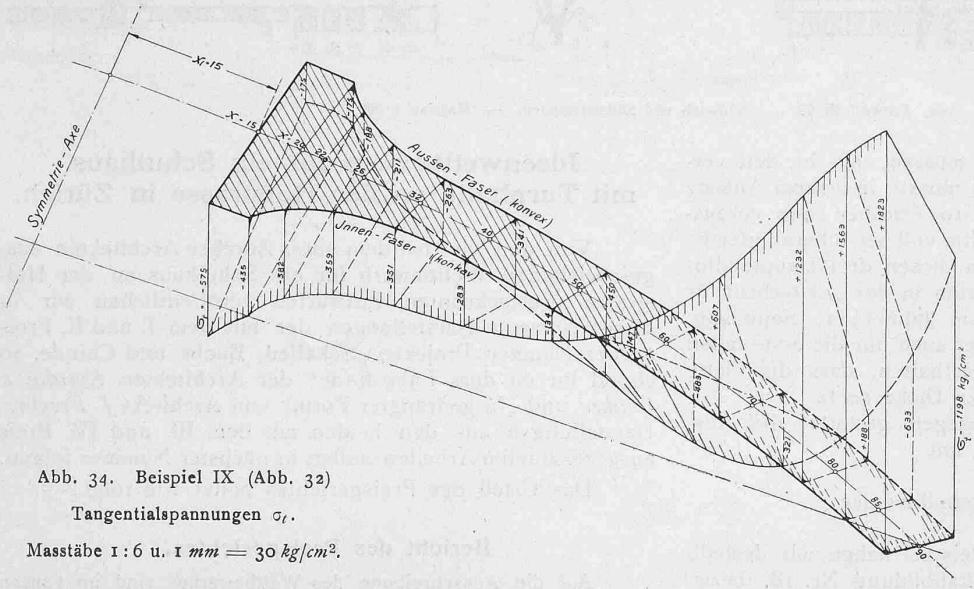


Abb. 34. Beispiel IX (Abb. 32)

Tangentialspannungen σ_t.

Masstäbe 1 : 6 u. 1 mm = 30 kg/cm^2.

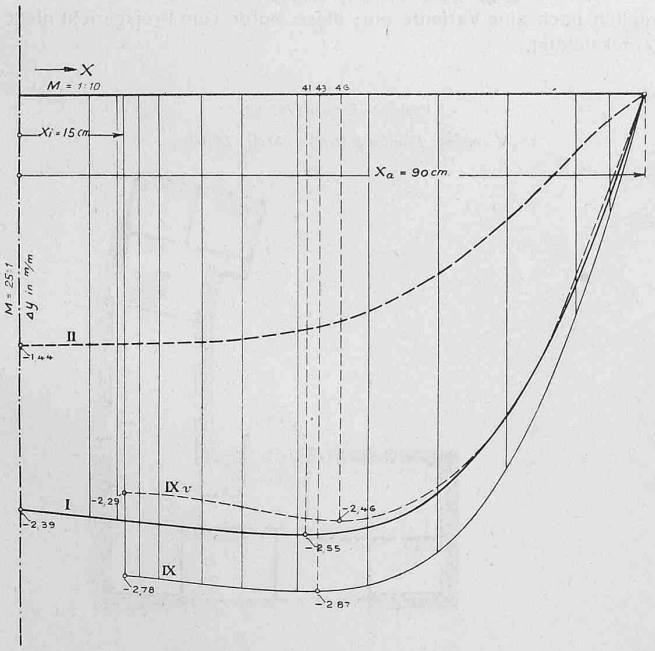


Abb. 36. Durchbiegung Δy in Funktion des Abstandes x von der Symmetrieaxe, für die Beispiele I, II, IX und IX_v.

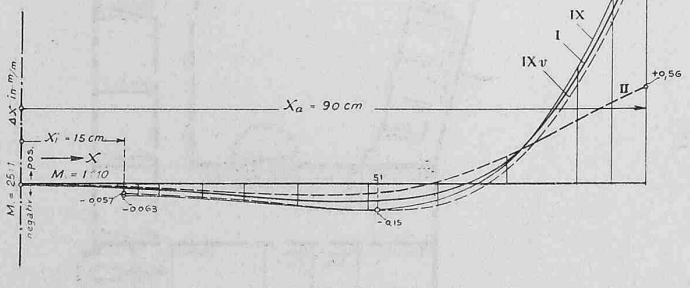


Abb. 37. Aenderung Δx in Funktion des Abstandes x von der Symmetrieaxe, für die Beispiele I, II, IX und IX_v.

Die Werte der Platten I, IX und IX_v weichen nicht sehr voneinander ab, dagegen verhält sich die Platte II ganz anders, und man sieht daraus nochmals den günstigen Einfluss des „Eingespanntseins".

Wie eine aus der Grundform I entwickelte Platte mit Bohrung jedoch ohne versteifende Nabe beansprucht wäre und sich durchbiegen würde, und wie die Beanspruchungen und Durchbiegungen von der Grösse der Bohrung abhängig sind — dies zu untersuchen, mag einer besondern Arbeit vorbehalten bleiben.

* * *

g) Als weiteres Anwendungsbeispiel wurde endlich die Platte nachgerechnet, die seinerzeit durch Professor v. Bach untersucht worden ist, und deren Prüfungsergebnisse in der Z. d. V. d. I., 1899, Seite 1586, veröffentlicht sind. Die Platte A bestand aus Flusseisen (E = 2 100 000 kg/cm^2; $m = {}^{10}/_{3}$). Unsere Schnittskizze X in Abb. 18 ist der Abb. 1 aus Z. d. V. d. I., 1899, Seite 1585, nachgebildet. Wir führen die Rechnung nur durch bis zum Beginn der Krempe, das ist bis zum Halbmesser x = 30 cm und nehmen an, dass die Platte daselbst „eingespannt", und dass sie auf der konkaven Seite gleichmässig mit $p = +16$ at (statt wie in den bisherigen Beispielen mit $p = -20$ at) belastet sei. „Eingespannt" soll heissen, dass der Rand sich nicht verdrehen kann. Dieses „Eingespanntsein" wollen wir im Rechnungsbeispiel X so auffassen, dass der Aussenrand in Richtung senkrecht zur Symmetrieaxe beliebig nachgeben kann, während in Beispiel X_f der Meridianpunkt des Aussenrandes so festgehalten gedacht werde, dass er sich in Richtung senkrecht zur Symmetrieaxe kaum bewegt, dass er also nahezu „fix" sei. Daher die Bezeichnung „X_f". Die Spannungen des Rechnungsbeispieles X sind im Diagramm 29, diejenigen des Beispieles X_f im Diagramm 30 (Seite 157) aufgetragen. (Ihre Masstäbe sind jedoch verschieden von denjenigen der Diagramme 19 bis 28.)

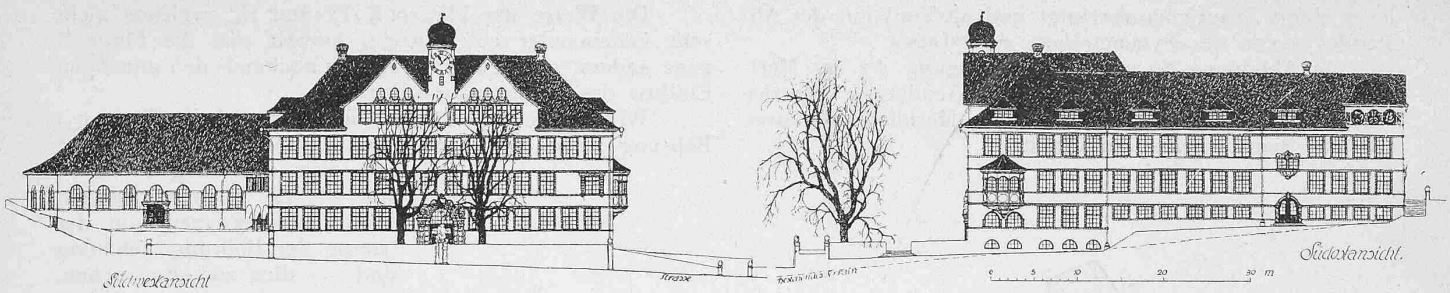
Das Spannungsdiagramm 30 zeigt mit seinen viel kleineren Ordinaten als im Diagramm 29 den günstigen Einfluss dieses „Festhaltens" des Plattenrandes in Richtung senkrecht zur Symmetrieaxe. Die Höchstspannung ist weit unter die Hälfte gesunken gegenüber derjenigen in der Platte X, deren Aussenquerschnitt sich zwar auch nicht drehen, wohl aber radial verschieben kann. Dementsprechend ist auch die rechnerische Durchbiegung in der Plattenmitte viel kleiner, nämlich 0,51 statt 2,00 mm (siehe Zahlentafel 8).

Alle Beispiele mit Ausnahme desjenigen Nr. V, d. i. der ebenen Platte, zeigen, dass der höchst beanspruchte Querschnitt sich aussen am Rand der Hauptwölbung, oder wenigstens in dessen Nähe befindet, und tatsächlich sind auch wohl die meisten Brüche an Kesselböden von dieser Stelle, d. i. vom Uebergang zur Krempe, ausgegangen.

* * *

Vorstehende Rechnungen, insbesondere diejenigen Nr. I und IX_v, sollen in erster Linie Beispiele für die Anwendbarkeit des eingangs theoretisch hergeleiteten Rechnungsverfahrens sein. Gleichzeitig geben sie ein sehr deutliches Bild der Abhängigkeit der Beanspruchung und der Durchbiegung einer Platte von ihrer Form und ihrer Unterstützungsart.

Ein grosser Vorteil der hier angewendeten Rechnungsweise mit kleinen Differenzen liegt darin, dass für die Erzielung einer Rechnungsmöglichkeit weit weniger Ein-



I. Preis. Entwurf Nr. 62. — Südwest- und Südostfassaden. — Masstab 1:800.

schränkungen gemacht werden müssen, als in den veröffentlichten Vorschlägen. *Schüle* musste in seinem Aufsatz in „Dinglers Polyt. Journal" vom 10. Oktober 1900 voraussetzen, dass der Boden in der Mitte voll sei, überall gleiche Krümmung und Dicke habe. Von diesen drei Hauptbedingungen konnte *Fankhauser* für seine in der „Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen" vom Jahr 1911, Seite 449, niedergelegte Arbeit die erste, aber auch nur die erste fallen lassen, musste dagegen daran festhalten, dass die Platte ein Kugelboden von stets gleicher Dicke sei [1]).

Vorliegendes Verfahren dagegen gestattet die Ausrechnung von ungeteilten Böden mit

a) veränderlicher Dicke,
b) veränderlichem Wölbungshalbmesser,
c) Bohrung in der Mitte.

Als ein solch allgemeines Beispiel haben wir deshalb den Boden Nr. IX_v nach Schnittabbildung Nr. 18, bezw. Nr. 35 gewählt.

[1]) Vergleiche «Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen», 1911, Seite 450, Zeile 5 und Seite 474 oben.

Ideenwettbewerb für ein Schulhaus mit Turnhalle an der Hofstrasse in Zürich.

Von den vier bei dem unter Zürcher Architekten ausgeschriebenen Wettbewerb für ein Schulhaus an der Hofstrasse preisgekrönten Entwürfen veröffentlichen wir in dieser Nummer Darstellungen der mit dem I. und II. Preis ausgezeichneten Projekte „Schaffed, Buebe und Chinde, so chönd ihr eu durs Läbe finde" der Architekten *Kündig & Oetiker* und „In gedrängter Form" von Architekt *J. Freytag*. Darstellungen aus den beiden mit dem III. und IV. Preis ausgezeichneten Arbeiten sollen in nächster Nummer folgen.

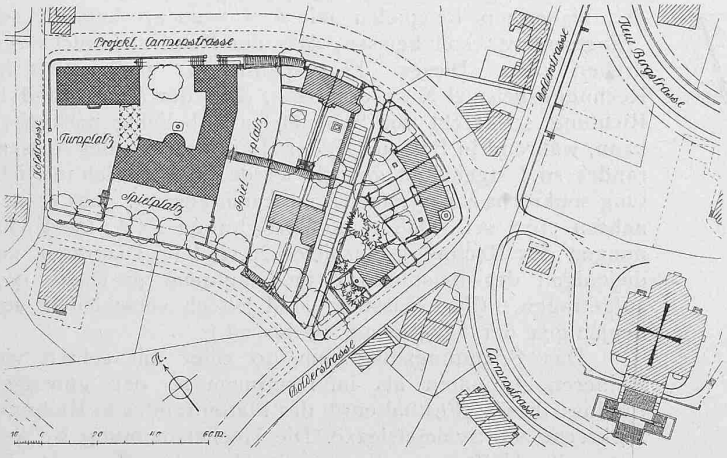
Das Urteil des Preisgerichtes lautet wie folgt:

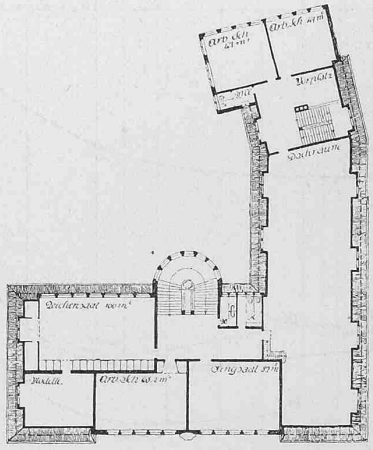
Bericht des Preisgerichtes.

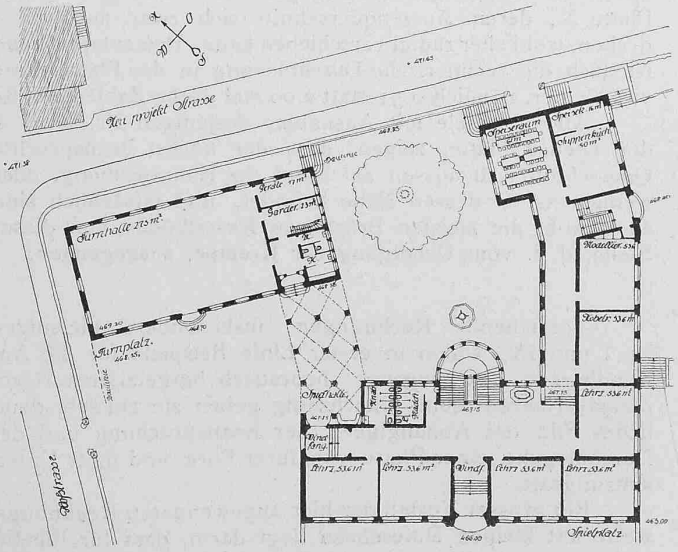
Auf die Ausschreibung des Wettbewerbes sind im ganzen 87 Projekte eingegangen, alle rechtzeitig. Ein Verfasser sandte nachträglich noch eine Variante ein; diese wurde vom Preisgericht nicht berücksichtigt.

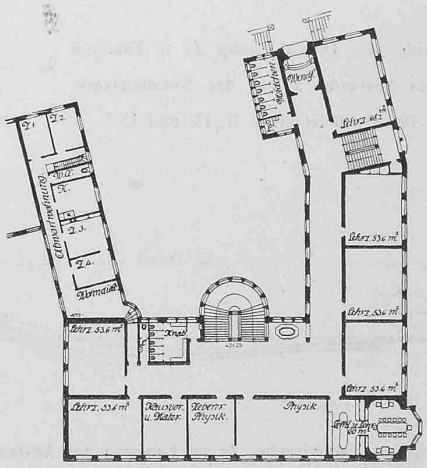
I. Preis. — Entwurf Nr. 62.

Verfasser: *Kündig & Oetiker*, Arch., Zürich.









Lageplan des Bauplatzes samt Umgebung, Masstab 1:2500. — Grundrisse 1:800.