Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 61/62 (1913)
Heft: 10

Artikel: Berechnung gewölbter Platter
Autor: Keller, Huldreich
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-30688

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Berechnung gewölbter Platten. — Die Schweiz. Nationalbank in Bern. — Die Wasserkraftanlage Eglisau. — Zum Gotthardvertrag. — Miscellanea: Eine Wasserkraftanlage mit 1650 *m* Gefälle. Fördermaschinen-Antrieb mittels Doppelkommutatormotoren. Erhöhung des Staudamms bei Assuan. Bahntransportwagen für 100 Tonnen Kohle. Normalbahn Goppenstein-Siders. Eidg. Technische Hochschule. Dampfschifffahrt auf dem Walensee. — Nekrologie: J. H. Reutlinger. E. Gascard. — Literatur. — Korrespondenz. — In eigener Sache. — Vereinsnachrichten: Technischer Verein Winterthur. Bernsicher Ingenieur- und Architekten-Verein. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. G. e. P.: Stellenvermittlung.

Tafel 29 bis 32: Die Schweiz. Nationalbank in Bern.

Band 61. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und unter genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 10.**

Berechnung gewölbter Platten.

Von Dipl. Ing. Dr. *Huldreich Keller* in Zürich.

(Fortsetzung von Seite 114.)

An Hand von Abbildung 4, d. i. der Seitenansicht des Plattenelementes, kann man für dieses Element folgende Gleichgewichtsbedingung für die an ihm wirkenden Kräfte aufstellen: Wir vergleichen die in Richtung der Normalkraft $(S + d\,S)$ fallenden Komponenten:

$$S + d\,S = S \cos d\,\varphi + Sch \sin d\,\varphi + P \sin \frac{d\,\varphi}{2} + \\ + 2\,T' \cos(\varphi + d\,\varphi).$$

Berücksichtigt man wiederum, dass $d\,\varphi$ sehr klein, sodass $\cos d\,\varphi \backsim 1$, $\sin d\,\varphi \backsim d\varphi$, $\cos(\varphi + d\,\varphi) \backsim \cos\varphi$, so bleibt $\quad d\,S = Sch\,d\,\varphi + P\,\frac{d\varphi}{2} + 2\,T' \cos\varphi.$

Hierin ist T' die in Richtung des Halbmessers x fallende Komponente von T

$$T' = T \sin \frac{d\,\alpha}{2} \backsim T\,\frac{d\,\alpha}{2}; \text{ (vergl. Abb. 5).}$$

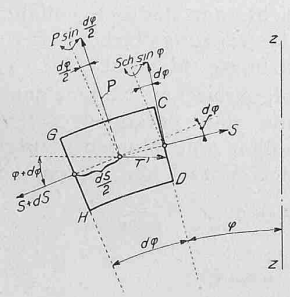

Abb. 4.

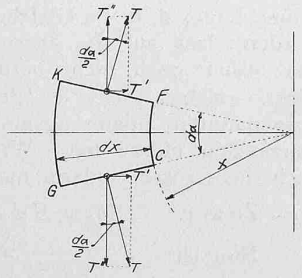

Abb. 5.

Nach Gl. (5) ist $S = (x\,h)\,\sigma_{r0}\,d\,\alpha$,
folglich $\quad d\,S = [(x\,h)\,d\,\sigma_{r0} + \sigma_{r0}\,d\,(x\,h)]\,d\,\alpha.$

Unter Verwendung der Gleichungen (6) bis (8) erhält man nach Kürzung des Faktors $d\,\alpha$:

$$(x\,h)\,d\,\sigma_{r0} + \sigma_{r0}\,(x\,h) = \tau_m\,(x\,h)\,d\,\varphi + p\,\frac{d\,x}{\cos\varphi}\left(x + \frac{d\,x}{2}\right)\frac{d\,\varphi}{2} + \\ + h\,\frac{d\,x}{\cos\varphi}\,\sigma_{t0} \cos\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

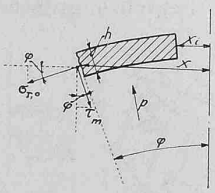

Abb. 6.

Abbildung 6 zeigt die Möglichkeit, die mittlere Schubspannung τ_m durch die Normalspannung σ_{r0} und die äussere Belastung p auszudrücken und sie hierdurch aus der Rechnung zu eliminieren.

Um die Rechnung nach Möglichkeit zu verallgemeinern, wollen wir eine gewölbte Platte betrachten, welche in der Mitte eine gleichaxige Bohrung vom Halbmesser x_i hat. Aus dieser Platte schneiden wir ein Ringteil mit dem äussern Halbmesser x und dem Zentriwinkel $d\,\alpha$ heraus. Dieser Ringausschnitt ist in Abbildung 6 in der Seitenansicht dargestellt. Aus ihr lassen sich folgende Beziehungen ablesen:

$$(x^2 - x_i^2)\,\pi\left(\frac{d\,\alpha}{2\,\pi}\right)p = x\,d\,\alpha\,h\,(\tau_m \cos\varphi + \sigma_{r0} \sin\varphi)$$

$$(x\,h)\,\tau_m = \frac{p}{2}\left(\frac{x^2 - x_i^2}{\cos\varphi}\right) - (x\,h)\,\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\,\sigma_{r0} \quad . \quad . \quad (10)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung werde in Gl. (9) eingesetzt:

$$(x\,h)\,d\,\sigma_{r0} + \sigma_{r0}\,d\,(x\,h) = \frac{p}{2}\,(x^2 - x_i^2)\,\frac{d\,x}{\varrho\cos^2\varphi} - \\ - (x\,h)\,\sigma_{r0} \sin\varphi\,\frac{d\,x}{\varrho\cos^2\varphi} + \frac{p}{2}\,\frac{d\,x^2}{\varrho\cos^2\varphi}\left(x + \frac{d\,x}{2}\right) + h\,d\,x\,\sigma_{t0}.$$

Hieraus finden wir:

$$d\,\sigma_{r0} = \left\{\begin{array}{l} -\sigma_{r0}\left[\frac{d\,(x\,h)}{x\,h} + \sin\varphi\,\frac{d\,x}{\varrho\cos^2\varphi}\right] \\ + \sigma_{t0}\,\frac{d\,x}{x} \\ + \frac{p}{2}\,\frac{1}{(x\,h)}\,\frac{d\,x}{\varrho\cos^2\varphi}\left[x^2 - x_i^2 + d\,x\left(x + \frac{d\,x}{2}\right)\right] \end{array}\right\} \text{ I. Hauptgleichung.}$$

Diese I. Hauptgleichung hat die Form:

$$d\,\sigma_{r0} = -\,\sigma_{r0}\,(15) + \sigma_{t0}\,(16) + (24) \quad . \quad . \quad (1\,a),$$

wo die Ziffern in () Zahlenwerte bedeuten, die abhängig sind von der Form und der äussern Belastung der Platte und der Lage des augenblicklich zu untersuchenden Punktes A auf der Mittelfaser des Meridianschnittes.

Würde man für den Halbmesser x die mittlere Radialspannung σ_{r0x} kennen, so lieferte die Hauptgleichung (I) den Wert für die mittlere Radialspannung $\sigma_{r_0\,(x+dx)}$ im Halbmesser $(x + d\,x)$

$$\sigma_{r_0\,(x+dx)} = \sigma_{r_0\,x} + d\,\sigma_{r_0}\Big|_{x}^{x+dx} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

5. *Berechnung von σ_{t0}, hergeleitet aus der Dehnung der Platte.*

Der Parallelkreis mit dem Halbmesser x, der die gestreckte Länge $(2\,\pi\,x)$ hat, dehnt sich um das Stück $\Delta\,(2\,\pi\,x)$, wenn in Richtung der Tangente die spezifische Spannung σ_t^o, senkrecht dazu die Spannung σ_{r0} wirkt, und zwar ist:

$$\Delta\,(2\,\pi\,x) = \frac{2\,\pi\,x}{E}\left(\sigma_{t0} - \frac{\sigma_{r0}}{m}\right);$$

darnach

$$\Delta\,x = \left(\frac{x}{E}\,\sigma_{t0} - \frac{d_{r0}}{m}\right).$$

Die Differenzierung dieser Gleichung liefert die Dehnung des Halbmesserelementes $(d\,x)$

$$\Delta\,(d\,x) = \frac{d\,x}{E}\left(\sigma_{t0} - \frac{\sigma_{r0}}{m}\right) + \frac{x}{E}\left(d\,\sigma_{t0} - \frac{d\,\sigma_{r0}}{m}\right) \quad . \quad (12)$$

Für diese Dehnung können wir noch einen zweiten Ausdruck aufstellen:

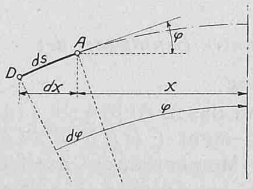

Abb. 7.

Wir denken uns gemäss Abbildung 7 aus der mittlern Meridianfaser im Abstand x von der Symmetrieaxe bei A ein Element von der Länge $A\,D = d\,s$ herausgegriffen.

Weil $\quad d\,x = d\,s \cos\varphi,$
so ist auch die durch die Belastung erfolgte Aenderung von $d\,x$, das ist:

$$\Delta\,(d\,x) = \Delta\,(d\,s \cos\varphi)$$
$$= \Delta\,(d\,s) \cdot \cos\varphi + d\,s\,\Delta\,(\cos\varphi).$$

Nun ist

$$\Delta\,(d\,s) = \frac{d\,s}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13),$$

$$\Delta\,(\cos\varphi) = -\sin\varphi\,\Delta\,\varphi = -\sin\varphi \cdot \psi \quad . \quad (14),$$

demnach

$$\Delta\,(d\,x) = \frac{d\,s}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right)\cos\varphi - d\,s \sin\varphi \cdot \psi$$

$$\Delta\,(d\,x) = \frac{d\,x}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right) - d\,x\,\mathrm{tg}\,\varphi \cdot \psi \quad . \quad . \quad . \quad (15).$$

Die Aenderung von $(d\,x)$ ist das Ergebnis zweier Formänderungen, nämlich der Längenänderung und der Richtungsänderung des Meridian-Elementes $d\,s$.

Durch Gleichsetzen der rechten Seiten der Gl. (12) und (15) erhalten wir

$$\frac{dx}{E}\left(\sigma_{t0}-\frac{\sigma_{r0}}{m}\right)+\frac{x}{E}\left(d\,\sigma_{t0}-\frac{d\,\sigma_{r0}}{m}\right)=\frac{dx}{E}\left(\sigma_{r0}-\frac{\sigma_{t0}}{m}\right)-$$
$$-\,d\,x\cdot\psi\ \mathrm{tg}\,\varphi.$$

Es werden beide Seiten dieser Gleichung mit $\frac{E}{x}$ multipliziert und die Klammern aufgelöst:

$$\frac{dx}{x}\,\sigma_{t0}-\frac{dx}{x}\,\frac{\sigma_{r0}}{m}+d\,\sigma_{t0}-\frac{d\,\sigma_{r0}}{m}=\frac{dx}{x}\,\sigma_{r0}-\frac{dx}{x}\,\frac{\sigma_{t0}}{m}-$$
$$-E\,\frac{dx}{x}\,\psi\ \mathrm{tg}\,\varphi.$$

Daraus finden wir

$$\left.\begin{aligned} d\,\sigma_{t0}=(\sigma_{r0}-\sigma_{t0})\left(1+\frac{1}{m}\right)\frac{dx}{x}-\\ -E\ \mathrm{tg}\,\varphi\,\frac{dx}{x}\,\psi+\frac{d\,\sigma_{r0}}{m}\end{aligned}\right\}\ \text{II. Hauptgleichung.}$$

Diese Gleichung hat die Form:

$$d\,\sigma_{t0}=(\sigma_{r0}-\sigma_{t0})\,(17)-\psi\,(27)+\frac{d\,\sigma_{r0}}{m}\ .\ .\quad (\mathrm{IIa})$$

Für die nur durch Fliehkräfte beanspruchte umlaufende Scheibe fand ich in meiner diesbezüglichen, eingangs erwähnten Arbeit die Ausdrücke (in die hier gewählte Bezeichnungsweise übersetzt):

$$d\,\sigma_{r0}=-\,\sigma_{r0}\,(\ldots)+\sigma_{t0}\,(\ldots)+(\ldots.),$$
$$d\,\sigma_{t0}=(\sigma_{r0}-\sigma_{t0})\left(1+\frac{1}{m}\right)\frac{dx}{x}+\frac{d\,\sigma_{r0}}{m}.$$

Der Aufbau der Formel für $d\,\sigma_{r0}$ ist genau der gleiche wie derjenige der hier gefundenen Formel (I) für die Platte, nur dass natürlich für die (....) Ausdrücke andere Werte in Frage kommen. Zu der Gleichung für $d\,\sigma_{t0}$ kommt laut Gleichung (IIa) für die Platte gegenüber derjenigen für die umlaufende Scheibe nur noch der Summand $[-\,\psi\,(27)]$ hinzu. Es ist also möglich, beide Rechnungen miteinander zu vereinigen, wodurch das Mittel an die Hand gegeben wird, eine umlaufende Scheibe zu berechnen, die ausser durch Fliehkräfte auch noch durch einen einseitig wirkenden, gleichmässig verteilten Druck p belastet wird. Derartige Fälle kommen vor in Reaktions-, seltener auch in Aktionsdampfturbinen.

Unter der vorläufig noch unzutreffenden Annahme, man kenne von der Platte für den Halbmesser x die mittlere Tangentialspannung σ_{t0x}, liefert Hauptgleichung (II) den Wert für die mittlere Tangentialspannung im Halbmesser $(x+d\,x)$, indem man die Gleichung aufstellt:

$$\sigma_{t_0\,(x+d\,x)}=\sigma_{t_0 x}+d\,\sigma_{t_0}\Big|_{x}^{x+d\,x}\ .\ .\ .\ .\quad (16)$$

6. *Berechnung von $\frac{d\,\psi}{d\,x}$ und ψ unter Benutzung der Momentengleichung.*

Wir stellen zu diesem Zwecke für das in Abb. 3 (S. 113) axonometrisch dargestellte Körperelement $CDEFGHIK$ die Momentengleichung auf. Als Momentenaxe greifen wir die Axe $O-O$ heraus, welche im Abstand $(x+d\,x)$ von der Symmetrieaxe $z-z$ und senkrecht zu ihrer Richtung mitten durch die äussere Begrenzungsfläche $GHIK$ des Plattenelementes läuft. Bei Gleichgewicht muss die Summe der Momente aller äussern Kräfte, bezogen auf die Axe $O-O$, gleich null sein.

An dem Plattenelement wirken folgende äussere Kräfte auf Verdrehung um die Axe $O-O$:

a) auf die der Symmetrieaxe zugekehrte Begrenzungsfläche $CDEF$:

Die Normalspannungen, deren Wirkung ersetzt werden kann:

1. durch eine im Mittelpunkt der Fläche angreifende Einzelkraft $S=x\,d\,\alpha\,h\,\sigma_{r0}$, wirkend am Hebelarm $d\,s\ \sin\,(d\,\varphi)$;
2. ein Moment „M_{σ_r}", auf welches später einzugehen ist;
3. die Schubkraft $Sch=x\,d\,\alpha\,h\,\tau_m$ am Hebelarm $d\,s\ \cos\,(d\,\varphi)$

b) Auf die beiden Seitenflächen $GCDH$ und $EFKI$ wirken Normalspannungen, deren Einfluss ersetzt werden kann:

1. durch die Normalkraft $T \backsim d\,s\,h\,\sigma_{t0}$.

   Von ihr kommt als drehend um die Axe $O-O$ nur die Komponente $T'=T\sin\frac{d\alpha}{2}\backsim T\,\frac{d\alpha}{2}$ in Betracht (vergl. Abbildung 5). Die beiden andern Komponenten $T''=T\cos\frac{d\,\alpha}{2}$ verlaufen parallel zur Axe $O-O$ und ergeben daher kein Drehmoment (vergl. Abbildung 5 und Abbildung 3). Die beiden Komponenten T' wirken je am Hebelarm $\frac{d\,s}{2}\sin\,(\varphi+d\,\varphi)\backsim\frac{d\,s}{2}\sin\,\varphi$ (siehe Abbildung 4).
2. durch das Moment „M_{σ_t}" der Spannungen σ_{t_0} auf welches wir später zurückkommen.

c) Normal zur untern Begrenzungsfläche $HDEI$ und in die Mitte derselben konzentriert gedacht, wirkt die Kraft $P=\left(x+\frac{dx}{2}\right)d\,\alpha\,d\,s\,p$ am Hebelarm $\frac{d\,s}{2}$. [Auch hier wollen wir mit Rücksicht auf die spätere Rechnung mit kleinen Differenzen statt Differentialen von einer Vernachlässigung des Wertes $\frac{dx}{2}$ absehen.]

Alle die unter a, b und c genannten Momente versuchen, das Plattenelement im einen oder andern Sinn um die Axe $O-O$ (Abbildung 3) zu drehen. Es kann in seiner Lage, d. h. im Gleichgewicht, nur dadurch gehalten werden, dass auf die äussere Begrenzungsfläche $GHIK$ das bisher noch nicht berücksichtigte Moment $M_{\sigma_r+\Delta\sigma_r}$ wirkt, welches gleich ist der algebraischen Summe jener vorgenannten Spannungsmomente und entgegengesetztes Vorzeichen hierzu hat. Wir wollen jene Momente zuerst nach der Grösse, sodann nach dem Vorzeichen bestimmen:

Zu a) 1. $\quad M_S=S\,d\,s\,\sin\,(d\,\varphi)\backsim S\,\frac{d\,x}{\cos\,\varphi}\,d\,\varphi.$

Nun ist $\quad d\,\varphi=\frac{d\,s}{\varrho}=\frac{d\,x}{\varrho\,\cos\,\varphi}.$

$$M_S=d\,\alpha\,(x\,h)\,\sigma_{r0}\,\frac{d\,x^2}{\varrho\,\cos^2\varphi}\ .\ .\ .\ .\quad (17).$$

Zu a) 3. $\quad M_{Sch}=Sch\,d\,s\,\cos\,(d\,\varphi)\backsim Sch\,d\,s.$

Aus Gl. (10) finden wir für $Sch=(x\,h)\,\tau_m\,d\,\alpha$

$$Sch=d\,\alpha\left[\frac{p}{2}\left(\frac{x^2-x_i^2}{\cos\,\varphi}\right)-(x\,h)\,\sigma_{r0}\ \mathrm{tg}\,\varphi\right].$$

$$M_{Sch}=d\,\alpha\,\frac{p}{2}\,(x^2-x_i^2)\,\frac{d\,x}{\cos^2\varphi}-d\,\alpha\,(x\,h)\,\sigma_{r0}\sin\,\varphi\,\frac{d\,x}{\cos^2\varphi}\quad (18).$$

Zu a) 2. In Abbildung 8 ist das Plattenelement in gleicher Weise dargestellt wie in Abbildung 3, und es sind an dem einen Rand der innern Begrenzungsfläche $CDEF$ in einem gewissen Masstab die Spannungen σ_r der Grösse und Richtung nach aufgetragen. In der Mitte der Kante EF herrscht die Spannung σ_{r0}, im Abstand η von der Mitte die Spannung σ_r. Sie darf über dem gestrichelten Flächenstreifen von der Höhe $d\,\eta$ und der angenäherten Breite $x\,d\,\alpha$ als unveränderlich angenommen werden. Das Moment der Spannungsdifferenzen $(\sigma_r-\sigma_{r0})$, welches auf die Begrenzungsfläche $CDEF$ wirkt, und welches wir abkürzungsweise mit M_{σ_r} bezeichnen wollen, ist gleich der Summe aller Produkte, die aus der Multiplikation nachstehender drei Faktoren entstehen:

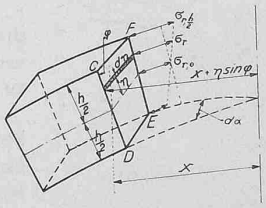

Abb. 8

1. dem in Abbildung 8 gestrichelten Flächenelement $d\,f$,
2. dem Unterschied der in diesem Flächenelement $d\,f$ herrschenden Spannung σ_r gegenüber der in der Mittelfaser herrschenden Spannung σ_{r0}, also der Differenz $(\sigma_r-\sigma_{r0})$,
3. dem Abstand η des Flächenelementes von der Mittelfaser,

nämlich: $$M_{\sigma_r} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} df\,(\sigma_r - \sigma_{r0})\,\eta.$$

Hierin ist
$$df = (x + \eta \sin\varphi)\, d\alpha\, d\eta.$$

Für $(\sigma_r - \sigma_{r0})$ wollen wir an Hand von Gl. (3) einsetzen $(\sigma_r - \sigma_{r0}) = c\,\eta \cos\varphi\, u$,

wo $$u = \left[m \frac{d\psi}{dx} + \frac{\psi}{x}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19),$$

$$M_{\sigma_r} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} c\,\eta \cos\varphi\, u\,(x + \eta \sin\varphi)\, d\alpha \cdot d\eta \cdot \eta.$$

In diesem Integral ist nur η als Veränderliche, alle übrigen Grössen sind als Konstante zu betrachten.

$$M_{\sigma_r} = d\alpha \cdot c \cos\varphi \cdot u \left[x \int \eta^2\, d\eta + \sin\varphi \int \eta^3\, d\eta\right];$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \eta^2\, d\eta = \frac{h^3}{12}; \qquad \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \eta^3\, d\eta = 0.$$

$$M_{\sigma_r} = d\alpha \cdot c \cos\varphi \cdot u\, x \frac{h^3}{12}.$$

Setzen wir den Wert für u wieder ein aus Gl. (19), so erhalten wir:

$$M_{\sigma_r} = d\alpha \cdot c \cdot x \frac{h^3}{12} \cos\varphi \left[m \frac{d\psi}{dx} + \frac{\psi}{x}\right] \quad . \quad (20).$$

Wir werden später sehen, dass wir noch des Wertes $d M_{\sigma_r}$ bedürfen, d. h. des Betrages, um den sich M_{σ_r} ändert, wenn wir von x um dx vorwärts gehen. Wir erhalten, indem wir die Gl. (20) nach x differenzieren:

$$d M_{\sigma_r} = d\alpha \frac{c}{12} \left\{ \begin{array}{l} (m\,x\,h^3 \cos\varphi) \frac{d^2\psi}{dx^2}\, dx + d\,(m\,x\,h^3 \cos\varphi) \frac{d\psi}{dx} \\ + h^3 \cos\varphi\, d\psi + d\,(h^3 \cos\varphi)\, \psi \end{array} \right\} \quad (21).$$

Zu b) 1.

$$\Sigma M_T = 2\,T' \frac{ds}{2} \sin\varphi = 2\,T \sin\frac{d\alpha}{2} \frac{ds}{2} \sin\varphi.$$

Statt ΣM_T wollen wir einfach setzen M_T.

$$M_T = d\alpha\,(d\,s\,h)\,\sigma_{t0} \frac{ds}{2} \sin\varphi,$$

$$M_T = d\alpha \left(\frac{h}{2} \frac{dx^2}{\cos^2\varphi} \sin\varphi\right) \sigma_{t0} \quad . \quad . \quad . \quad (22).$$

Zu b) 2. Das Moment M_{σ_t} der Spannungen σ_t, oder was das Gleiche besagt, der Spannungsdifferenzen $(\sigma_t - \sigma_{0t})$, welches auf jede der beiden Seitenflächen $GHDC$ und $KIEF$ von Abbildung 3 wirkt, ist gleich der Summe aller Produkte, die aus der Multiplikation nachstehender drei Faktoren entstehen (vergl. Abbildung 9):

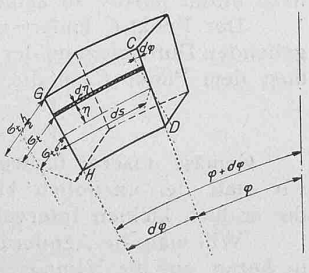

Abb. 9.

1. dem Flächenelement df von der Höhe $d\eta$, welches im Abstand η von der Mittel-Meridianfaser zur Kante GC parallel verläuft,
2. von dem Unterschiede der in diesem Flächenelement herrschenden Spannung σ_t gegenüber der Spannung σ_{t0} in der Mittelfaser die in die Richtung senkrecht zur Symmetrieaxe entfallende Komponente, also
$$(\sigma_t - \sigma_{t0}) \sin\frac{d\alpha}{2} \backsim (\sigma_t - \sigma_{t0}) \frac{d\alpha}{2},$$
3. dem Abstand η des Flächenelementes von der Mittelfaser, multipliziert mit $\cos\varphi$
$$M_{\sigma_t} = 2 \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} df\,(\sigma_t - \sigma_{t0}) \frac{d\alpha}{2}\, \eta \cos\varphi.$$

Hierin ist nach Abbildung 9
$$df = (d\,s + \eta\, d\varphi)\, d\eta.$$

Gl. (4) besagt:
$$(\sigma_t - \sigma_{t0}) = c\,\eta \cos\varphi \left[\frac{d\psi}{dx} + m \frac{\psi}{x}\right].$$

Setzen wir vorübergehend als Abkürzung
$$v = \left[\frac{d\psi}{dx} + m \frac{\psi}{x}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23),$$

so ist
$$M_{\sigma_t} = 2 \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} (ds + \eta\, d\varphi)\, d\eta\, c\,\eta \cos^2\varphi \cdot v \frac{d\alpha}{2}\, \eta.$$

Auch hier, wie bei der Ausrechnung von M_{σ_r} sind bei der Integration alle Grössen ausser η als Konstante zu betrachten.

$$M_{\sigma_t} = d\alpha\, c\, v \cos^2\varphi \left[d\,s \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \eta^2\, d\eta + d\varphi \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \eta^3\, d\eta\right].$$

Durch analogen Rechnungsgang wie für M_{σ_r} finden wir:

$$M_{\sigma_t} = d\alpha\, c\, dx \frac{h^3}{12} \left[\frac{d\psi}{dx} + m \frac{\psi}{x}\right] \cos\varphi \quad . \quad (24).$$

Zu c)

$$M_P = P \frac{ds}{2} = d\,s \left(x + \frac{dx}{2}\right) d\alpha\, p \frac{ds}{2}.$$

$$M_P = d\alpha \frac{p}{2} \left(x + \frac{dx}{2}\right) \frac{dx^2}{\cos^2\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad (25).$$

Nunmehr sind von diesen Momenten noch die Vorzeichen zu bestimmen. Sie erhalten bei der Summierung das positive oder negative Vorzeichen, je nachdem sie verstärkend oder verschwächend auf die Plattenkrümmung in dem Querschnitt hinwirken, der die Drehaxe $O - O$, Abbildung 3, enthält. Es wirken auf diese Krümmung:

M_S verstärkend, also Vorzeichen $+$,
M_{Sch} verschwächend, also Vorzeichen $-$,
M_{σ_r} verstärkend, wenn die Spannungsunterschiede $(\sigma_r - \sigma_{r0})$ über der Mitte des Querschnittes positiv sind, somit dann M_{σ_r} $+$,
M_T verstärkend, also $+$,
M_{σ_t} analog M_{σ_r}, also $+$,
M_P verschwächend, also $-$.

$$M_{(\sigma_r + d\sigma_r)} = M_{\sigma_r} + M_S - M_{Sch} + M_T + M_{\sigma_t} - M_P.$$

Nun kann auch geschrieben werden:
$$M_{(\sigma_r + d\sigma_r)} = M_{\sigma_r} + d\,M_{\sigma_r},$$

und daraus ergibt sich
$$d\,M_{\sigma_r} = M_S - M_{Sch} + M_T + M_{\sigma_t} - M_P \quad . \quad . \quad (26).$$

Hierin setzen wir die Werte ein aus den Gl. (21), (17), (18), (22), (24), (25).

Alle diese Werte enthalten $d\alpha$, welchen Wert wir besonders vorangestellt haben als Hinweis darauf, dass man damit kürzen kann. Es bleibt:

$$\frac{c}{12} \left[(m\,x\,h^3 \cos\varphi) \frac{d^2\psi}{dx^2}\, dx + d\,(m\,x\,h^3 \cos\varphi) \frac{d\psi}{dx} + \right.$$
$$\left. + h^3 \cos\varphi\, d\psi + d\,(h^3 \cos\varphi)\, \psi\right] \text{ aus } (21)$$

$$= \left\{ \begin{array}{ll} \sigma_{r0}\,(x\,h) \frac{dx^2}{\varrho \cos^2\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . & \text{aus } (17) \\ -\frac{p}{2}(x^2 - x_i^2) \frac{dx}{\cos^2\varphi} + \sigma_{r0}\,(x\,h) \sin\varphi \frac{dx}{\cos^2\varphi} & \text{aus } (18) \\ + \sigma_{t0} \frac{h}{2} \frac{dx^2}{\cos^2\varphi} \sin\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . & \text{aus } (22) \\ + c \frac{h^3}{12}\, d\psi \cos\varphi + c \frac{h^3}{12}\, dx\, m \frac{\psi}{x} \cos\varphi \quad . & \text{aus } (24) \\ -\frac{p}{2} \left(x + \frac{dx}{2}\right) \frac{dx^2}{\cos^2\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . & \text{aus } (25). \end{array} \right.$$

Die Multiplikation dieser Gleichung mit $\frac{12}{c\,dx}$ gibt

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{1}{m x h^3 \cos\psi} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\psi}{dx}\,\frac{d(m x h^3 \cos\varphi)}{dx} \\ +\psi\left[-\frac{d(h^3\cos\varphi)}{dx} + \frac{m h^3}{x}\cos\varphi\right] \\ +\sigma_{r0}\frac{12}{c}\,\frac{x h}{\cos^2\varphi}\left[\frac{dx}{\varrho} + \sin\varphi\right] \\ +\sigma_{t0}\frac{12}{c}\,\frac{h}{2}\,\frac{dx}{\cos^2\varphi}\sin\varphi \\ -\frac{p}{2}\,\frac{12}{c}\,\frac{1}{\cos^2\varphi}\left[x^2 - x_i^2 + \left(x + \frac{dx}{2}\right)dx\right] \end{array} \right\} \text{III. Hauptgleichung.}$$

Diese Hauptgleichung hat die schematische Form:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{1}{(40)}\left\{(32)\,\sigma_{r0} + (36)\,\sigma_{t0} - (42)\,\frac{d\psi}{dx} + (49)\,\psi - (51)\right\} \text{(IIIa)},$$

wo die in den runden Klammern ( ) stehenden Ziffern Faktoren bedeuten, welche lediglich abhängig sind von der Form und der äusseren Belastung p der Platte, nicht aber z. B. von der Randbedingung, d. h. davon, ob die Platte am Rand eingespannt sei oder frei aufliege. Ob die Platte in der Mitte eine Bohrung hat oder nicht, kommt lediglich im Summand (51) zum Ausdruck, indem dort der Summand x_i^2 einen von null verschiedenen Wert erhält oder nicht. Da ferner die Platte nicht eben zu sein braucht, sondern in jedem Punkt der Meridianmittelfaser eine andere Krümmung mit dem veränderlichen Halbmesser ϱ und ausserdem eine von Punkt zu Punkt etwas veränderliche Dicke h haben kann, so ist dieses Rechnungsverfahren anwendbar auf gewölbte wie ebene ($\varrho = \infty$, $\varphi = 0$) Platten, volle und in der Mitte gelochte, am Aussenrand frei aufliegende oder eingespannte Platten von veränderlicher Dicke.

Nach Ausrechnung der Gl. III erhalten wir:

$$\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x+dx} = \left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x} + \frac{d^2\psi}{dx^2}\,dx \quad . \quad . \quad . \quad (27),$$

$$\psi_{x+dx} = \psi_x + \left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x} dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28).$$

Hierbei erinnern wir uns stets, dass wir bei der Ausrechnung statt des unendlich kleinen Differentials eine zwar kleine, aber endliche Differenz $dx = x_2 - x_1$ einzusetzen haben.

Gang der Rechnung.

Für irgend einen Halbmesser x_2 der Meridian-Mittelfaser können mit Hilfe der drei Hauptgleichungen (I), (II) und (III) und der Nebengleichungen (11), (16) und (27), (28) die Werte σ_{r0}, σ_{t0} und ψ berechnet werden, wenn die korrespondierenden Werte für den um das endliche, aber kleine Stück (dx) verschiedenen Halbmesser x_1 bekannt sind.

Um die Werte der Normalspannungen und der Winkeländerungen für alle Punkte der Mittelfaser zu erhalten, nehmen wir für irgend einen Punkt dieser Faser Werte an und rechnen für alle aufeinanderfolgenden Werte von (dx) nach den Gl. (I), (II), (III) die Aenderungen der Normalspannungen und der Winkeländerung und sodann die Spannungen und Winkeländerung selbst aus. Am besten beginnt man innen an der Platte.

Stimmt nach der erstmaligen Durchrechnung das Endergebnis nicht mit den Randbedingungen, so ist die Rechnung von innen nach aussen zu wiederholen. Während man aber bei der oben erwähnten Berechnung der umlaufenden Scheibe beim Beginn einer Durchrechnung nur mit einer Unbekannten (σ_t) zu variieren brauchte, sind es hier deren zwei, wie wir noch sehen werden.

Bezüglich der Regeln für den *Beginn der Ausrechnung* und der Berücksichtigung der *Randbedingungen* muss auf die ausführliche Arbeit im „Forschungsheft" Nr. 124 des V. D. I. verwiesen werden. Daselbst ist auch gezeigt, wie eine solche Rechnung vorbereitet und praktisch durchgeführt wird.

Durchbiegung der gewölbten Platte.

Haben wir im Vorstehenden für jeden Punkt des Plattenquerschnittes die Radial-, die Tangentialspannung und die Winkeländerung berechnet, so sind wir damit in der Lage, die Durchbiegung ermitteln zu können. Es genügt, wenn wir hierbei nur die Mittelfaser in Betracht ziehen, welche der Radialspannung σ_{r0} und der Tangentialspannung σ_{t0} ausgesetzt ist.

Wir schlagen denselben Weg ein, den v. Bach für die Ermittlung der Durchbiegung eines gekrümmten Balkens gezeigt hat[1]).

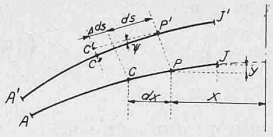

Abb. 10.

In Abbildung 10 sei durch den Linienzug $J - A$ lediglich die Mittelfaser einer gewölbten Platte dargestellt. Aus ihr greifen wir ein beim Punkt P gelegenes Element von der Länge ds heraus.

Wir berechnen vorerst die Verschiebung des zweiten Endpunktes C dieses Elementes gegenüber dem Punkt P. Während der Belastung der Platte durch die äussere spezifische Spannung p gelangt das Faserelement aus der Lage $P - C$ vom unbelasteten Zustand in die Lage $P' - C''$ des endgültig belasteten Zustandes. Diese Veränderung kann als in zwei Phasen ausgeführt gedacht werden:

1. Verschiebt sich das Element aus der Lage $P - C$ zu sich selbst parallel und dehnt sich unter dem Einfluss der Längsspannung σ_{r0} und der Querspannung σ_{t0} um den Betrag

$$\Delta\,(ds) = \frac{ds}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right).$$

Hierbei gelangt es in die Lage $P' - C'$.

2. Dreht es sich aus dieser Lage um den Winkel ψ in die Lage $P' - C''$. Wie wir schon bei Berechnung der Spannung σ_{t0} sahen, ändert sich hierbei die x-Koordinate des Punktes C gegenüber dem Punkt P um den Betrag

$$\Delta\,(dx) = \Delta\,(ds)\cos\varphi - C'\,C''\sin\varphi$$
$$= \frac{ds}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right)\cos\varphi - ds\cdot\psi\cdot\sin\varphi$$
$$\Delta\,(dx) = \frac{dx}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right) - dy\cdot\psi \quad . \quad . \quad (29).$$

Die y-Koordinate des Punktes C ändert sich gegenüber dem Punkt P um den Betrag

$$\Delta\,(dy) = \Delta\,(ds)\sin\varphi + C'\,C''\cos\varphi$$
$$= \frac{ds}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right)\sin\varphi + ds\cdot\psi\cos\varphi$$
$$\Delta\,(dy) - \frac{dy}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right) + dx\cdot\psi \quad . \quad . \quad (30).$$

(Hierbei setzen wir als Regel, die y-Koordinate in Abbildung 10 von der Höhe des Punktes J aus von oben nach unten positiv zu zählen.)

Der Punkt C ändert während der allmählich vor sich gehenden Durchbiegung der Platte seine Koordinaten gegenüber dem Punkt J um die Werte

$$\Delta\,x_J^C = \Sigma_J^C\,\Delta\,(dx) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$
$$\Delta\,y_J^C = \Sigma_J^C\,\Delta\,(dy) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32).$$

Gemäss unserer bisher geübten Rechnungsweise setzen wir statt der unendlich kleinen Differentiale dx und dy die endlich kleinen Intervalle dx und dy ein.

Will man die Aenderung der x-Ordinate des Punktes C in bezug auf die Symmetrieaxe $z - z$, Abbildung 10, berechnen, so ist zu berücksichtigen, dass die Ordinate des Punktes J sich bereits ändert um den Betrag

$$\Delta\,x_J = \frac{x_J}{E}\left(\sigma_{t0} - \frac{\sigma_{r0}}{m}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33).$$

Dieser Wert ist zu dem in Gl. (31) aufgestellten Wert zu addieren, um die Gesamtzunahme der x-Ordinate des Punktes C gegenüber der Symmetrieaxe zu erhalten.

Wir finden also für diesen Punkt

$$\Delta\,x_C = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma_J^C\left[\frac{dx}{E}\left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m}\right)\right] \\ -\Sigma_J^C\left[\psi\,dy\right] \\ +\frac{x_J}{E}\left(\sigma_{t0} - \frac{\sigma_{r0}}{m}\right)_{x = x_J} \end{array} \right\} \quad . \quad . \quad (34).$$

[1]) Siehe Bach, «Elastizitäts- und Festigkeitslehre», 1902, Seite 485.

Hat die Platte in der Mitte kein Loch, so fällt der letzte Summand natürlich weg, weil dann $x_J = 0$.

$$\Delta y_C = \Sigma_J^C \left[\frac{dy}{E} \left(\sigma_{r0} - \frac{\sigma_{t0}}{m} \right) \right] + \Sigma_J^C (\psi \, d\,x) \quad . \quad (35).$$

Man schafft sich ein anschauliches Bild von der Formänderung der Platte, wenn man die Koordinatenänderung eines jeden Punktes der Meridian-Mittelfaser in viel grösserem, und zwar dem 20- bis 100fachen Masstab aufzeichnet gegenüber den Koordinaten selbst.

Zahlenbeispiele.

Das entwickelte Rechnungsverfahren soll nun angewendet werden auf einige Zahlenbeispiele:

Wir wählen als erstes Beispiel den in Abbildung 11 dargestellten gewölbten gusseisernen Deckel, wie ein solcher in den Werkstätten von Escher Wyss & Cie. in Zürich dazu verwendet wird, die Gehäuse von Dampfturbinen probehalber abzupressen. Es ist dies also ein Hilfsboden, der nicht zur Lieferung der Turbine gehört.

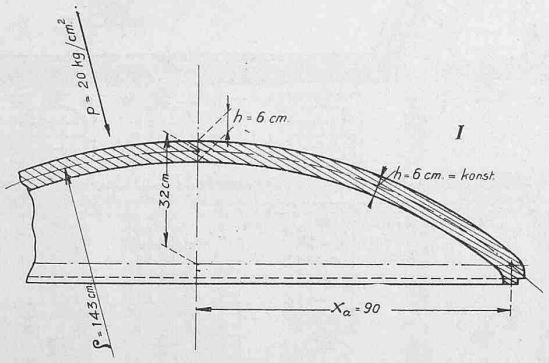

Abbildung 11.

Der Boden ist gemäss Abbildung 11 in der Mitte voll, hat eine gleichmässige Wölbung mit einem Krümmungshalbmesser $\varrho = 143$ *cm* und soll laut Werkstattzeichnung eine stets gleiche Dicke $h = 6$ *cm* haben.

Wir haben diese gewölbte Platte als Beispiel gewählt, weil sie als Teil einer Hohlkugel vom Hohlmesser $\varrho = 143$ *cm* und von stets gleicher Dicke einen wertvollen Vergleich mit der vollständigen Hohlkugel für den Fall gleicher spezifischer Belastung zulässt.

Die nachstehende Rechnung wurde durchgeführt für einen auf der konvexen Seite wirkenden Ueberdruck von 20 *at*

$$p = (-20) \; kg/cm^2.$$

Dieser Druck wurde für die Rechnung so hoch gewählt, um sie zuverlässlicher zu gestalten. Für kleinere Ueberdrücke ändern sich die Ergebnisse proportional.

Vergleich mit der Hohlkugel.

Bei (— 20) *at* Ueberdruck würde die vollständige Hohlkugel vom mittlern Halbmesser $\varrho = 143$ *cm*, der Dicke $h = 6$ *cm* eine mittlere Druckspannung σ_k erfahren, die sich nach der Formel berechnen lässt:

$$\sigma_k = (R^2 \pi p) : (2 R \pi h) = \frac{R p}{2 h},$$

$$\sigma_k = \frac{143 \cdot (-20)}{2 \cdot 6} = -239 \; kg/cm^2 \quad . \quad . \quad (36).$$

Unter dieser spezifischen Belastung würde sich der Halbmesser verändern um den Betrag

$$\Delta R = \frac{R}{E} \left(\sigma_{tk} - \frac{\sigma_{rk}}{m} \right).$$

Hierin ist $R = 143$ *cm*; E für Gusseisen $= 900\,000$ kg/cm^2; m für dieses Material rund 5 [1]); $\sigma_{tk} = \sigma_{rk} = \sigma_k = -239$ kg/cm^2.

$$\Delta R = \frac{143}{900\,000} (1 - 1/5) \; (-239) = -0{,}0305 \; cm,$$

$$\Delta R = -0{,}305 \; mm \; . \; . \; . \; . \; . \quad (37).$$

Wie bereits bemerkt, ist es nun höchst lehrreich, festzustellen, wie sich die Hohlkugelkalotte in ihrer Beanspruchung und Formänderung der vollständigen Hohlkugel gegenüber verhält.

[1]) Siehe Föppl, Band III, Seite 43, Zeile 5 von unten.

Untersuchung der Platte nach Abbildung 11 für $p = (-20)$ kg/cm^2.

Diese Platte von der Form einer Hohlkugelkalotte hat einen äussern Halbmesser

$$x_a = 90 \; cm.$$

Weil sie in der Mitte nicht durchbrochen, so ist

$$x_i = 0.$$

Der Boden liegt bei der Verwendung auf einer im Turbinengehäuse vorgesehenen Randfläche auf, welche einer Ebene angehört, die zur Turbinenwelle, also zur Symmetrieaxe der Platte senkrecht steht. Diese Auflage vermag demnach auf die Platte nur Reaktionskräfte in Richtung parallel zur Symmetrieaxe zu übertragen.

Der Meridianquerschnitt erfährt eine mittlere Tangentialspannung

$$\sigma_t^* = \frac{\text{seitliche Projektion des Bodens auf die Bildfläche} \times \text{Ueberdruck}}{\text{Meridianquerschnitt}}.$$

Die seitliche Projektion des Bodens auf die Bildfläche berechnet sich wie folgt (vergl. Abbildung 1):

$$\text{Fläche } A_1 J A_2 J_1 A_1 = F = \frac{\varrho^2}{2} \left(2 \frac{\varphi_a{}^0 \pi}{180^0} - \sin (2 \varphi_a{}^0) \right).$$

$$\sin \varphi_a{}^0 = \frac{x_a}{\varrho} = \frac{90}{143} = 0{,}63,$$

$$\varphi_a{}^0 = 39^0; \quad \widehat{\varphi_a} = 0{,}681,$$

$$\sin (2 \varphi_a{}^0) = \sin 78^0 = 0{,}978,$$

$$2 \frac{\varphi_a{}^0 \pi}{180^0} = 2 \widehat{\varphi_a} = 1{,}362.$$

$$F = \frac{143^2}{2} (1{,}362 - 0{,}978) = 3920 \; cm^2.$$

Meridianquerschnitt $f = 2 \widehat{\varphi_a} \varrho h$,

$$f = 2 \cdot 0{,}681 \cdot 143 \cdot 6 = 1170 \; cm^2.$$

$$\sigma_t^* = \frac{F p}{f} = \frac{3920 \; (-20)}{1170} = (-67) \; kg/cm^2 \quad . \quad (38)$$

statt $\sigma^k = (-239)$ kg/cm^2, wie wir in Gl. (36) für die vollständige Hohlkugel gefunden hatten. Diese Verschiedenheit lässt bereits vermuten, dass in dem zu berechnenden Boden die Beanspruchung von Punkt zu Punkt der Mittelfaser (und in noch höherem Mass der Aussenfaser) stark veränderlich sein werde. Es ist nämlich anzunehmen, dass die Beanspruchung des Bodens in der Nähe der Symmetrieaxe von derjenigen in der vollen Hohlkugel nicht sehr abweicht. Damit aber die mittlere Beanspruchung des Bodens, d. i. σ_i^* nur etwa 1/4 (d. i. „— 67" gegenüber „— 239") von derjenigen der Hohlkugel sei, muss am Aussenrand eine grosse Beanspruchung auftreten, welche ein entgegengesetztes Vorzeichen zu derjenigen in der Mitte des Bodens hat. Die in später folgenden Abbildungen und in der dazugehörenden Zahlentafel wiedergegebenen Rechnungswerte bestätigen denn auch die Richtigkeit dieser Vermutung.

Die aussen frei aufliegende Platte erfährt daselbst eine mittlere sogenannte Radialspannung

$$\sigma_{ra} = \frac{x_a p \sin \varphi_a}{2 h_a} = \frac{90 \cdot (-20) \cdot 0{,}63}{2 \cdot 6},$$

$$\sigma_{ra} = (-94) \; kg/cm^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{(Druckspannung)} \quad (39).$$

Nunmehr stellen wir uns das Schema für die Haupttafel auf:

Dabei beginnen wir nicht mit $x_i = 0$, wie wir dies eigentlich tun sollten, sondern mit $x = 10$ *cm*. Wir müssten nämlich sonst die ersten Intervalle $d\,x$ so klein nehmen, damit sie gegenüber x vorschriftsmässig klein genug sind, dass dadurch die Rechnung sehr weitläufig würde, ohne besondern Gewinn zu ergeben. So schätzen wir die zu machenden Annahmen statt für $x = 0$ für $x = 10$ *cm* und extrapolieren nach erfolgter Durchrechnung rückwärts auf $x = 0$.

Vom Halbmesser $x = 10$ *cm* ausgehend, wählen wir die Intervalle $d\,x$ zuerst nur klein ($d\,x = 1$), dann immer grösser, bis zuletzt $d\,x = 5$ *cm* wird und bleibt. (Wie sich jedoch erst später herausstellte, wäre es für die Genauigkeit der Rechnung besser gewesen, das Intervall $d\,x$ gegen den Aussenrand hin wieder kleiner werden zu lassen, z. B. $d\,x = 5, 4, 3, 2$ *cm*.) Für welche Halbmesser die Einzel-

rechnungen auszuführen sind, muss eben das praktische Gefühl und etwas Uebung weisen. In unserem Beispiel[1]) wurden sie vorgenommen für $x = 10, 11, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 29, 32, 36, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85$ und 90 *cm*. (Schluss folgt.)

[1]) Zu zeigen, wie die «Haupttafel» und die «Ausrechnungsblätter» anzuordnen und zu benützen sind, verbietet leider hier der Raummangel. Interessenten finden hierüber Ausführliches im «Forschungsheft» 124, insbesondere in den Tafeln 1 bis 7.

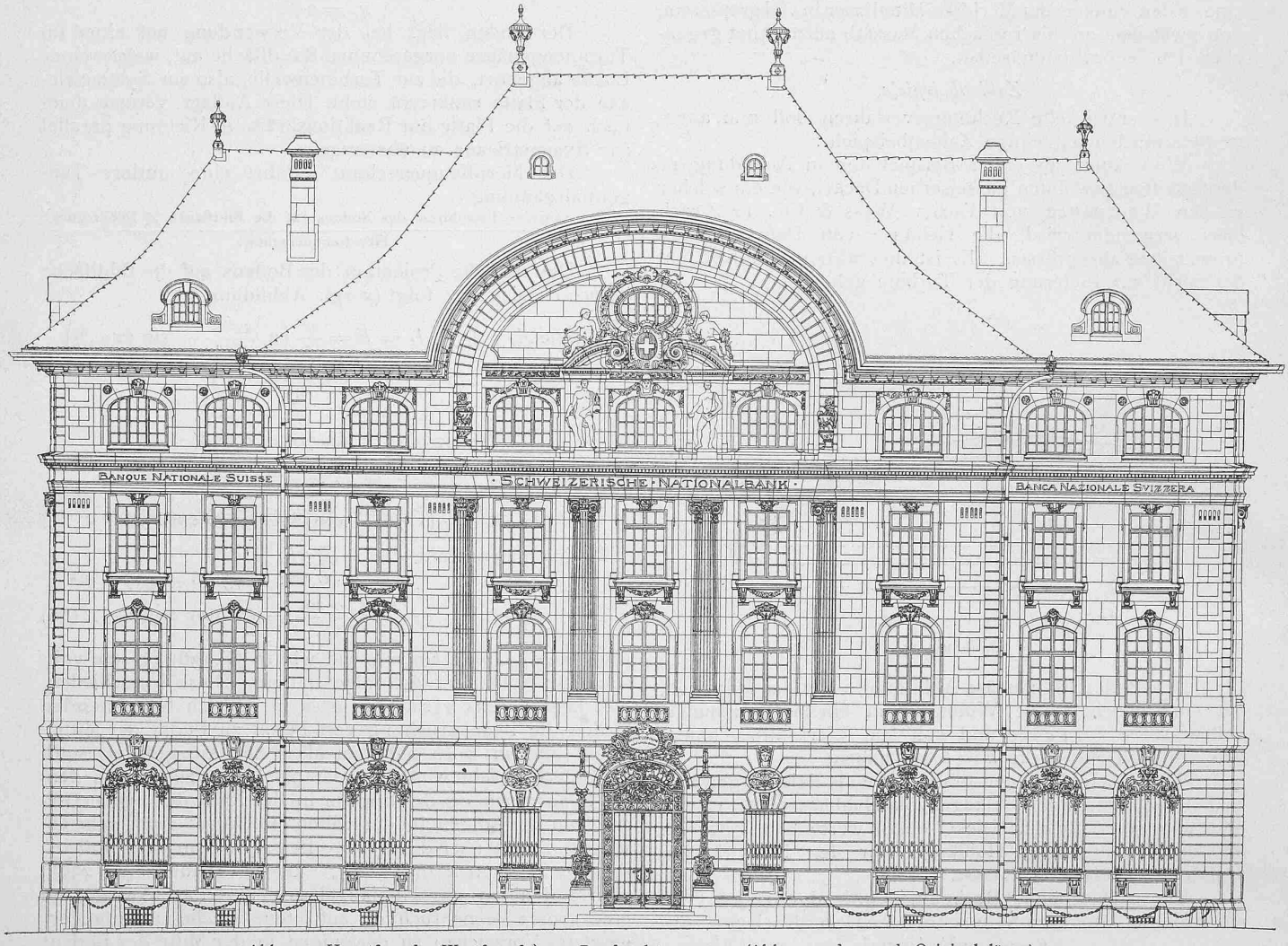

Abb. 1. Hauptfassade (Westfassade) am Bundesplatz, 1 : 200 (Abb. 1 und 2 nach Originalplänen).

Die Schweiz. Nationalbank in Bern.

Erbaut durch Arch. *Ed. Joos* in Bern.

(Mit Tafeln 29 bis 32.)

Als vor fünf Jahren der Wettbewerb um das Nationalbankgebäude zum Austrag kam, war namentlich auch die Frage zu entscheiden, ob die Architektur dieses hervorragenden und im Platzbild wesentlich mitsprechenden Gebäudes sich den bestehenden Bauten, dem Bundeshaus und der Bernischen Kantonalbank, anzupassen habe, oder ob auch hier, zudem für ein nichtbernisches Amtsgebäude, der für das einheitliche Strassenbild Berns im allgemeinen massgebende Architektur-Charakter der passende sei. Das Preisgericht bekannte sich zu der erstern Auffassung, gab indessen dem Projekt von Architekt Ed. Joos wegen seiner Grundrisslösung den Vorzug, mit dem Wunsche um Vereinfachung der Architektur und Verminderung der Höhenentwicklung der Fassaden und Dächer. So hat nun auch der Bundesplatz sein ausgesprochenes Bernerhaus erhalten. Wir verweisen im übrigen auf die Darstellung des Wettbewerbs-Ergebnisses in Band LI, Seite 322 u. ff., wo sich auf Seite 27 auch der Lageplan des Bundesplatzes und seiner Umgebung findet.

Aus dem Vergleich ergibt sich, inwieweit der Architekt den Wünschen des Preisgerichts entsprechen konnte; die Höhen sind vermindert worden am Hauptgesimse des Mittelbaues um rund 4 *m*, an jenem der Seitenflügel, das nun in gleicher Höhe durchläuft, um rund 2 *m*, an der Dachfirst des Mittelbaues um rund 6 *m* (Abbildung 1). Damit dürfte wohl die unterste für diesen Baucharakter noch zulässige Grenze erreicht sein (vergl. Tafel 32). An der Amthausgasse musste aus baupolizeilichen Gründen die Höhe noch mehr vermindert werden, was die Fassadengestaltung einigermassen erschwert hat (Abb. 2, Seite 129). Ueber die Aussenarchitektur, die wir in heutiger Nummer zur Darstellung bringen, in der Absicht, Grundrisse und Innenaufnahmen in nächster Nummer zu zeigen, äusserte sich anlässlich der vor Jahresfrist erfolgten Eröffnung des Gebäudes ein fachmännischer Artikel im Berner „Bund" u. a. wie folgt:

„Die Grundrissanlage und der Zweck des Gebäudes bedingte reichliche Lichtquellen der Fassaden und besonders am Bundesplatze neun Fensteraxen, die massgebend wurden für die Flächenbehandlung. Die in Korbbogenform zum Ausdruck gelangende Bewegung der Hauptgesimslinie ist in Anbetracht der Fernwirkung des Gebäudes als Abschluss der Bundesgasse motiviert.

„Der Bau ruht auf massivem Hartsteinsockel und löst sich über dem Stockgurt in eine, die erste und zweite Etage umfassende jonische Ordnung mit ringsumführenden Gesimsen auf. Gegen den Bundesplatz bilden Dreiviertel-