Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 59/60 (1912)

Heft: 9

Artikel: Die Geschichte der Culmann'schen Graphostatik und der Cremona'sche Kräfteplan

Autor: Haedicke, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-29948

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 29.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

En revoyant de près ces différents projets, le Jury est arrivé au classement définitif suivant:

Batiment d'Ecole:

1er Prix.	Projet No 8.	«*1912.*»
2me Prix.	Projet No 31.	«*Tout aux Guches.*»
3me Prix.	Projet No 27.	«*5 janvier.*»
Mention	Projet No 20.	«*Alpha.*»
Mention	Projet No 15.	«*Neige.*»

Salle de Gymnastique:

1er Prix.	Projet No 10.	«*Gym.*»
2me Prix.	Projet No 11bis.	«*Veillée.*»
3me Prix.	Projet No 22.	«*Sifflet.*»
Mention	Projet No 27.	«*5 janvier.*»
Mention	Projet No 21.	«*Sifflet 2.*»

La répartition des primes a ensuite été faite de la façon suivante:

Projet d'Ecole: 1er Prix 1000 francs; 2me Prix 900 francs; 3me Prix 800 francs.

Projet de Salle: 1er Prix 600 francs; 2me Prix 400 francs; 3me Prix 300 francs.

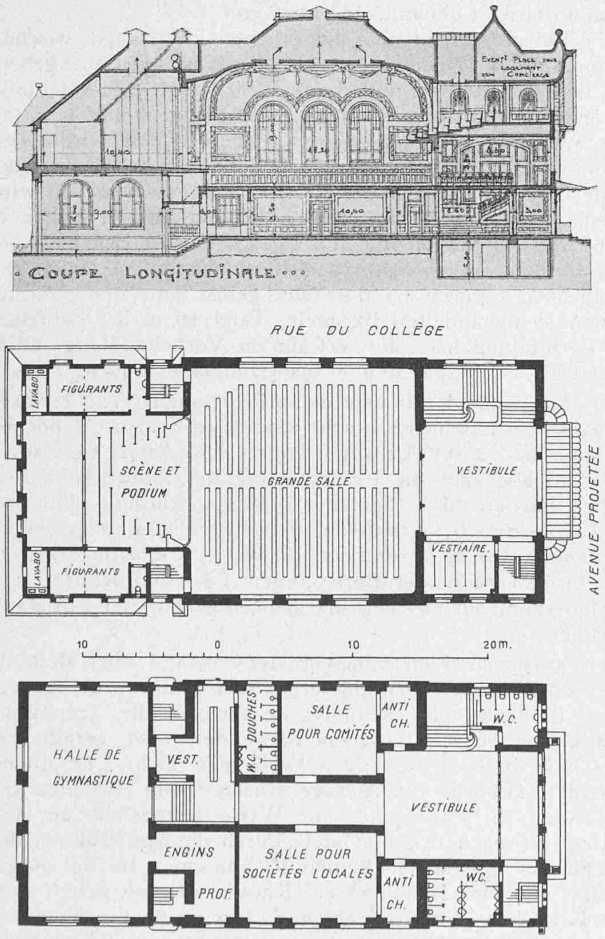
Avant de clore la séance, le Jury a ouvert les plis pour prendre connaissance des noms des concurrents primés et mentionnés, à savoir:

Projet «1912» M. *Eugène Yonner;* Projet «Tout aux Guches» M. *Robert Convert;* Projet «5 janvier» M. *Romildo Méroni;* Projet «*Alpha*» M. *Robert Convert;* Projet «Neige» M. *Eugène Yonner;* Projet «Gym» M. *J. Ulysse Debely;* Projet «Veillée» MM. *Rychner & Brandt;* Projet «Sifflet" MM. *Carbonnier & Bosset;* Projet «5 janvier» M. *R. Méroni;* Projet «Sifflet 2» MM. *Carbonnier & Bosset.*

Genève, le 23 janvier 1912.

Signé. *Eug. Colomb, Ed. Joos, Ed. Fatio,* architecte.

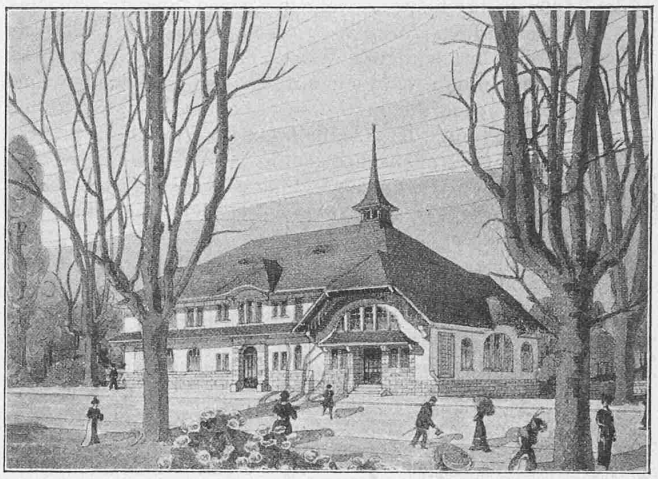
Concours pour un bâtiment de gymnastique et salle de réunion à Peseux.



II. Prix. Projet „Veillée". — Arch. MM. *Rychner & Brandt,* Neuchâtel. Plans et coupe longitudinale. — 1 : 500.

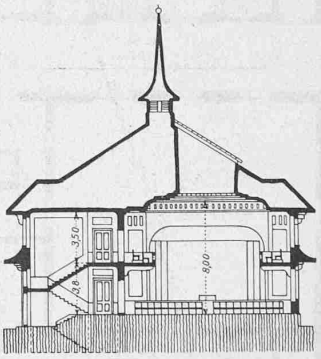
Die Geschichte der Culmann'schen Graphostatik und der Cremona'sche Kräfteplan.

Der sogenannte *Cremona'sche* Kräfteplan beruht bekanntlich auf der Parallelität der Linien einer Figur mit den Organen etwa eines Gitterträgers, welche Beziehung zuerst von *Maxwell* mit „reciprok" bezeichnet worden ist. Die Grundlage dazu hat bereits *Rankine* gelegt: Théorème de Macquorn Rankine, 1857. *Culmann* in Zürich verwendete dies in seinen Vorträgen über das Seilpolygon schon seit 1860 und veröffentlichte es in seinem klassischen Werk

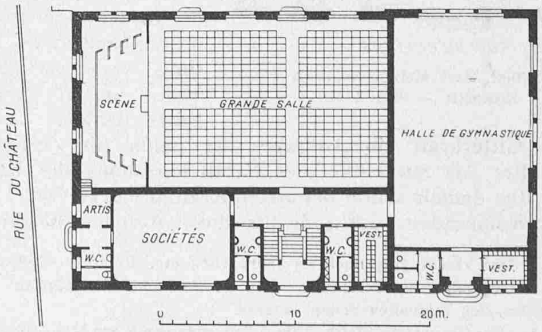


I. Prix. Projet „Gym". — Arch. MM. *U. Debéli & Robert,* Cernier.

„Die Graphische Statik". Von diesem kam der erste Teil, der die ersten beiden vorbereitenden Abschnitte — also das Fachwerk noch nicht — behandelte 1864 heraus, fast gleichzeitig mit dem „Théorème Maxwell" im Philosophical Magazine, April 1864, S. 258 finden wir: „If forces represented in magnitude by the lines of a figure be made to act, between the extremities of the corresponding lines of the *reciprocal* figure, then the points of the reciprocal figure will be the equilibrium under the action of these forces."



Dieser Satz enthält also die klare Beziehung zwischen dem zu untersuchenden Fachwerk und einer zweiten Figur, deren bezgl. Parallelen die betreffenden Kräfte angeben. Aber wir treffen bereits hier eine Verschiebung in der Benennung. Denn

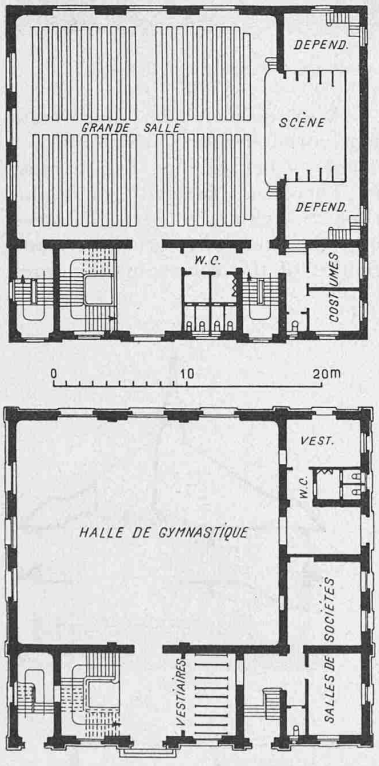


I. Prix. Projet „Gym." — Arch. MM. *U. Debély & Robert,* Cernier. Plan du rez-de-chaussée et coupe transversale. — 1 : 500.

dies „Theorem von Maxwell“ ist gleichlautend mit dem von *Rankine*. Wenigstens finden wir in der 1872 erschienenen 6. Auflage, Seite 140 des „Manual of applied Mechanic, 1857“, folgenden Wortlaut: „If lines radiating from a point be drown parallel to the lines of resistance of the bars of a frame, then the sides of any polygon whose angles lies in those radiating lines will represent a system of forces, which beeing applied to the joints of the frame, will balance each other; each such force beeing applied to the joint between the bars whose lines of resistance are parallel to the pair of radiating lines that incloses the side of polygon of forces representing the force in question.“

Hieraus dürfte hervorgehen, dass der leitende Grundgedanke für unsere heute so vielfach verwendeten graphischen Kräftebestimmungen *Rankine* zuzuschreiben ist, während allerdings das bezeichnende Wort „reciprok“ von *Maxwell* stammt, der Rankine's Ideen aufgegriffen und weiter ausgebildet hat. Aber die ersten bezüglichen Konstruktionen in Verbindung mit dem Seilpolygon — welches letztere allerdings nicht durchaus notwendig ist — entstammen den massgebenden Vorträgen und dem wissenschaftlich hochbedeutenden Werk von *Culmann*. Dieser aber hat das Wort „reciprok“ nicht verwendet.

Die Culmann'schen Arbeiten bezogen sich nur auf das in Zürich von dem Maschinenbau streng geschiedene „Ingenieurwesen“. Die Verwendung der neuen Wissenschaft „Graphostatik“ für den Maschinenbau übernahm im Uebereinkommen mit Culmann *Reuleaux*, unterstützt von dem damals entstandenen Polytechnischen Verein, dessen Vorsitzender, Hildebrand, die Aufgaben verteilte.[1]) Denn die sämtlichen studierenden Techniker nahmen lebhaften Anteil an den Arbeiten ihrer Professoren, wie auch Culmann in seiner Vorrede dankend der Hülfe gedenkt, welche ihm seitens seiner Schüler zur Herstellung der Zeichnungen zuteil geworden war.[2])



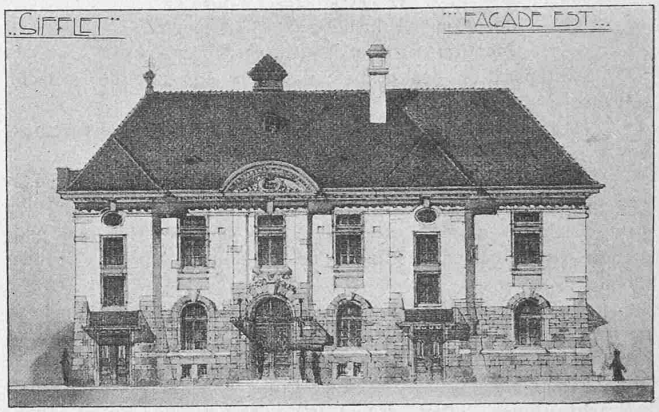
Projet „Sifflet“. Arch. MM. *Carbonnier & Bosset*, Neuchâtel. — Plans 1:500.

Infolge des grossartigen Konfliktes am Zürcher Polytechnikum, im Sommer 1864, traten Hunderte der Studierenden aus. Gegen 300 gingen nach Karlsruhe, 12 mit Reuleaux nach Berlin. Von diesen nahmen nur einige an den Konstruktionsübungen des damaligen Gewerbeinstitutes teil. Alle zwölf aber traten zu einem Konstruktionszirkel zusammen, der in der Jüdenstrasse unter Reuleaux's Leitung weiter arbeitete. Von diesen erhielt Einer namens *Gericke* einen Gitterkran als Aufgabe. Er nahm die Zerlegung nach alter Art mit Hülfe des Parallelogramms der Kräfte bezw. des damals schon benutzten Kräftedreiecks vor. Einer seiner Kameraden, der sich für diese Aufgabe besonders interessierte, kam auf den Gedanken, diese Zerlegung gesondert zu stellen, wie es von Culmann beim Seilpolygon gezeigt worden war, und es gelang ihm, durch Einführung einer richtigen Folge, ein harmonisch geschlossenes Diagramm zustande zu bringen, also das, was Maxwell eine reciproke Figur nannte. Reuleaux, der damals für die dritte Auflage seines „Constructeur“, zur Vervollständigung seiner graphostatischen Berechnung der Kurbeln und Achsen der zweiten Auflage, eine eingehende Behandlung des graphischen Rechnens in Arbeit hatte, griff dies natürlich lebhaft auf und dehnte es auf die verschiedenen Fachwerke in grosser Vollständigkeit aus, sich damit wieder dem Meister der Graphostatik, Culmann, anschliessend.

[1]) Der Verein ging noch im Jahre 1864 ein. Referent übergab als letzter Vorsitzender die Bibliothek dem Polytechnikum zugunsten eines etwa später sich bildenden neuen Vereins.

[2]) «Die Graphische Statik in ihrer Anwendung auf den Maschinenbau», nach Vorträgen von Herrn Prof. Reuleaux, bearbeitet und herausgegeben vom Polytechnischen Verein in Zürich. Orell Füssli & Co., Zürich, 1864.

Coucours pour un bâtiment de gymnastique et salle de réunion à Peseux.



III. Prix. Projet „Sifflet“. Arch. MM. *Carbonnier & Bosset*, Neuchâtel. Façade Est. — 1:350.

Ein einschneidender äusserlicher Unterschied zwischen Culmann's und Reuleaux's Kräfteplänen ist nicht anzugeben. Er ist ein interner und bezieht sich auf die Ableitung. Culmann denkt sich die Organe durchschnitten und bestimmt die Spannungen direkt durch Parallele in dem Kräfteplan, dabei die genaueste Kenntnis des vorher bearbeiteten Materials (vgl. § 25 seines Werkes) voraussetzend. Es wird Niemandem leicht werden, diese Konstruktionen zu verstehen, ohne das Vorhergehende durchgearbeitet zu haben. Aber das Problem der graphischen Bestimmung mit Hülfe der reciproken Figuren ist durchaus gelöst und die verschiedenen so behandelten Beispiele, Tafel 16 u. ff., enthalten in Verbindung mit der erwähnten Vorbehandlung alles, was man zu diesem Behufe als Grundlage braucht.

Mit vollem Recht sagt daher Professor Dr. *v. Weyrauch*, S. 14 seiner geschichtlich sehr wertvollen Schrift „Ueber die Graphische Statik“ (Leipzig 1874): „Die Arbeit Culmann's muss in allen auf die Untersuchung der Bauwerke bezüglichen Partien als original bezeichnet werden. Poncelet und Cousinery[1]) vermittelten ihm ausser dem allgemeinen Gedanken nur unwesentliche Beiträge. Culmann erkannte die Fruchtbarkeit der Beziehungen zwischen Kräfte- und Seilpolygon, auf welchen die meisten praktischen Lösungen beruhen.“

Vergleichen wir jedoch mit der Culmann'schen Methode die von Reuleaux verwendete, so fällt sofort in die Augen, dass Reuleaux das Seilpolygon nur für die graphische Statik der Achsen durchaus verwendet, aber gerade bei den hier in Rede stehenden Problemen nicht. Er nimmt bei den Trägern die Auflagerdrucke, beim Auslader die Belastung als auf irgend eine Weise festgestellt an und zerlegt sie nach den hier stets durch die Konstruktion des Fachwerks gegebenen beiden Richtungen. In der Regel laufen nun vier Linien einem Knoten zu, von denen zwei die Kräfte zu- und zwei ableiten. Die ersten beiden durch die vorhergehende Konstruktion bekannten und im Kräfte-

[1]) Cousinery: Calcul par le trait, 1838.

plan bereits richtig zusammengestellten werden als vereinigt gedacht, vielleicht auch durch eine Nebenlinie angedeutet, und die so erhaltene neue Kraft wird nach den anderen beiden Richtungen zerlegt. Hält man eine gewisse Richtschnur bei der Anordnung dieser Antragungen im Kräftepolygon bei, so schliesst sich eins an das andere und es entsteht naturgemäss genau die Figur, wie sie Culmann nahezu gleichzeitig gefunden. Aber es sind keine Vorstudien weiter erforderlich, als die für die elementare Kenntnis des Kräftedreiecks und namentlich, wenn in den Knotenpunkten noch Kräfte angreifen, die Kenntnis des Gesetzes der Richtungen. Während also nach Reuleaux jeder mittlere Techniker ohne Sonderstudien die Diagramme von Fachwerken zustande bringen kann, erfordert die Konstruktion nach Culmann ein geradezu gediegenes diesbezügliches Vorstudium.

Diesem Umstand hat *Luigi Cremona* abgeholfen durch seine 1872 und 1885 in italienischer und französischer Sprache herausgegebene Schrift: „Die reciproken Figuren in der Graphischen Statik".

In dieser Schrift gibt Cremona, wie *v. Weyrauch* sich ausdrückt, „die reciproken Beziehungen zwischen Kräfte- und Seilpolygon in einer Allgemeinheit und Eleganz, wie man sie von dem gefeierten italienischen Mathematiker erwarten konnte". Cremona beginnt mit einer kurzen Darstellung der Vorarbeiten und verhehlt durchaus nicht, dass er sich an Culmann anlehnt. Er wiederholt sogar, wenn auch nicht in vollkommener Kopie, betreffende Figuren. So ist z. B. die Fig. 7., Taf. III von Cremona übereinstimmend mit Fig. 1, Tafel 16, bei Culmann. Aber letzterer gibt in seinem die ganze Bautechnik umfassenden grossen Werke von dem Gebiet der Fachwerke nur wenige Figuren, während Cremona eine grosse Auswahl durchgearbeiteter Beispiele aus diesem Sondergebiet vorlegt.

Das Cremona'sche Verfahren besteht nun darin (ich folge hier dem sehr zu empfehlenden Lehrbuch von *Dreyer:* „Die Elemente der Graphostatik", Ilmenau 1910), dass man der Reihe nach zu jedem Knotenpunkt ein geschlossenes Kräftepolygon zu entwerfen sucht, um die als im Gleichgewicht befindlich gedachten äussern und innern Kräfte zu finden. Es ist dies also genau das, was Culmann in den Figuren der Tafeln 16 bis 19 vorschreibt, in Verbindung mit § 25, worin die Konstruktion der gesonderten Kräftepolygone angegeben ist. Aber Cremona hat das grosse Verdienst, diesen Teil des nur Wenigen zugänglichen grossen Culmann'schen Werkes für den Lehrzweck bearbeitet zu haben. Sein Werk kann indessen kaum als Lehrbuch aufgefasst werden, für welchen Zweck es nicht leichtfasslich genug geschrieben ist. Aber er hat damit eine neue Grundlage für die vielen nachfolgenden elementaren Schriften und somit eine Vermittelung zwischen Culmann und den Schulen, wenigstens den deutschen, geschaffen. Dabei ist freilich der Name Culmann nahezu ganz verschwunden.

Die beiden besprochenen und von einander ganz unabhängigen Verfahren können daher rechtlich, soweit die erste Veröffentlichung massgebend ist, eigentlich doch nicht nach Cremona benannt werden, der diesen Anspruch ja auch nicht erhoben hat. Cremona hat, wie oben bereits angegeben, den in dem umfangreichen Werke von Culmann fast verschwindenden, aber schon 1866 veröffentlichten Kräfteplan für Fachwerkträger 1872 in italienischer und 1885 in französischer Sprache dem Publikum zugänglich gemacht und Reuleaux hat den unabhängig von Culmann 1864/65 in Berlin entstandenen identischen Kräfteplan 1872 in der dritten Auflage seines „Constructeur", veröffentlicht.

Die Umstände, welche die besprochene Verschiebung in der Benennung veranlasst haben, liegen einerseits in der Unzugänglichkeit der ersten Culmann'schen Veröffentlichung und anderseits in der seit Jahren erfolgten Ausserdienststellung des „Constructeur" in Verbindung mit der Herausgabe einer Reihe deutscher bezüglichen Lehrbücher nach der Cremona'schen Bearbeitung. *H. Haedicke.*

Schweizer. Verband für die Materialprüfungen der Technik.

Die Sitzung vom 25. Januar in der eidgen. Materialprüfungsanstalt war sehr gut besucht; mehr als dreissig Mitglieder und Gäste hatten sich eingefunden.

Professor *Schüle* sprach zuerst über

„Die Festigkeit des Backsteinmauerwerks".

Die experimentelle Untersuchung von Mauerwerkskörpern ist, mangels stärkerer Druckpressen, zurückgeblieben. (Gegenwärtig besitzt Dresden eine 1000 *t*-, Gross-Lichterfelde eine 600 *t*- und Zürich eine 500 *t*-Presse.) Unsere Festigkeitsanstalt hat sich in letzter Zeit im Auftrage des Baumeistervereins von Zürich und Umgebung mit der Untersuchung von Backstein- und Zementstein-Mauerwerk abgegeben. Der Feststellung der Mauerwerksfestigkeit ging jene der Stein- und Bindemittel voraus. Im allgemeinen kann man sagen, dass die Mauerwerksfestigkeit sowohl die Baustein- als auch die Mörtelfestigkeit nicht erreicht.

Die Druckfestigkeit des Mörtels wurde ermittelt zu:

$13\frac{1}{2}$ bis 15 kg/cm^2 für hydr. Kalkmörtel,
190 bis 254 kg/cm^2 für Portlandzementmörtel.

Als Einzelfestigkeit von Backsteinen ergaben sich:

107 bis 240 kg/cm^2 bei Vollsteinen,
100 bis 320 kg/cm^2 bei nicht ausgesuchten Steinen,
230 bis 440, 270 bis 520 und 320 bis 570 kg/cm^2 bei Lochsteinen,
308 bis 1000 kg/cm^2 bei Klinkern.

Die Mauerwerksfestigkeit erreichte, bei Verwendung von hydr. Kalkmörtel, nur:

42 bis 49 kg/cm^2 bei Vollsteinen,
31 kg/cm^2 bei nicht ausgesuchten Backsteinen,
50 bis 55, 60 bis 61 und 63 bis 75 kg/cm^2 bei Lochsteinen,
80 kg/cm^2 bei Klinkern.

Die entsprechenden Festigkeiten, bei Verwendung von Portlandzementmörtel, waren:

80 kg/cm^2 bei Vollsteinen und bei nicht ausgesuchten Backsteinen,
126 bis 146 kg/cm^2 bei Lochsteinen,
173 kg/cm^2 bei Kalksandsteinen,
203 kg/cm^2 bei Klinkern.

Nach obigem beträgt: die Festigkeit des Mauerwerks mit hydr. Kalkmörtel (bei $1\frac{1}{2}$ bis 2 *cm* starken Fugen) nur das 2,2- bis $5\frac{1}{2}$-fache der Würfelfestigkeit des Mörtels; und die Festigkeit des Mauerwerks mit Portlandzementmörtel 36 bis 92 % der Würfelfestigkeit.

Klinkermauerwerk gab die grössten Zahlen.

Die Rangordnung der übrigen Mauerwerke entspricht dem zunehmenden mittlern Fehler $\left(m = \frac{\Sigma \Delta}{n}\right)$ der Festigkeiten der Bausteine.

Zusammenfassung.

1. Die schlechtesten Resultate ergaben sich bei Voll- und bei nicht ausgesuchten Backsteinen.
2. Man sollte deshalb immer eine Backsteinfestigkeit von 200 kg/cm^2 verlangen.
3. Die Serienerprobung ist sehr wichtig zur Kontrolle der Gleichmässigkeit der Fabrikation.
4. Nebenerscheinungen, wie Knistern, vertikale Risse u. s. w., von Biegungsbeanspruchungen herrührend, zeigen keine Regelmässigkeit.
5. Die vorliegenden Versuche bestätigen die Richtigkeit der gewöhnlich angenommenen zulässigen Spannungen von 7 kg/cm^2 bei Verwendung von hydr. Kalkmörtel und 12 bis 14 kg/cm^2 bei Verwendung von hydr. Zementmörtel.

Die Sicherheit wäre in diesem Falle das 4,4- bis 11,2-fache bezw. 6,7- bis 17-fache. Diese Zahlen werden durch exzentrische Beanspruchung der Mauerwerkskörper, Installationslöcher u. s. w. ohnehin sehr stark vermindert.

Es folgte eine interessante Diskussion; in dieser sprach a. Oberingenieur Dr. *R. Moser* den Wunsch aus, dass man so bald als möglich auch noch Versuche mit Bruchsteinmauerwerk unternehme. Direktor *Zurlinden* erinnerte an die bessere Haftung des Mörtels bei Verwendung von Lochsteinen. Am Schlusse der Diskussion äusserte sich Professor Schüle dahin, dass man: