Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 57/58 (1911)
Heft: 4

Artikel: Die Bedingungen gegen das Abheben des Seiles bei Drahtseilbahnen
Autor: Fliegner, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-82641

Band 58. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und unter genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 4.**

Die Bedingungen gegen das Abheben des Seiles bei Drahtseilbahnen.

Von Prof. Dr. *A. Fliegner*, Zürich.

Um die Bedingungen aufzusuchen, unter denen das Seil einer Drahtseilbahn gegen ein Abheben von den Tragrollen gesichert ist, wird allgemein so vorgegangen, dass das Längenprofil der Bahn an einer genügenden Anzahl von Stellen mit einer *Kettenlinie* verglichen wird. Da dieser Weg aber umständlichere Rechnungen mit transzendenten Formeln erfordert, so begnügt man sich meist angenähert mit einer *Parabel*. Das führt allerdings auf nur algebraische Ausdrücke, doch erfordert ihre Verwertung immer noch umfangreichere Rechnungen.

In der folgenden kleinen Untersuchung soll daher ein anderer Weg gezeigt werden, der Zahlenrechnungen fast ganz vermeidet und der auch sonst anschaulicher und ausgiebiger sein dürfte.

Eine möglichst genaue Erledigung der Frage würde die Berücksichtigung der Bewegungswiderstände erfordern. Soweit diese vom Seil herrühren, führen sie aber, auch bei der einfachsten Gestalt eines nicht auf seiner ganzen Länge geradlinig verlaufenden Längenprofils, ebenfalls auf sehr unbequeme transzendente Ausdrücke. Daher sollen die Widerstände, um die erste Entwickelung in einfacherer und übersichtlicherer Form zu erhalten, zunächst vernachlässigt werden.

Das Seil wird bei der ganzen Untersuchung ausdrücklich *homogen* vorausgesetzt, mit einem Gewicht der *Längeneinheit* von γ *kg*. Daher wiegt das Längen*element* ds:

$$dG = \gamma ds. \tag{1}$$

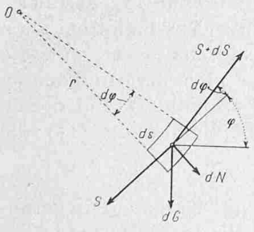

Abbildung 1.

Dieses Gewicht wirkt auf das Längenelement vertikal nach abwärts, s. Abb. 1. Ausserdem wirken darauf noch: in seiner untern Endfläche, senkrecht zu ihr, die Seilspannung S talwärts und in der obern, senkrecht zu dieser, $S + dS$ bergwärts. Dabei ist S unter dem Winkel φ, $S + dS$ unter $\varphi + d\varphi$ gegenüber der Horizontalen geneigt. Diese Kräfte geben eine in der Neigung der untern Endfläche des Elements senkrecht zur Bahn nach einwärts zu gerichtete Kraft:

$$dN = \gamma ds \cos \varphi - (S + dS) \sin (d\varphi). \tag{2}$$

Die Länge ds des Elements geht nun durch den *Krümmungshalbmesser* r des Seiles oder der Bahn auszudrücken, nämlich:

$$ds = r\, d\varphi. \tag{3}$$

Ferner ist $\sin (d\varphi) = d\varphi$, während das Produkt $dS\, d\varphi$ als unendlich kleine Grösse höherer Ordnung verschwindet. Daher geht (2) über in:

$$dN = (\gamma r \cos \varphi - S)\, d\varphi. \tag{4}$$

So lange diese Kraft, so wie sie in der Zeichnung angenommen wurde, einwärts gerichtet ist, drückt sie das Seil an die Tragrollen an und verhindert sein Abheben. Die gesuchte Bedingung gegen Abheben lautet also ganz allgemein analytisch:

$$dN > 0. \tag{5}$$

Wäre das Längenprofil im entgegengesetzten Sinn gekrümmt, d. h. läge der Krümmungsmittelpunkt O auf der inneren Seite der Bahn, so würde in (4) S das positive Vorzeichen erhalten, sodass die Bedingung (5) jedenfalls erfüllt wäre. Ein solcher Verlauf des Längenprofils würde also das Seil ohne Weiteres gegen Abheben sichern. Kehrt dagegen das Längenprofil seine hohle Seite nach auswärts, so behält S in (4) das negative Vorzeichen. Dann könnte dN auch negativ werden und das Seil sich abheben. Eine Untersuchung ist also nur für einen solchen Verlauf des Längenprofils nötig.

Die Bedingung (5) lässt sich nun mit (4) auch schreiben:

$$\gamma r \cos \varphi > S. \tag{6}$$

Um sie weiter verwerten zu können, muss zunächst S berechnet werden. Denkt man sich zu diesem Zweck den Wagen an irgend einer Stelle der Bahn ruhig stehend, so wird die Zunahme der Seilspannung um dS auf der Strecke ds, wenn die Widerstände vernachlässigt werden, lediglich veranlasst durch die Komponente des Seilgewichtes dG in der Richtung des Seiles oder der Bahn. Nach Abb. 1 und mit dG aus (1) folgt daher:

$$dS = \gamma\, ds \sin \varphi. \tag{7}$$

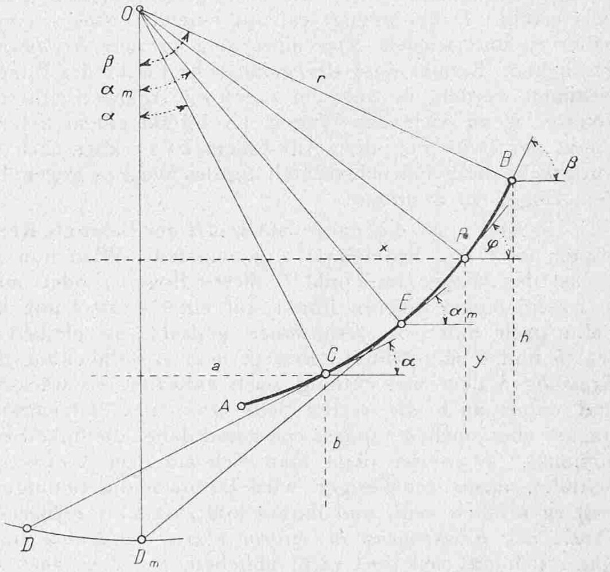

Abbildung 2.

Es sei nun in Abb. 2 AB ein gekrümmtes Stück des Längenprofils einer Bahn. Der Wagen befinde sich im Punkte C, um $x = a$ und $y = b$ von seinem tiefsten möglichen Standpunkt entfernt, und die Bahn sei in C unter α geneigt. In einem allgemeinen Punkt P mit den Koordinaten x und y habe der Neigungswinkel die Grösse φ. Dann ist für diesen Punkt:

$$ds \sin \varphi = dy, \tag{8}$$

und damit schreibt sich (7) einfacher:

$$dS = \gamma\, dy. \tag{9}$$

Integriert man diesen Ausdruck vom Standpunkt des Wagens bei C bis zum allgemeinen Punkt P, so erhält man als Seilspannung S in diesem Punkt:

$$S = \gamma\, (y - b) + S_0. \tag{10}$$

Die mit S_0 bezeichnete Integrationskonstante bedeutet die Spannung des Seiles in seinem untersten Punkt C, an der Verbindungsstelle mit dem Wagen. Sie ist also gleich der Komponente des Wagengewichtes Q in der Richtung der Bahn in C, d. h. gleich $Q \sin \alpha$. Für die folgenden Untersuchungen ist es nun zweckmässiger, den Wagen durch *ein gleich schweres Stück des Seiles* ersetzt zu denken, dessen Länge q zu berechnen wäre aus:

$$Q = q\gamma. \tag{11}$$

Damit dieses Seilstück den gleichen Einfluss ausübt, wie der Wagen, muss es in seiner ganzen Länge unter dem gleichen Winkel α geneigt vorausgesetzt werden, unter dem die Bahn an der Stelle des Wagens geneigt ist. Dann geht es aber im Längenprofil als *Tangente an die Bahnkurve* im Punkt C von der Länge $CD = q$ einzuführen. Dieses den Wagen ersetzende Seilstück soll weiterhin kurz als „*Ersatzseilstück*" bezeichnet werden. Die Komponente seines Gewichtes in der Neigung der Bahn ist dann:

$$S_0 = q\gamma \sin \alpha. \qquad (12)$$

Hiermit wird nach (10) die Seilspannung im allgemeinen Punkt P:

$$S = \gamma \, (y - b + q \sin \alpha). \qquad (13)$$

Setzt man diesen Wert in die Bedingung (6) ein, so hebt sich γ weg, und es bleibt übrig:

$$r \cos \varphi > y - b + q \sin \alpha. \qquad (14)$$

Nach Abb. 2 heisst das in Worten: Damit das Seil gegen Abheben gesichert ist, muss in jedem Punkte des Längenprofils *die Vertikalprojektion des Krümmungshalbmessers der Bahn grösser bleiben als die Vertikalprojektion des ganzen noch darunter befindlichen Seiles mit Einschluss des Ersatzstückes.*

Die Längenprofile solcher Bahnen werden aus *geradlinigen* Stücken zusammengesetzt, zwischen denen als Uebergänge meistens *Kreisbögen* eingeschaltet werden. Auf einer Geraden ist aber $r = \infty$, die Bedingung (14) also jedenfalls erfüllt. Daher genügt es, nur einen *Kreisbogen* noch näher zu untersuchen. Das muss aber *in zwei Richtungen* geschehen. Einmal muss der gefährliche Punkt des Bogens bestimmt werden, in welchem zuerst ein Abheben eintreten könnte, wenn sich der Wagen an irgend einem tieferen Punkt der Bahn befindet. Ausserdem ist es aber auch erforderlich, die gefährlichste Stellung des Wagens gegenüber dem Bogen zu ermitteln.

In Abb. 2 ist das ganze Stück AB der Bahn als Kreisbogen um O als Mittelpunkt angenommen. Wird nun zunächst der Wagen im Punkt C dieses Bogens, oder auch in irgend einem tieferen Punkt auf einer Fortsetzung der Bahn nach unten zu *festgehalten* gedacht, so bleiben in (14) b und α ungeändert. Bewegt man sich dabei auf dem Kreisbogen dem Seil entlang nach aufwärts, so wächst y und daher auch die rechte Seite von (14). Gleichzeitig wächst aber auch φ, sodass $\cos \varphi$ und daher die linke Seite abnimmt. Je weiter oben man sich auf dem Kreisbogen befindet, desto schwieriger wird hiernach die Bedingung (14) zu erfüllen sein, und daraus folgt, dass *der gefährliche Punkt des Kreisbogens in seinem oberen Endpunkt* liegt. Kann sich das Seil dort nicht abheben, so ist es auch auf dem ganzen darunter befindlichen Teil des Bogens gegen Abheben gesichert. Wenn für den höchsten Punkt $y = h$, $\varphi = \beta$ gesetzt wird, so geht die allgemeine Bedingung (14) in die besondere über:

$$r \cos \beta > h - b + q \sin \alpha. \qquad (15)$$

Was dann *die gefährliche Stellung des Wagens auf einem solchen Kreisbogen* anbetrifft, so lässt sich diese nicht so einfach angeben. Mit der Aenderung seiner Stellung ändern sich in (15) b und $\sin \alpha$, aber beide Grössen in einerlei Sinn. Und da sie in zwei Gliedern von entgegengesetztem Vorzeichen auftreten, so lässt sich erwarten, dass die rechte Seite von (15) einen *Grenzwert* besitzen wird. Das ist auch im allgemeinen der Fall. Denn wenn der Wagen, s. Abb. 2, auf seinem Kreisbogen AB fortrückt, so folgt ihm der untere Endpunkt D des Ersatzseilstückes auf einem grösseren Kreisbogen um denselben Mittelpunkt O mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit. Die Vertikalprojektion des ganzen Seiles BD nimmt daher einen grössten Wert an, wenn sich D *lotrecht unterhalb* O in D_m befindet. Dabei steht der Wagen im Punkt E, und der zugehörige Neigungswinkel berechnet sich aus dem rechtwinkligen Dreieck $D_m \, EO$ nach:

$$\operatorname{tang} \alpha_m = \frac{q}{r}. \qquad (16)$$

Der so bestimmte Punkt E gibt dann die gefährliche Stellung des Wagens auf dem Kreisbogen, und es würde genügen, die Bedingung (15) nur für ihn zu erfüllen, wenn auf dem ganzen Bogen Sicherheit gegen Abheben vorhanden sein soll. Allerdings setzt das voraus, dass die Neigung α_m auf dem benutzten Stück des Bogens auch wirklich vorkommt.

Wäre dagegen eine kreisförmige Bahn auf ihrer ganzen Länge *steiler,* so würde der Punkt D ununterbrochen auf der Bergseite des vertikalen Kreisdurchmessers $O D_m$ bleiben. Dann würde D gleichzeitig mit dem Wagen steigen oder sinken, sodass die Vertikalprojektion des ganzen Seiles BD für die Stellung des Wagens *im unteren Endpunkt des Bogens* am grössten ausfallen würde. Daher befände sich die gefährliche Stellung in A.

Ist umgekehrt der Bogen überall *flacher* geneigt als α_m, so bleibt D ganz auf der Talseite von $O D_m$. Dann wird die Vertikalprojektion von BD für die höchste Stellung des Wagens am grössten, und seine gefährliche Stellung rückt daher nach dem *oberen Endpunkt* B des Bogens hinauf.

Aus einer Zusammenstellung von Angaben über eine Anzahl ausgeführter Drahtseilbahnen im „Handbuch der Ingenieurwissenschaften", Teil V, Band 8, Lokomotiv-Steilbahnen und Drahtseilbahnen, von *Roman* und *Siegfried Abt*, lässt sich nun der Wert von q berechnen; er fällt dort zwischen die Grenzen 1866 und 7800 *m*. Ferner findet sich in einer vom schweizerischen Post- und Eisenbahn-Departement zusammengestellten Statistik über schweizerische Drahtseilbahnen für Personenbeförderung an einigen Stellen der Längenprofile der Krümmungshalbmesser r angegeben; er liegt zwischen 500 und 2190 *m*. Dividiert man mit diesen Grenzwerten übers Kreuz, so erhält man für $\operatorname{tang} \alpha_m$ die äussersten Grenzen:

$$\operatorname{tang} \alpha_m = 0{,}825 \text{ bis } 15{,}6. \qquad (17)$$

Da aber jedenfalls die beiden je gleichzeitig benutzten Grenzen von q und r gar nicht zusammengehören, so rücken die wirklichen Grenzwerte von $\operatorname{tang} \alpha_m$ näher aneinander, und die untere Grenze bleibt unbedingt grösser als 0,825.

Dem gegenüber beträgt die grösste bei den schweizerischen Personen-Drahtseilbahnen, und zwar bei der Bahn auf den Niesen, ausgeführte Steigung nur $\operatorname{tang} \alpha = 0{,}680$.[1]) Diese Bahnen erreichen also die Grenzsteigung α_m gar nicht, der untere Endpunkt D des Ersatzseilstückes bleibt bei allen auf der Talseite des vertikalen Kreisdurchmessers, und die gefährliche Stellung des Wagens auf dem Kreisbogen befindet sich daher in dessen *oberem* Endpunkt B. Für diesen wird $b = h$ und $\alpha = \beta$, so dass die Bedingung (15) die einfachere Gestalt annimmt:

$$r > q \operatorname{tang} \beta. \qquad (18)$$

Setzt sich die Bahn unterhalb des Kreisbogens geradlinig fort und steht der Wagen auf dieser Fortsetzung, so befindet sich der untere Endpunkt D des Ersatzseilstückes in tieferer Lage, als bei der Stellung des Wagens im unteren Endpunkt des Bogens. Dann kann die gefährliche Stellung des Wagens auf die anschliessende Gerade übergehen. Bei zusammengesetzteren Längenprofilen rückt sie unter Umständen noch weiter vom Bogen weg. Allgemein ist für jeden Kreisbogen *die* Stellung des Wagens auf oder unter ihm die gefährliche, bei welcher der Endpunkt des Ersatzseilstückes seine absolut tiefste Lage annimmt.

Als Beispiel möge eine Bahn untersucht werden, deren Längenprofil, s. Abb. 3, im wesentlichen aus den drei geradlinigen, dem Gelände möglichst angepassten Stücken AB, BC und CD besteht. Es sollen die Halbmesser der Uebergangsbögen bei B und C so bestimmt werden, dass sich das Seil nirgends abheben kann.

Trägt man zu diesem Zwecke von den Punkten A, B, C und D auf den Geraden talwärts zu die Länge q auf, macht man also

$$q = A A_1 = B B' = B B_1 = \text{usw.}, \qquad (19)$$

so geben A_1, B', B_1 usw. die Lagen des untern Endpunktes des Ersatzseilstückes für die Stellungen des Wagens in A, B usw.

Die Verhältnisse sind in der Zeichnung so gewählt, dass der Punkt A_1 höher liegt als B_1. Daher fällt, zunächst

[1]) Vergl. Längenprofil der Niesenbahn in Bd. LVII, S. 176.

für den gesuchten Kreisbogen bei B, die gefährliche Stellung des Wagens in dessen noch unbekannten oberen Endpunkt. Eigentliche Seillänge ist dann unterhalb dieses Punktes nicht vorhanden, sondern nur das Ersatzstück q. Daher gilt hier die Bedingung (18), die nur mit den Bezeichnungen der Abb. 3 übergeht in:

$$r_1 > q \operatorname{tang} \beta_1. \qquad (20)$$

Zieht man nun in der Zeichnung $BE \perp BC$ bis zur Horizontalen durch B_1, so ist wegen (19)

$$\overline{BE} = q \operatorname{tang} \beta_1, \qquad (21)$$

und es folgt mit (20), dass $r_1 > \overline{BE}$ genommen werden muss. Verlängert man daher BE nach aufwärts, trägt $\overline{BF} = \overline{BE}$ ab und zieht $FO_1 \parallel BC$, so darf der Kreismittelpunkt nicht unterhalb FO_1 angenommen werden. Ausserdem muss er aber auch in der Halbierungslinie BO_1 des Winkels ABC liegen, sodass er jetzt zweckmässig zu wählen geht. In der Zeichnung ist er gerade an der Grenze, also in O_1 angenommen. Das ergibt als Bogen GH, und der untere Endpunkt des Ersatzseilstückes bewegt sich dafür in einem Kreisbogen um O_1 von G_1 unterhalb B' bis H_1 oberhalb B_1.

Würde bei dieser Bestimmung des Uebergangskreises schliesslich der Punkt H_1 über die Horizontale durch A_1 hinaufrücken, so befände sich die gefährliche Stellung des Wagens für den Bogen bei B nicht mehr in dessen oberem Endpunkt, sondern in A. Dann müsste der Krümmungshalbmesser anders bestimmt werden, und zwar wie unter den Annahmen der Zeichnung für den Bogen bei C.

Für diesen ist nämlich die Stellung des Wagens in seinem oberen Endpunkt nur noch relativ gefährlich. Denn der untere Endpunkt des Ersatzseilstückes würde dabei auf CC_1 noch oberhalb von C_1 bleiben, während sich tatsächlich seine tiefste mögliche Lage unterhalb C_1 in H_1 befindet, sodass auch für den Bogen bei C die gefährliche Stellung des Wagens in den Punkt H der Bahn fällt. Dabei hängt aber unter dem obersten Punkt dieses Bogens nicht mehr nur das Ersatzseilstück HH_1, sondern noch vom eigentlichen Seil das bis H hinabreichende Stück. Daher muss jetzt die Bedingung gegen Abheben in der allgemeineren Gestalt (15) benutzt werden. Da darin aber nur die Vertikalprojektion des genannten Seiles nötig ist, so kann man dieses auch auf die obere Tangente des Bogens bei C gebracht denken, indem man $H_1 K$ horizontal zieht bis zum Schnitt mit DCC_1. Dadurch werden statt der wirklichen Seillängen gleichwertige reduzierte Stücke von anderer Neigung eingeführt. Wird dann der noch unbekannte obere Endpunkt des gesuchten Bogens mit L bezeichnet, so ist die rechte Seite von (15) auch gleich der Vertikalprojektion von $\overline{KL}$, und die Bedingung geht mit den Bezeichnungen der Abb. 3 zu schreiben:

$$r_2 > \overline{KL} \operatorname{tang} \beta_2. \qquad (22)$$

Um dieser Bedingung zu genügen, muss der Mittelpunkt O_2 des gesuchten Kreisbogens ausserhalb der Geraden KO_2 angenommen werden, die unter dem Winkel β_2 gegen KCL nach oben zu geneigt ist. Da O_2

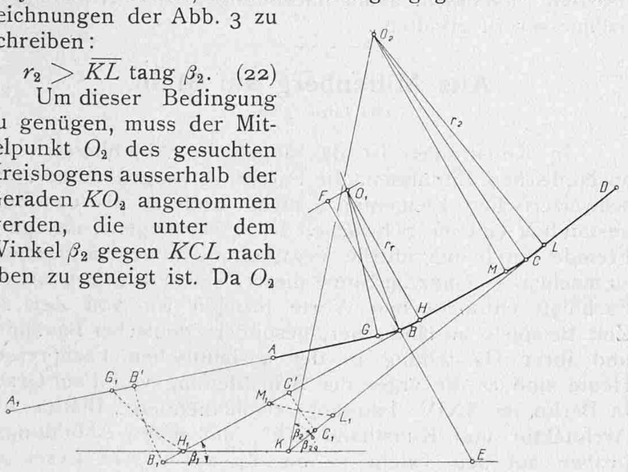

Abbildung 3.

ausserdem auch in der Halbierungslinie CO_2 des Winkels BCD liegen muss, so geht er jetzt zweckmässig zu wählen. In der Zeichnung ist auch dieser Mittelpunkt an die Grenze des beginnenden Abhebens, in den Schnitt von KO_2 mit CO_2 gelegt worden. Das gibt dann als Bogen ML.

Hätte A_1 tiefer gelegen als H_1, so hätte bei der letzten Konstruktion des Punktes K die Horizontale durch A_1 benutzt werden müssen.

Wenn es das Gelände zweckmässiger erscheinen lässt, so ginge der Uebergang zwischen zwei Geraden auch durch mehrere aufeinanderfolgende Kreisbögen von verschiedenen Halbmessern zu erreichen. Dafür ist aus den letzten Entwicklungen leicht ersichtlich, dass bei Abnahme des Halbmessers nach oben zu der obere Endpunkt des obersten Bogenstückes die gefährliche Stelle der Bahn bilden würde, für den allein der dortige Halbmesser bestimmt zu werden brauchte. Nach unten zu könnte er dann ganz beliebig, nur immer grösser, gewählt werden. Müsste man dagegen den Halbmesser nach unten zu abnehmen lassen, so ginge die gefährliche Stelle der Bahn nicht mehr ohne Weiteres anzugeben. Dann müsste die Untersuchung für die oberen Endpunkte aller einzelnen Bogenstücke durchgeführt werden. Die letzte Ueberlegung lässt sich auch ohne Weiteres auf *eigentliche Kurven* mit stetig veränderlichen Krümmungshalbmesser verallgemeinern.

Aus der Bedingung gegen das Abheben in der Gestalt (6) geht noch herzuleiten, wie das Längenprofil der Bahn gegenüber einer *Kettenlinie* beschaffen sein muss. Bezeichnet für eine solche, wie üblich, c den Abstand ihres tiefsten Punktes von der horizontalen Koordinatenachse, s die Seillänge zwischen diesem tiefsten und einem allgemeinen Punkt, so ist die Seilspannung S im allgemeinen Punkt:

$$S = \gamma \sqrt{c^2 + s^2}, \qquad (23)$$

während sich die Neigung der Kettenlinie berechnet aus:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{s}{c}. \qquad (24)$$

Soll nun die Kettenlinie mit dem wirklichen Seil verglichen werden können, so muss sie im betrachteten Punkt mit ihm gleiche Spannung S und gleiche Neigung φ besitzen. Setzt man daher die Werte aus (23) und (24) in (6) ein, und beachtet man, dass

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tang}^2 \varphi}} = \frac{c}{\sqrt{c^2 + s^2}}$$

ist, so kann man die Bedingung gegen Abheben in die Gestalt bringen:

$$r > \frac{c^2 + s^2}{c}. \qquad (25)$$

Hier steht rechts einer der Ausdrücke für den Krümmungshalbmesser der Kettenlinie, und (25) ist daher die bekannte Bedingung, dass *der Krümmungshalbmesser der Bahn immer grösser bleiben muss, als der Krümmungshalbmesser der gleichwertigen Kettenlinie.*

Zum Schluss soll noch kurz angedeutet werden, wie sich die Gleichungen bei *Berücksichtigung der Widerstände* ändern. Diese können bei der geringen Geschwindigkeit der Drahtseilbahnen einfach dem Normaldruck des bewegten Körpers gegen die Bahn proportional angenommen werden. Nur muss man erfahrungsgemäss für Seil und Wagen verschiedene Zahlenkoeffizienten benutzen; sie mögen für das Seil mit ζ, für den Wagen mit η bezeichnet werden.

Die Bedingung (6) enthält nun die Seilspannung S als unteren Grenzwert. Um sicher zu rechnen, muss man daher für S den grössten möglichen Wert einführen, und der stellt sich bei der *Bergfahrt* ein, weil sich bei dieser die Einflüsse der Schwere und der Widerstände addieren.

Für das Längenelement des Seiles wird mit ζ der Widerstand gleich ζdN. Daher nimmt die Seilspannung auf ds nicht nur wie in (7) um $\gamma\, ds \sin \varphi$ zu, sondern auch noch um ζdN, und an Stelle von (7) tritt folglich, wenn gleich dN aus (4) eingesetzt wird, die Gleichung:

$$dS = \gamma\, ds\, (\sin \varphi + \zeta \cos \varphi) - \zeta S\, d\varphi \qquad (26)$$

Die Berücksichtigung der Widerstände führt also zur Berechnung der Seilspannung auf eine eigentliche Differentialgleichung. Zu ihrer Lösung ist es besser, ds durch $r\, d\varphi$ zu ersetzen. Das gibt:

$$dS = [\gamma r (\sin \varphi + \zeta \cos \varphi) - \zeta S]\, d\varphi. \qquad (27)$$

Dann muss bei einer derartigen Gleichung eingeführt werden:
$$S = uv, \tag{28}$$
wo u und v zwei unbekannte Funktionen von φ bezeichnen, von denen die eine aber willkürlich gewählt werden kann. Mit (28) lässt sich (27) auf die Gestalt bringen:
$$u\,(dv + \zeta\, v\, d\varphi) = \gamma r\,(\sin\varphi + \zeta\cos\varphi)\, d\varphi - v\, du. \tag{29}$$
Hier wählt man nun v so, dass
$$dv + \zeta\, v\, d\varphi = 0 \tag{30}$$
wird. Das gibt für v:
$$v = e^{-\zeta\varphi}. \tag{31}$$
Wegen (30) muss auch die rechte Seite von (29) verschwinden, sodass zur Berechnung von u folgt:
$$du = \gamma r\, e^{\zeta\varphi}\,(\sin\varphi + \zeta\cos\varphi)\, d\varphi. \tag{32}$$
Bei beliebig verlaufendem Längenprofil ändert sich r mit φ. Daher geht allgemein u gar nicht geschlossen darzustellen. Beschränkt man sich dagegen auf *Kreisbögen*, so bleibt auf solchen
$$r = \text{const.} \tag{33}$$
Dann ist (32) integrabel und liefert
$$u = \frac{\gamma r}{1+\zeta^2}\, e^{\zeta\varphi}\Big[2\zeta\sin\varphi - (1-\zeta^2)\cos\varphi\Big] + C. \tag{34}$$
Aus (28), (31) und (34) folgt endlich die Seilspannung zu:
$$S = \frac{\gamma r}{1+\zeta^2}\Big[2\zeta\sin\varphi - (1-\zeta^2)\cos\varphi\Big] + C\, e^{-\zeta\varphi}. \tag{35}$$
Die Integrationskonstante C muss so bestimmt werden, dass für einen Anfangswert $\varphi = \alpha$ die Spannung $S = S_0$ wird. Das gibt schliesslich:
$$S = e^{-\zeta(\varphi-\alpha)}\, S_0 + \tag{36}$$
$$+ \frac{\gamma r}{1+\zeta^2}\left\{\begin{array}{l} e^{-\zeta(\varphi-\alpha)}\Big[(1-\zeta^2)\cos\alpha - 2\zeta\sin\alpha\Big] - \\ - \Big[(1-\zeta^2)\cos\varphi - 2\zeta\sin\varphi\Big] \end{array}\right\}$$
Steht der Wagen auf dem Kreisbogen selbst in dem Punkt mit der Neigung α, so ist S_0 die Seilspannung unmittelbar am Wagen, also unter Berücksichtigung der Widerstände:
$$S_0 = q\gamma\,(\sin\alpha + \eta\cos\alpha). \tag{37}$$
Befindet sich dagegen der Wagen unterhalb des Kreisbogens auf einer anders verlaufenden Fortsetzung des Längenprofils, so bedeutet α die Neigung im unteren Endpunkt des Bogens und S_0 die dortige Spannung. Diese muss dann vom Wagen aus für die verschiedenen Teile der Bahn zusammenaddiert werden, wobei für kreisförmige Stücke auch die Gleichung (36) benutzt werden müsste, nur mit jedesmal anderen Zahlenwerten für φ, α und r.

Auf geradlinige Strecken geht (36) nicht anzuwenden, weil S dafür den unbestimmten Wert $\infty . 0$ annimmt.

Die genaue Berücksichtigung der Widerstände führt hiernach auf recht umständliche Rechnungen. Nun kann man sich aber unbedenklich eine Annäherung gestatten, indem man in (26) das unbequeme Glied $\zeta S d\varphi$ vernachlässigt. Es bleibt jedenfalls verhältnismässig klein. Ausserdem hat es das negative Vorzeichen, sodass sich bei seiner Vernachlässigung dS und daher S zu gross ergibt. Dadurch wird nun die Sicherheit gegen Abheben erhöht, sodass diese Vereinfachung gerechtfertigt erscheint. Ersetzt man gleichzeitig in (26) $ds\sin\varphi$ durch dy und $ds\cos\varphi$ durch dx, so erhält man:
$$dS = \gamma\,(dy + \zeta\, dx). \tag{38}$$
Dieser Ausdruck geht *unabhängig von dem besonderen Verlauf des Längenprofils* unmittelbar zu integrieren und liefert vom Wagen mit $x = a$, $y = b$ und der Neigung α bis zu einem allgemeinen Punkt der Bahn mit x und y, wenn noch die Seilspannung S_0 am Wagen gleich nach (37) eingesetzt wird:
$$S = \gamma\,[y - b + q\sin\alpha + \zeta\,(x-a) + \eta\, q\cos\alpha], \tag{39}$$
und damit nimmt die Bedingung (6) gegen Abheben die Gestalt an:
$$r\cos\varphi > y - b + q\sin\alpha + \zeta\,(x-a) + \eta\, q\cos\alpha. \tag{40}$$
Dann treten also gegenüber (14) rechts zu den Vertikalprojektionen der Seilstücke noch *von den Widerständen abhängige Bruchteile ihrer Horizontalprojektionen* hinzu. Diese könnte man auch leicht in einer Zeichnung berücksichtigen. Man müsse dazu nur unterhalb des Ersatzseilstückes noch Seillängen hinzufügen, deren Vertikalprojektion gleich der Summe der beiden letzten Glieder in (40) ist. Am einfachsten wäre es dabei, diese Stücke als geradlinige Fortsetzung des Ersatzseilstückes einzuführen, dann wäre ihre Länge w:
$$w = \frac{\zeta\,(x-a)}{\sin\alpha} + \eta\, q\operatorname{cotg}\alpha. \tag{41}$$
Bei einer Konstruktion, wie sie in Abb. 3 erläutert wurde, würden dann die Strecken AA_1, BB', BB_1 usw. je gleich $q + w$ gemacht werden müssen. Wegen w werden diese Strecken um so kleiner, je steiler sie geneigt sind; daher treten an die Stelle der dortigen Kreisbögen $G_1 H_1$ und $M_1 L_1$ andere Kurven, deren genauere Bestimmung aber keinen Zweck hat.

Um zu zeigen, welchen Einfluss die vollständige Vernachlässigung oder die nur angenäherte Berücksichtigung der Widerstände ausübt, soll noch ein Zahlenbeispiel berechnet werden. Ein *kreisförmiges* Stück eines Längenprofils beginne unten mit $\alpha = 10^0$ und reiche oben bis $\varphi = 30^0$. Das entspricht Steigungen von 176 und 577 ‰. Die Widerstandsfaktoren sind zu $\zeta = 0{,}06$ und $\eta = 0{,}006$ angenommen. Ferner sind auf einem Kreisbogen die Differenzen:
$$\left\{\begin{array}{l} y - b = r\,(\cos\alpha - \cos\varphi), \\ x - a = r\,(\sin\varphi - \sin\alpha). \end{array}\right. \tag{42}$$
Endlich ist noch nach (37) wieder S_0 eingeführt. Damit folgt

1. unter *genauer Berücksichtigung der Widerstände* nach (36):
$$S = 0{,}9793\, S_0 + 0{,}1381\,\gamma r, \tag{43}$$
2. unter *angenäherter Berücksichtigung der Widerstände* nach (39):
$$S = S_0 + 0{,}1384\,\gamma r, \tag{44}$$
3. unter *Vernachlässigung der Widerstände* nach (10):
$$S = S_0 + 0{,}1188\,\gamma r. \tag{45}$$

Der letzte Ausdruck ergibt den Einfluss des Seiles um rund 20 % zu klein. Gleichzeitig ist auch S_0 wegen Vernachlässigung der Widerstände kleiner als in den beiden ersten Ausdrücken. Jedenfalls müsste man daher, wenn man nach (10) ganz ohne Widerstände rechnet, den gefundenen Grenzwert eines Krümmungshalbmessers *genügend aufrunden*, um wirklich gegen ein Abheben des Seiles gesichert zu sein.

Der unter angenäherter Berücksichtigung der Widerstände aus (39) folgende Wert ist, wie es als notwendig erkannt wurde, grösser als der genaue nach (36). Der Unterschied bleibt aber sehr klein, sodass man unbedenklich diese Annäherung unmittelbar benutzen darf, ohne befürchten zu müssen, damit überflüssig grosse Krümmungshalbmesser zu erhalten.

Aus Miltenberg am Main.

(Mit Tafeln 12 bis 14).

In Kunstfragen ist das ängstliche Abschliessen vor ausländischen Einflüssen, die Furcht vor sogenannten „unschweizerischen Elementen", nichts anderes als das Eingeständnis eigener Schwäche, des Unvermögens, das gute Fremde durch individuelle Verarbeitung zu neuem Eigenem zu machen. — Ganz im Sinne dieser, einem schweizerischen Fachblatt entnommenen Worte bringen wir von Zeit zu Zeit Beispiele ausländischer, besonders deutscher Baukunst und ihrer Darstellung in der ausländischen Fachpresse. Heute sind es die unter der Schriftleitung von Paul Graef in Berlin im XXIV. Jahrgang erscheinenden „Blätter für Architektur und Kunsthandwerk", mit deren Abbildungsproben auf den Tafeln 12 bis 14 wir unsere Leser zu erfreuen, gleichzeitig sie auf diese wertvolle Architektur-Zeitschrift hinzuweisen beabsichtigen. Diese Blätter bringen in monatlichen Heften jeweils 12 gute Lichtdrucktafeln im Bildformat von etwa 20 × 30 *cm*, die infolge ihrer Grösse und Reproduktionstechnik sich durch hohen Detail-Reichtum auszeichnen. Die Bilder unserer Tafeln sind auf die Hälfte und stärker verkleinerte Autotypien nach den